

গণিত প্রকাশ

নবম শ্রেণি



এই পুস্তকটি পশ্চিমবঙ্গ সরকারের আর্থিক আনুকূল্যে
কেবলমাত্র সরকারি, সরকার পোষিত ও সরকারি অনুদানপ্রাপ্ত
বিদ্যালয়গুলির ছাত্র-ছাত্রীদের বিনামূল্যে বিতরণের জন্য।



পশ্চিমবঙ্গ মাধ্যমিক শিক্ষা পর্ষদ

প্রথম সংস্করণ: ডিসেম্বর, 2014

দ্বিতীয় সংস্করণ: ডিসেম্বর, 2015

তৃতীয় সংস্করণ: ডিসেম্বর, 2016

চতুর্থ সংস্করণ : ডিসেম্বর, 2017

গ্রন্থস্বত্ব : পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

প্রকাশক :

অধ্যাপিকা নবনীতা চ্যাটার্জি

সচিব, পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

77/2, পার্ক স্ট্রিট, কলকাতা-700 016

মুদ্রক :

এসেট বেঙ্গল টেক্সট বুক কর্পোরেশন লিমিটেড

(পশ্চিমবঙ্গ সরকারের উদ্যোগ)

কলকাতা-৭০০ ০৫৬



ভারতের সংবিধান

প্রস্তাবনা

আমরা, ভারতের জনগণ, ভারতকে একটি সার্বভৌম সমাজতান্ত্রিক স্বাধীনরপেক্ষ গণতান্ত্রিক সাধারণতন্ত্র রূপে গড়ে তুলতে সত্যনিষ্ঠার সঙ্গে শপথ গ্রহণ করছি এবং তার সকল নাগরিক যাতে সামাজিক, অর্থনৈতিক ও রাজনৈতিক ন্যায়বিচার; চিন্তা, মতপ্রকাশ, বিশ্বাস, ধর্ম এবং উপাসনার স্বাধীনতা; সামাজিক প্রতিষ্ঠা অর্জন ও সুযোগের সমতা প্রতিষ্ঠা করতে পারে এবং তাদের সকলের মধ্যে ব্যক্তি-সত্ত্ব ও জাতীয় ঐক্য এবং সংহতি সুনিশ্চিত করে সৌভাব্য গড়ে তুলতে; আমাদের গণপরিষদে, আজ, 1949 সালের 26 নভেম্বর, একত্বারা এই সংবিধান গ্রহণ করছি, বিধিবদ্ধ করছি এবং নিজেদের অর্পণ করছি।

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC and to secure to all its citizens : JUSTICE, social, economic and political; LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship; EQUALITY of status and of opportunity and to promote among them all – FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the unity and integrity of the Nation; IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November 1949, do HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

ভূমিকা

জাতীয় পাঠ্যক্রমের রূপরেখা ২০০৫ এবং শিক্ষা অধিকার আইন ২০০৯ দলিলদুটিকে গুরুত্ব দিয়ে ২০১১ সালে পশ্চিমবঙ্গ সরকার কর্তৃক গঠিত ‘বিশেষজ্ঞ কমিটি’কে বিদ্যালয়স্তরের পাঠ্যক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তকগুলির সমীক্ষা ও পুনর্বিবেচনার দায়িত্ব দেওয়া হয়েছিল। এই কমিটির বিষয় বিশেষজ্ঞদের আন্তরিক চেষ্টা ও নিরলস পরিশ্রমের ফসল হলো এই বইটি।

এই গণিত বইটি নবম শ্রেণির পাঠ্যসূচি অনুযায়ী প্রণয়ন করা হয়েছে ও নামকরণ করা হয়েছে ‘গণিত প্রকাশ’। বইটিতে গণিতকে ভাষা হিসাবে চর্চা করার প্রতিষ্ঠিত ধারা অনুসৃত হয়েছে যাতে করে গণিতের ভাষায় ভাষান্তরিত সমস্যাটি দেখে শিক্ষার্থীরা বুঝতে পারে সংশ্লিষ্ট সমস্যার কোন গাণিতিক প্রক্রিয়া, সূত্র বা পদ্ধতি প্রয়োগের প্রয়োজন।

পাঠ্যগণিত, বীজগণিত ও জ্যামিতি বিষয়গুলিকে সুন্দর ও সহজভাবে এমনভাবে বর্ণনা করা হয়েছে যাতে করে সমস্ত শিক্ষার্থী ভালোভাবে বিষয়টি আয়ত্ত করতে পারে। গণিতকে শিক্ষার্থীর ব্যক্তি জীবন, পরিবার ও সমাজের নানা সমস্যা সমাধানের সফল হাতিয়ার হিসাবে প্রতিষ্ঠিত করার চেষ্টাকে অধিকতর ভালোভাবে প্রসারিত করা হয়েছে।

প্রাথমিক শিক্ষক, শিক্ষাপ্রেমী শিক্ষাবিদ, বিষয় বিশেষজ্ঞ ও অলংকরণের জন্য বিখ্যাত শিল্পীবৃন্দ — তাঁদের ঐকান্তিক চেষ্টায় ও নিরলস পরিশ্রমের ফলে এই সর্বাঙ্গসুন্দর গুরুত্বপূর্ণ বইটির প্রকাশ সম্ভব হয়েছে তাঁদের সকলকে পর্বদের পক্ষ থেকে আন্তরিক কৃতজ্ঞতা ও কৃতজ্ঞতা জানাই।

এই প্রকল্পকে কার্যকরী করার জন্য মাননীয় শিক্ষামন্ত্রী ড. পার্থ চ্যাটার্জী, পশ্চিমবঙ্গ সরকার, পশ্চিমবঙ্গ সরকারের বিদ্যালয় শিক্ষাসচিব, পশ্চিমবঙ্গ বিদ্যালয় শিক্ষা অধিকার এবং পশ্চিমবঙ্গ সর্বাঙ্গিক মিশন সহোদ্য করে পর্বদকে কৃতজ্ঞতাপাশে আবদ্ধ করেছেন।

আশা করি পর্ব প্রকাশিত এই ‘গণিত প্রকাশ’ বইটি শিক্ষার্থীদের কাছে গণিতের বিষয়গুলি আকর্ষণীয় করে তুলতে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করবে এবং মাধ্যমিকস্তরে গণিতচর্চার মান উন্নত করতে সহায়ক হবে। ছাত্রছাত্রীরাও উদ্বুদ্ধ হবে। এইভাবে সার্থক হবে পর্বদের সামাজিক দায়বদ্ধতা।

সমস্ত শিক্ষাপ্রেমী, শিক্ষিকা/শিক্ষক ও সংশ্লিষ্ট সকলের কাছে আমার সনির্বন্ধ অনুরোধ তাঁরা যেন বিনা দ্বিধায় বইটির ত্রুটি-বিচ্যুতি পর্বদের নজরে আনেন যাতে করে পরবর্তী সংস্করণে সংশোধনের সুযোগ পাওয়া যায়। এতে বইটির মান উন্নত হবে এবং ছাত্রসমাজ উপকৃত হবে। ইংরেজিতে একটি আশ্রয়বাক্য আছে যে, ‘even the best can be bettered’। বইটির উৎকর্ষ বৃদ্ধির জন্য শিক্ষক সমাজের ও বিদ্যোৎসাহী ব্যক্তিদের গঠনমূলক মতামত ও সুপারামর্শ সাদরে গৃহীত হবে।

ডিসেম্বর, ২০১৭

৭৭/২ পার্ক স্ট্রিট

কলকাতা-৭০০ ০১৬

কৃত্যবর্দ্ধন-নবোদয়

প্রশাসক

পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

প্রাক্কথন

পশ্চিমবঙ্গের মাননীয় মুখ্যমন্ত্রী শ্রীমতী মমতা বন্দোপাধ্যায় ২০১১ সালে বিদ্যালয় শিক্ষার ক্ষেত্রে একটি বিশেষজ্ঞ কমিটি গঠন করেন। এই বিশেষজ্ঞ কমিটির ওপর দায়িত্ব ছিল বিদ্যালয় স্তরের সমস্ত পাঠ্যক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তকের পর্যালোচনা, পুনর্বিবেচনা এবং পুনর্বিন্যাসের প্রক্রিয়া পরিচালনা করা। সেই কমিটির সুপারিশ অনুযায়ী নতুন পাঠ্যক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তক নির্মিত হয়। ইতোপূর্বে প্রাক্ প্রাথমিক থেকে অষ্টম শ্রেণি পর্যন্ত সমস্ত পাঠ্যপুস্তক জাতীয় পাঠ্যক্রমের সুপারিশ ২০০৫ এবং শিক্ষার অধিকার আইন ২০০৯ নথিদুটিকে অনুসরণ করে নির্মিত হয়েছে। এবার নবম শ্রেণির নতুন পাঠ্যক্রম, পাঠ্যসূচি অনুযায়ী পাঠ্যপুস্তকগুলি নির্মিত হলো।

নবম শ্রেণির গণিত বইয়ের নাম 'গণিত প্রকাশ'। বইটিতে ধাপে ধাপে গাণিতিক সমস্যাবলি সমাধানের পদ্ধতি শেখানো হয়েছে। শিক্ষার্থীর সুবিধার জন্য প্রতিটি ক্ষেত্রেই সমস্ত মৌল ধারণাগুলিকে প্রাপ্তল ভাষায় এবং হাতেকলমে পদ্ধতিতে উপস্থাপন করা হয়েছে। 'গণিত' বিষয়টিকে বৈচিত্র্যময় এবং আকর্ষণীয় করে তোলার সহজ প্রয়াস বইটিতে সহজেই লক্ষ করা যাবে। শিক্ষার্থীর প্রায়োগিক সামর্থ্যবৃদ্ধির দিকেও আমরা তীক্ষ্ণ নজর রেখেছি। আশা করা যায় শিক্ষার্থীমহলে বইটি সমাকৃত হবে।

একথা বলা বিশেষ প্রয়োজন যে, প্রথম শ্রেণি থেকে নবম শ্রেণি পর্যন্ত পরিকল্পিত নতুন পাঠ্যক্রম ও পাঠ্যসূচি অনুযায়ী নির্মিত পাঠ্যপুস্তকে ধারাবাহিকভাবে গণিতের বিভিন্ন ধারণা (Concept) এবং অনুশীলনীগুলি বিন্যস্ত করা হয়েছে। শিক্ষার্থীরা ক্রমোচ্চশ্রেণিতে উত্তীর্ণ হয়ে এই পাঠ্যপুস্তকগুলি অনুসরণ করলে সহজেই গণিতে পারদর্শিতা অর্জন করবে।

নির্বাচিত শিক্ষাবিদ, শিক্ষিক-শিক্ষক এবং বিষয়-বিশেষজ্ঞবৃন্দ অল্প সময়ের মধ্যে বইটি প্রস্তুত করেছেন। পশ্চিমবঙ্গের মাধ্যমিক শিক্ষার সারস্বত নিয়ামক পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ পাঠ্যপুস্তকটিকে অনুমোদন করে আমাদের বাধিত করেছেন। বিভিন্ন সময়ে পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ, পশ্চিমবঙ্গ সরকারের শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ সর্বাঙ্গিক মিশন, পশ্চিমবঙ্গ শিক্ষা অধিকার প্রকৃত সহায়তা প্রদান করেছেন। তাঁদের ধন্যবাদ।

পশ্চিমবঙ্গের মাননীয় শিক্ষামন্ত্রী ড. পার্ঘ্য চ্যাটার্জী প্রয়োজনীয় মতামত এবং পরামর্শ দিয়ে আমাদের বাধিত করেছেন। তাঁকে আমাদের কৃতজ্ঞতা জানাই।

বইটির উৎকর্ষ বৃদ্ধির জন্য শিক্ষাপ্রেমী মানুষের মতামত, পরামর্শ আমরা সাদরে গ্রহণ করব।

শ্রীমতী মমতা বন্দোপাধ্যায়

চেয়ারম্যান

'বিশেষজ্ঞ কমিটি'

বিদ্যালয় শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ সরকার

ডিসেম্বর, ২০১৭

নিবেদিতা ভবন, ষষ্ঠতল

বিধাননগর, কলকাতা - ৭০০ ০৯১

বিশেষজ্ঞ কমিটি পরিচালিত পাঠ্যপুস্তক প্রণয়ন পর্যদ

নির্ঘাণ ও বিন্যাস

অভীক মজুমদার (চেয়ারম্যান, বিশেষজ্ঞ কমিটি)

রুধীন্দ্রনাথ দে (সদস্য সচিব, বিশেষজ্ঞ কমিটি)

শংকরনাথ ভট্টাচার্য

সুমনা সোম

তপসুন্দর বন্দ্যোপাধ্যায়

ঘনম কুমার মজুমদার

পার্থ দাস

পরামর্শ ও সহায়তা

ড. নূরুল ইসলাম

প্রচ্ছদ ও অলংকরণ

শংকর বসাক

মুদ্রণ সহায়তা

বিপ্লব মণ্ডল

পাঠ্যসূচি

১. বাস্তব সংখ্যা :

- স্বাভাবিক সংখ্যা, অখণ্ড সংখ্যা, পূর্ণসংখ্যা, মূলদ সংখ্যা, অমূলদ সংখ্যা, বাস্তবসংখ্যা ও বীজগাণিতিক সংখ্যার ধারণা।
- বাস্তব সংখ্যার দশমিকে প্রকাশ।
- বাস্তব সংখ্যাকে সংখ্যারেখায় স্থাপন।
- বাস্তব সংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ।
- বাস্তব সংখ্যার স্বতঃসিদ্ধগুলির ধারণা এবং স্বতঃসিদ্ধগুলি ব্যবহার করে সহজ বাস্তব সমস্যার সমাধান।

২. সূচকের নিয়মাবলি :

- নিধান (ধনাত্মক), সূচক, মূল ও ঘাতের ধারণা।
- পূর্ণসংখ্যা, ভগ্নাংশ সূচকের ধারণা।
- সূচকের মৌলিক নিয়মাবলি ও তাদের প্রয়োগ।
- সূচক সঙ্কোচন সমীকরণ ও অভেদ।

৩. লেখচিত্র :

- সমকোণী কার্ভেজীয় তলে ও স্থানাঙ্কের ধারণা।
- বিন্দুর স্থানাঙ্কের ধারণা ও কার্ভেজীয় তলে একটি বিন্দু স্থাপনের ধারণা।
- একচল ও দুই চলবিশিষ্ট একঘাত সমীকরণের ধারণা এবং তাদের লেখচিত্র অঙ্কন।
- লেখচিত্রের সাহায্যে বৈখিক সহসমীকরণের সমাধান। একটিঘাত সমাধান, অসংখ্য সমাধান ও সমাধান সম্ভব নয় এগুলির ধারণা।

৪. স্থানাঙ্ক জ্যামিতি (দূরত্ব নির্ণয়) :

- সমকোণী কার্ভেজীয় তলে দুটি বিন্দুর দূরত্বের সূত্রের ধারণা ও তার প্রয়োগ।

৫. বৈখিক সহসমীকরণ (দুই চলবিশিষ্ট):

- বৈখিক সহসমীকরণ সমাধান (অপনয়ন, তুলনামূলক, পরিবর্ত ও বস্তুগুণন পদ্ধতি)।
- বৈখিক সহসমীকরণের বাস্তব সমস্যার সমাধান।

৬. সামান্তরিকের ধর্ম :

- চতুর্ভুজ, ট্রাপিজিয়াম, সামান্তরিক, আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র ও রম্বসের ধারণা।
- যে-কোনো সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান, বিপরীত কোণদ্বয়ের পরিমাপ সমান এবং প্রতিটি কর্ণ সামান্তরিককে দুটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে — প্রমাণ।
- যে-কোনো সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমবিখণ্ডিত করে — প্রমাণ।
- একটি চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলির নৈর্ঘ্য সমান হলে, চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক — প্রমাণ।
- একটি চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ সমান হলে, চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক — প্রমাণ।
- একটি চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং ওই বাহুদ্বয় সমান্তরাল হলে, চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক — প্রমাণ।
- একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমবিখণ্ডিত করলে, চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক — প্রমাণ।
- উপরের বিনুতিগুলির প্রয়োগ।

7. বহুপদী সংখ্যামালা :

- এক বা একের বেশি চলবিশিষ্ট বহুপদী সংখ্যামালার ধারণা।
- বহুপদী সংখ্যামালার যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগের ধারণা।
- বহুপদী সংখ্যামালা থেকে অপেক্ষকের ধারণা।
- বহুপদী সংখ্যামালার শূন্যের ধারণা।
- ভাগশেষ উপপাদ্য।
- গুণনীয়ক উপপাদ্য।
- শূন্য বহুপদীর ধারণা।
- উপরের প্রত্যেকটির প্রয়োগ।

8. উৎপাদকে বিশ্লেষণ : $a^2 - b^2$, $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$, $a^3 + b^3 - c^3 - 3abc$, মধ্যপদ বিশ্লেষণ, শূন্য পদ্ধতি।

9. ভেকর ও মধ্যবিন্দু সংক্রান্ত উপপাদ্য :

- একটি ত্রিভুজের যে-কোনো দুটি বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগকারী সরলরেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক — প্রমাণ।
- একটি ত্রিভুজের যে-কোনো একটি বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অপর একটি বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা, তৃতীয় বাহুটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং দুটি বাহুদ্বয়ের দ্বিগুণ সরলরেখাংশ দ্বিতীয় বাহুর অর্ধেক — প্রমাণ।
- তিন বা তিনের বেশি সমান্তরাল সরলরেখা যদি কোনো ভেকর থেকে সমান সমান অংশ ছিন্ন করে ওগুলো অপর যে-কোনো ভেকর থেকেও সমান সমান অংশ ছিন্ন করবে। প্রমাণের প্রয়োজন নেই। কেবলমাত্র যাচাই।
- উপরের দ্বিভুত্বগুলির প্রয়োগ।

10. লাভ ও ক্ষতি : ক্রয়মূল্য, বিক্রয়মূল্য, লাভ, ক্ষতি, শার্যমূল্য, ক্রয়মূল্যের উপর শতকরা লাভ বা ক্ষতি, বিক্রয়মূল্যের উপর শতকরা লাভ বা ক্ষতি, ছাড়, সমতুল্য ছাড় ইত্যাদির ধারণা এবং প্রয়োগ।

11. রাশিবিজ্ঞান :

- তথ্যের তালিকা নির্দেশের ধারণা।
- পরিসংখ্য বিভাজন ছক তৈরির ধারণা।
- ক্রমবৈধিক পরিসংখ্যার ধারণা।
- আয়তলেখ অঙ্কন।
- পরিসংখ্য বহুভুজ অঙ্কন।

12. ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত উপপাদ্য :

স্বতঃসিদ্ধ : আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ -এর ধারণা।

- যে সকল সামান্তরিক একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত তাদের ক্ষেত্রফল সমান — প্রমাণ।
- যে সকল সামান্তরিক সমান সমান ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত তাদের ক্ষেত্রফল সমান (অনুসিদ্ধান্ত)।
- সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = সামান্তরিকটির ভূমি \times উচ্চতা (অনুসিদ্ধান্ত)।
- একটি ত্রিভুজ ও একটি সামান্তরিক একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফলের অর্ধেক — প্রমাণ।
- ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ ভূমি \times উচ্চতা (অনুসিদ্ধান্ত)।
- যে সকল ত্রিভুজ একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত তাদের ক্ষেত্রফল সমান — প্রমাণ।
- যে সকল ত্রিভুজ সমান সমান ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত তাদের ক্ষেত্রফল সমান (অনুসিদ্ধান্ত)।

(viii) সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট যে সকল ত্রিভুজ একই ভূমির উপর এবং ভূমির একই পার্শ্ব অবস্থিত তারা একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত প্রমাণ

১২. উপরের বিবৃতিগুলির প্রয়োগ

13. **সম্পাদ্য** একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সমান্তরিক আকারের ক্ষেত্র আঁকন যার একটি কোণের পরিমাপ নির্দিষ্ট এবং প্রয়োগ

14. **সম্পাদ্য** একটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র আঁকন এবং প্রয়োগ

15. **ত্রিভুজ এবং চতুর্ভুজের পরিমাপ ও ক্ষেত্রফল নির্ণয়**

i) ত্রিভুজের পরিমাপ ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় হেরনের সূত্রের ধারণা বাস্তব সমস্যায় প্রয়োগ

ii) আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র, সামান্তরিক, রম্বস, ট্র্যাপিজিয়ামের পরিমাপ ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় এবং বাস্তব সমস্যায় প্রয়োগ

16. **বৃত্তের পরিমাপ** বৃত্তের পরিমাপ নির্ণয় π এর ধারণা এবং বৃত্তের পরিমাপ সূত্রের সাহায্যে বাস্তব সমস্যার সমাধান

17. **সদ্বিন্দু সমবিন্দু সংক্রান্ত উপপাদ্য**

i) যে কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলির লম্ব সমবিন্দুগুলি সমবিন্দু প্রমাণ পরিকল্পিত পরিবাস্যার্থ পরিকল্পিতের ধারণা

ii) যে কোনো ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলি থেকে বিপরীত বাহুগুলির উপর লম্বগুলি সমবিন্দু প্রমাণ। লম্ববিন্দু পাদ-ত্রিভুজ-এর ধারণা

iii) যে কোনো ত্রিভুজের অন্তঃকোণগুলির সমস্থিখঙ্কগুলি সমবিন্দু প্রমাণ অন্তঃক্ষেত্র অন্তর্বাস্যার্থ অন্তর্বৃত্তের ধারণা।

iv) যে কোনো ত্রিভুজের মধ্যমাগুলি সমবিন্দু প্রমাণ। ভরকেন্দ্রের ধারণা এবং ভরকেন্দ্র গুণিটি মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে তার ধারণা

(v) উপরের বিবৃতিগুলির প্রয়োগ

18. **বৃত্তের ক্ষেত্রফল** বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলসহ সূত্রের ধারণা বৃত্তাকার ক্ষেত্রাকার সূত্রের ধারণা এবং বাস্তব সমস্যার সমাধান

19. **স্থানাঙ্ক জ্যামিতি** একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাংশকে স্পষ্ট অনুপাতে ভণ্ডবিভক্ত ও বহির্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয়ের সূত্রের ধারণা ও তার প্রয়োগ

20. **স্থানাঙ্ক জ্যামিতি**

i) তিনটি প্রদত্ত বিন্দুর সংযোগ উৎপন্ন ত্রিভুজাকারক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

ii) চারটি প্রদত্ত বিন্দুর সংযোগ উৎপন্ন চতুর্ভুজাকারক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

(iii) তিনটি প্রদত্ত বিন্দুর সংযোগ হ্রস্ব শর্ত

iv) ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র নির্ণয়

21. **লগাবিদম**

(i) প্রয়োজনীয়তা

ii) সংজ্ঞা

(iii) সাধারণ লগাবিদম ও আভাবিক লগাবিদমের ধারণা

(iv) লগাবিদমের ধর্মাবলি।

(v) সাধারণ লগাবিদমের প্রয়োগ

সংযোজন মূল্যায়নের অন্তর্ভুক্ত নয়

22. সেট তত্ত্বের ধারণা

23. সম্ভাবনা তত্ত্বের ধারণা

প্রথম পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের নম্বর বিভাজন
[Summative-I (Chapters 1 to 8)]

বিষয়	অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন	সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন	দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন	যেটি নম্বর	অমার্য
পাটীগণিত	1 (1×1)	2 (2×1)	3 (3×1)	6	1
বীজগণিত	3 (3×1)	8 (2×4)	4 (3×1)	21	2,3,5,8
জ্যামিতি	1 (1×1)	2 (2×1)	7 (4×1 + 3×1)	11	6
স্থানাঙ্ক জ্যামিতি	1 (1×1)		3 (3×1)	4	4
যেটি নম্বর	6	12	22	40	
		6 + 12 = 18			

অতিরিক্তী প্রকৃতিভিত্তিক মূল্যায়ন 10 নম্বর

অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন:
1. বহুপদকে ভিত্তিক প্রশ্ন 2. মত্যা/মিথ্যা, 3. শূন্যস্থান পূরণ এই ধরনের প্রশ্ন থাকবে

সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন
বীজগণিত
(i) সূচকের নিয়মানুসারে বহুপদী রাশিমালা 1টি প্রশ্ন = 2 নম্বর
(ii) লেখচিত্র 1টি প্রশ্ন = 2 নম্বর
(iii) ত্রৈয়িক সহ-সমীকরণ 1টি প্রশ্ন = 2 নম্বর
(iv) উৎপাদকে বিশ্লেষণ 1টি প্রশ্ন = 2 নম্বর

দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন
পাটীগণিত
i. বাক্য সংখ্যা 1টি প্রশ্ন = 3 নম্বর
বীজগণিত
(i) লেখচিত্র 1টি প্রশ্ন = 3 নম্বর
(ii) ত্রৈয়িক সহ-সমীকরণ 1টি প্রশ্ন = 2 নম্বর
(iii) উৎপাদকে বিশ্লেষণ 1টি প্রশ্ন = 3 নম্বর
জ্যামিতি
2টি উপপাদ্যের মাধ্যমে 1টি উপপাদ্যের প্রয়োগে জ্যামিতির সমস্যা সমাধান 1টি প্রশ্ন = 4 নম্বর
1টি প্রশ্ন = 3 নম্বর
স্থানাঙ্ক জ্যামিতি
1টি প্রশ্ন = 3 নম্বর

দ্বিতীয় পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের নম্বর বিভাজন

[Summative-II (Chapters 4, 5, 6, 9 to 16)]

বিষয়	অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন	সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন	দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন	মোট নম্বর	অধ্যায়
পাটিগণিত	1 (1×1)	2 (2×1)	3 (3×1)	6	10
বীজগণিত			3 (3×1)	3	5
জ্যামিতি	1 (1×1)	2 (2×1)	11 (4×1 + 3×1 + 4×1)	14	6, 9, 2, 7, 8
সামান্যক জ্যামিতি	1 (1×1)	2 (2×1)		3	4
পরিমিতি	1 (1×1)	2 (2×1)	6 (3×2)	9	5, 6
বালিবিজ্ঞান		2 (2×1)	3 (3×1)	5	
মোট নম্বর	4	10	26	40	
		4 + 10 = 14			

অন্তর্ভুক্ত প্রকৃতিকাদীন মূল্যায়ন 10 নম্বর

অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন	
1 বহুপদীয় ভিত্তিক প্রশ্ন 2 সত্য/মিথ্যা, 3 শূন্যস্থান পূরণ এই ধরনের প্রশ্ন থাকবে	
জ্যামিতি	
(i) সামান্তরিকের ধর্ম	1টি প্রশ্ন = 1 নম্বর

দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন	
পাটিগণিত	
(i) লাস ও ফতি	1টি প্রশ্ন = 3 নম্বর
বীজগণিত	
(i) বর্গাকার সহ-সমীকরণ 'অপনমন, পরিকর্ষ পদ্ধতি'তে সমাধান	1টি প্রশ্ন = 3 নম্বর
জ্যামিতি	2টি উৎপাদকের মধ্যে 1টি = 4 নম্বর
	উৎপাদকের প্রত্যেক জ্যামিতির সমস্যা সমাধানে 1টি প্রশ্ন = 3 নম্বর
	সম্পাদ্য 1টি প্রশ্ন = 4 নম্বর
পরিমিতি	
(i) সিকুজ ও চতুর্ভুজের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল	1টি প্রশ্ন = 3 নম্বর
(ii) বৃত্তের পরিধি	1টি প্রশ্ন = 1 নম্বর
বালিবিজ্ঞান	1টি প্রশ্ন = 1 নম্বর

অন্তিম পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের নম্বর বিভাজন

বিষয়	বহু পছন্দ ক্রিতিক প্রশ্ন	সংক্ষেপ উত্তরক্রিতিক প্রশ্ন	দীর্ঘ উত্তরক্রিতিক প্রশ্ন **	মোট
পাঠ্যগোষ্ঠিত	24 × 2	4 (2×2)	4	10
দীর্ঘগণিত	54 × 51	8 (2×4)	22	35
জ্যামিতি	24 × 21	4 (2×21)	11	17
সংস্কৃতি ও জ্যামিতি	14 × 11	2 (2×11)	3	6
পরিমিতি	24 × 21	4 (2×21)	6	12
রাশিনির্ধারণ	24 × 21	4 (2×2)	4	10
মোট নম্বর	14	26	50	90
	14 + 26 = 40			

অনুলিপি: প্রকৃতিগোপন মূল্যায়ন 10

** দীর্ঘ উত্তরক্রিতিক প্রশ্ন			
পরিগণিত			
(i) বাস্তব সংখ্যা	}	2টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি প্রশ্নের উত্তর = 4 নম্বর
(ii) লাক্ষ্য ও ক্ষতি			
নীতিগণিত			
(i) বহুপদী সংখ্যাশালা	1টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি প্রশ্নের উত্তর	= 3 নম্বর
(ii) উৎপাদকে বিশ্লেষণ	2টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি প্রশ্নের উত্তর	= 3 নম্বর
(iii) সৈখ্যচিত্র	2টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি প্রশ্নের উত্তর	= 4 নম্বর
(iv) ত্রৈখিক সহ সমীকরণ (সমাধান)	1টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি প্রশ্নের উত্তর	= 3 নম্বর
(v) ত্রৈখিক সহ সমীকরণ বাস্তব সমস্যা সমাধান	2টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি প্রশ্নের উত্তর	= 3 নম্বর
(vi) সূত্রের নিয়মাবলি	2টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি প্রশ্নের উত্তর	= 3 নম্বর
(vii) লগারিদম	1টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি প্রশ্নের উত্তর	= 3 নম্বর
জ্যামিতি			
	2টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি	= 4 নম্বর
উৎপাদকের প্রয়োগে জ্যামিতির সমস্যা সমাধান	2টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি প্রশ্নের উত্তর	= 3 নম্বর
	সম্পাদনা (2টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি প্রশ্নের উত্তর)	= 4 নম্বর
স্থানাঙ্ক জ্যামিতি			
	2টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি প্রশ্নের উত্তর	= 3 নম্বর
পরিমিতি			
	1টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি প্রশ্নের উত্তর = 3 × 2 নম্বর	= 6 নম্বর
রাশিনির্ধারণ			
	1টি প্রশ্নের মধ্যে	1টি প্রশ্নের উত্তর	= 4 নম্বর

সূচিপত্র

অধ্যায়	বিষয়	পৃষ্ঠা
1	বাস্তব সংখ্যা (Real Numbers)	1
2	মূলাঙ্কর বিহীনতাবলি Laws of Indices	21
3	লেখচিত্র (Graph)	29
4	স্থানাঙ্ক জ্যামিতি দূরত্ব নির্ণয় Co-ordinate Geometry Distance Formulae	41
5	সাম্যক সমীকরণ (দুই চল চলিষ্ট) Linear Simultaneous Equations	47
6	মাধ্যান্তরিকের গুণ Properties of Parallelogram	72
7	বহুপদী সাধারণত্ব Polynomial	94
8	উৎপাদকে বিশ্লেষণ (Factorisation)	112
9	প্রান্তর ও মধ্যবিন্দু সংক্রান্ত উপপাদ্য Transversal & Mid-Point Theorems	123
10	লাভ ও ক্ষতি (Profit and Loss)	133
11	লব্ধিসংকলন (Statistics)	151
12	ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত উপপাদ্য Theorems on Area	174
13	সম্পাদ্য ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট সমান্তরাল অঙ্কন যার একটি কোণের পরিমাপ নির্দিষ্ট (Construction of a Parallelogram whose measurement of one angle is given and equal in area of a Triangle)	194
14	সম্পাদ্য ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন (Construction of a Triangle equal in area of a Quadrilateral)	198
15	ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের পরিমাপ ও ক্ষেত্রফল Area & Perimeter of Triangle & Quadrilateral	202
16	বৃত্তের পরিধি (Circumference of Circle)	227
17	সমবিন্দু সংক্রান্ত উপপাদ্য Theorems on Concurrence	233
18	বৃত্তের ক্ষেত্রফল Area of Circle	247
19	স্থানাঙ্ক জ্যামিতি সরলরেখাংশের অন্তর্বিভাগ ও বাহ্যি-বিভাগ Co-ordinate Geometry Internal and External Division of Straight Line Segment	262
20	স্থানাঙ্ক জ্যামিতি ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল Co-ordinate Geometry Area of Triangular Region	271
21	লগারিদম Logarithm	277
সংযোজন (মূল্যায়নের অগ্রদূত নয়)		
22	সেট তত্ত্ব Set Theory	289
23	সম্ভাবনাতত্ত্ব Probability Theory	295

1 বাস্তব সংখ্যা (REAL NUMBER)

১৯৮৩ সালে কলকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ে একটি ছাত্রশিক্ষা মেলায় আয়োজন হয়েছিল। এই মেলায় আমরা নিজস্বের হাতের তৈরি জিনিস বিক্রি করেছি।



আমরা যখন মেলায় যাই, তখন আমরা নিচের দ্রব্য বিক্রি করেছি।

তাঁহাটাই পাড়ার উন্নতির জন্য ক্রয়কে মন করল।



এই মেলায় কী কী জিনিস কত কত টাকায় বিক্রি হলো তার তালিকা তৈরি করে নিচের লিখ।

ব্রতিন কার্ড বিক্রি করে	৬৫ টাকা	আচাৰ বিক্রি করে	১৪৫ টাকা
ছবি বিক্রি করে	২৭৫ টাকা	শান্তি বিক্রি করে	৭৪২ টাকা
কাপড়ের ব্যাগ বিক্রি করে	৭১২ টাকা	পাঁপড় বিক্রি করে	১১৫ টাকা

জেন্ধি, বোর্ড লেখা তথ্যে অনেকগুলি সংখ্যা লেখা আছে।

এই সংখ্যাগুলি কী ধরনের সংখ্যা জানার চেষ্টা করি।

৬৫ ২৭৫ ৭১২ ১৪৫ ৭৪২ ১১৫

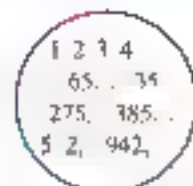
সংখ্যাগুলি স্বাভাবিক সংখ্যা Natural Numbers

গণনা করা থেকেই সংখ্যার সৃষ্টি হয়েছে তাই ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ এগুলিকে আমরা গণনার সংখ্যা বা স্বাভাবিক সংখ্যা বলি।

স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ মধ্যে সবচেয়ে ছোটটি সংখ্যা ।



আমি স্বাভাবিক সংখ্যাগুলি পাশের কৃত্রিমতার ক্ষেত্রে লিখি ও স্বাভাবিক সংখ্যার দল গড়ি।



স্বাভাবিক সংখ্যার দল

স্বাভাবিক সংখ্যার দলকে সাধারণভাবে ইংরেজি বর্ণমালার 'N' অক্ষর দ্বারা সূচিত করা হয়।

মনাখী তাব ছবি বিক্রি করে ২৭৫ টাকা পেয়েছিল। কিন্তু সে সম্পূর্ণ টাকাই অর্থাৎ ২৭৫ টাকা পাড়ার উন্নতির জন্য ক্রয়কে মন করল।

এখন মনাখীর কাছে পড়ে রইল ২৭৫ টাকা - ২৭৫ টাকা = ০ টাকা

০ কি স্বাভাবিক সংখ্যা?

০ কি স্বাভাবিক সংখ্যা?

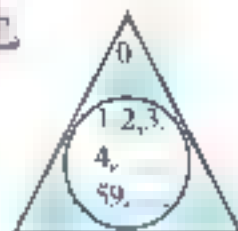
০ কি স্বাভাবিক সংখ্যা? Natural Numbers

স্বাভাবিক সংখ্যাগুলি পাশের কৃত্রিমতার ক্ষেত্রে লিখি ও স্বাভাবিক সংখ্যার দল গড়ি।

এই স্বাভাবিক সংখ্যার দলকে সাধারণভাবে ইংরেজি বর্ণমালার 'W' অক্ষর দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

আমি অখণ্ড সংখ্যাগুলি পাশের কৃত্রিমতার ক্ষেত্রে লিখি ও অখণ্ড সংখ্যার দল গড়ি।

অখণ্ড সংখ্যার দলকে সাধারণভাবে ইংরেজি বর্ণমালার 'W' অক্ষর দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।



অখণ্ড সংখ্যার দল



- ১ কাকি বিক্রি করে ও আচার বিক্রি করে মোট ৩৩ টাকা পেয়েছে হিসাব করে লিখি
কাকি বিক্রি করে ও আচার বিক্রি করে মোট পেয়েছে 65 টাকা + 385 টাকা = 450 টাকা
450 একটি সংখ্যা অর্থাৎ এটি প্রাচীন সংখ্যা যার কারণে এটি পূর্ণ সংখ্যা

আমি যে কোনো দুটি স্বাভাবিক সংখ্যা যোগ করে দেখছি।

এটি প্রমাণ করে দেওয়া যায় যে যোগ করে সংকীর্ণ সংখ্যা হয়। [বিভিন্ন স্বাভাবিক সংখ্যা নিয়ে যোগ করে নিজে যাচাই করি]

- ২ য কোনো দুটি অখণ্ড সংখ্যার যোগফল সর্বদা অখণ্ড সংখ্যা হবে। [বিভিন্ন অখণ্ড সংখ্যা নিয়ে যোগ করে নিজে যাচাই করি]
- ৩ আমি যে কোনো দুটি স্বাভাবিক সংখ্যা বা অখণ্ড সংখ্যা গুন করি ও কী পাই লিখি। [বিভিন্ন অখণ্ড সংখ্যা নিয়ে গুন করে নিজে যাচাই করি]

আমি দুটি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল মনে পড়ে আসে। [বিভিন্ন অখণ্ড সংখ্যা নিয়ে গুন করে নিজে যাচাই করি]

- ৪ যদি দুটি স্বাভাবিক সংখ্যা বিয়োজ্য কবি বিয়োজ্য সংখ্যা দ্বারা কৈনা দাঁড়া
দুটি স্বাভাবিক সংখ্যা 65 ও 385 নিলাম।

$$65 + 385 = 450$$

65 থেকে 385 বিয়োজ্য করে 320 পেলাম যা স্বাভাবিক সংখ্যা নয়।

অর্থাৎ দুটি প্রাচীন সংখ্যার যোগফল - অখণ্ড সংখ্যা হয়।

- ৫ 320 কী পরনের সংখ্যা?
320 একটি পূর্ণ সংখ্যা।

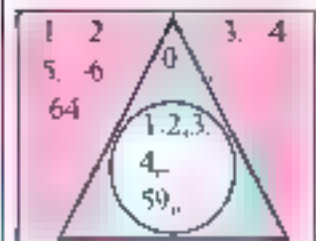


পূর্ণসংখ্যার দলকে সাধারণভাবে ইংরেজি বর্ণমালায় Z অক্ষর দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

আমি পূর্ণসংখ্যাগুলি পাঠের আনন্দাঙ্কন করে লিখি ও পূর্ণসংখ্যার দল গড়ি

পূর্ণসংখ্যার দল দেখছি কিছু সংখ্যা 0 শূন্য অপেক্ষা ছোট অপেক্ষা কিছু
সংখ্যা 0 (শূন্য) অপেক্ষা ছোটো এদের কী বলা হয়?

0 অপেক্ষা বড়ো পূর্ণসংখ্যা অর্থাৎ 1, 2, 3, ... এরকম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা
Positive integers এবং 0 অপেক্ষা ছোটো পূর্ণসংখ্যা অর্থাৎ -1, -2, -3
এদের ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা Negative integers বলা হয়।



কিছু 0 (শূন্য) একটি পূর্ণসংখ্যা যা ধনাত্মক বা ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা নয়।





10 $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$ এদের $\frac{2}{3}$ এর কী কল হা.

$\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$ তদ্ব্যবহারিক $\frac{2}{3}$ এর সমতুল্য মূলদ সংখ্যা (Equivalent rational numbers) বা সমতুল্য ভগ্নাংশ (Equivalent fractions) বলা হয়.

যদি $\frac{p}{q}$ কে মূলদ সংখ্যা বলা হবে যদি p ও q পূর্ণসংখ্যা হয় এবং $q \neq 0$ হয়. প্রয়োজন যখন $\frac{p}{q}$ লিখিত আকারে প্রকাশ করি অর্থাৎ p ও q এর মধ্যে 1 ছাড়া কোনো সাধারণ উৎপাদক থাকবে না অর্থাৎ সাধারণ p ও q কে **সম্পূর্ণ মৌলিক সংখ্যা** (Coprime) হতে হবে.

11 নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর যুক্তি দিয়ে লিখি.

সকল মূলদ সংখ্যাই কি পূর্ণসংখ্যা? প্রতিটি পূর্ণসংখ্যা কি মূলদ সংখ্যা?
(i) প্রতিটি পূর্ণসংখ্যাই কি অখণ্ড সংখ্যা?



- (i) $\frac{1}{2}$ মূলদ সংখ্যা কিন্তু $\frac{1}{2}$ পূর্ণসংখ্যা নয়. তাই বলতে পারি যে সব মূলদ সংখ্যা পূর্ণসংখ্যা নয়.
(ii) ধরি n একটি পূর্ণসংখ্যা এবং যোহত n কে লেখা যায় $\frac{n}{1}$ তাই n একটি মূলদ সংখ্যা.
(iii) [নিজে লিখি]

এমন সংখ্যা আছে যা হিন্দু ক্রান্তি বলা হয়. এটি মূলদ সংখ্যা নয়. এটি অখণ্ড সংখ্যা. এটি অখণ্ড সংখ্যা. এটি অখণ্ড সংখ্যা. এটি অখণ্ড সংখ্যা.



আমি প্রথমে সংখ্যাবোধের স্বাভাবিক সংখ্যা বসাই.



দেখছি যতই ডানদিকে যাব ততই বড়ো সংখ্যা পাবো. সবচেয়ে বড়ো সংখ্যা নেই.

এবার আমি সংখ্যাবোধের অখণ্ড সংখ্যা বসাই.



দেখছি যতই ডানদিকে যাব ততই বড়ো সংখ্যা পাবো. সবচেয়ে বড়ো সংখ্যা নেই.



আমি সংখ্যাবোধের পূর্ণসংখ্যা বসাই. সবচেয়ে বড়ো ও সবচেয়ে ছোটো পূর্ণসংখ্যা কী? 0. কি নিশ্চিত পারি?



0-এর ডানদিকে যত যাব ততই বড়ো সংখ্যা পাবো এবং 0-এর বামদিকে যত যাব তত ছোটো সংখ্যা পাবো. সংখ্যাবোধের যে কোনো পূর্ণসংখ্যার ডানদিকের পূর্ণসংখ্যাগুলি ওই পূর্ণসংখ্যার থেকে বড়ো কিন্তু বামদিকের পূর্ণসংখ্যাগুলি ওই পূর্ণসংখ্যার থেকে ছোটো. যেমন 3 এর ডানদিকের যে কোনো পূর্ণসংখ্যা 3 এর থেকে বড়ো কিন্তু 3 এর বামদিকের যে কোনো পূর্ণসংখ্যা 3 এর থেকে ছোটো.

সবচেয়ে ছোটো পূর্ণসংখ্যা ও সবচেয়ে বড়ো পূর্ণসংখ্যা পাবো না.



12. কিন্তু সংখ্যারেখায় মূলদ সংখ্যা কীভাবে স্থাপন করব? প্রথমে 2 ও 3 এর মধ্যে 1 টি মূলদ সংখ্যা হিসাব করে লিখি ও সংখ্যারেখায় স্থাপন করি।



2 ও 3 এর মধ্যস্থান হলো 2 ও 3-এর যেকোনো একটি মূলদ সংখ্যা 2 ও 3-এর যেকোনো সংখ্যক পাঁচভাগ করলে 2 এর সঙ্গে 3 যোগ করে 2 নিয়ে ভাগ করব অর্থাৎ $\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$ হলো 1 টি মূলদ সংখ্যা যা 2 ও 3 এর মধ্যে অবস্থিত। $\frac{5}{2}$ মূলদ সংখ্যাটি সংখ্যারেখায় স্থাপন করলাম।

13. আমি সংখ্যা রেখায় 2 ও 3 এর মধ্যে আরও 4 টি মূলদ সংখ্যা লিখি।

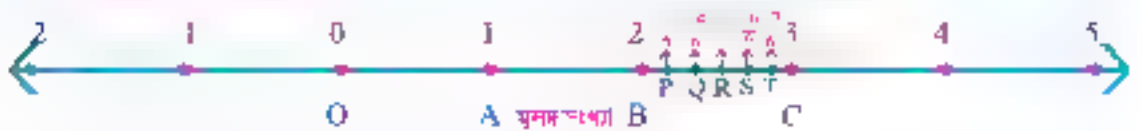
2 ও 3-এর মধ্যবর্তী 1 টি মূলদ সংখ্যা $\frac{5}{2}$ পেয়েছি।

2 ও $\frac{5}{2}$ এর মধ্যবর্তী একটি মূলদ সংখ্যা $\frac{2 + \frac{5}{2}}{2} = \frac{9}{4}$	2 ও $\frac{9}{4}$ এর মধ্যবর্তী একটি মূলদ সংখ্যা $\frac{2 + \frac{9}{4}}{2} = \frac{17}{8}$
$\frac{5}{2}$ ও 3 এর মধ্যবর্তী একটি মূলদ সংখ্যা $\frac{\frac{5}{2} + 3}{2} = \frac{11}{4}$	$\frac{11}{4}$ ও 3 এর মধ্যবর্তী একটি মূলদ সংখ্যা $\frac{\frac{11}{4} + 3}{2} = \frac{23}{8}$

14. অন্যভাবে হিসাব করি সংখ্যারেখায় 2 ও 3 এর মধ্য আরও এমন 5 টি মূলদ সংখ্যা লিখি।

এমন ৫ টি লিখি 2 ও 3 এর সমতুল্য মূলদ সংখ্যা লিখি যার হারে $9 + 1 = 10$ আছে।
 $2 = \frac{2}{1} = \frac{2}{6}$ এবং $3 = \frac{3}{1} = \frac{18}{6}$ 2 ও 3 এর মধ্যবর্তী 5 টি মূলদ সংখ্যা $\frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{16}{6}, \frac{7}{6}$

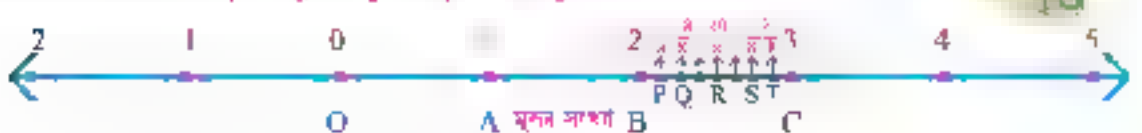
15. সংখ্যারেখায় $\frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}$ এবং $\frac{7}{6}$ মূলদ সংখ্যাগুলি স্থাপন করি।



প্রথমে O বিন্দুর ডানদিকে (O)A = 1 একক নিলাম OB = 2 একক এবং (O)C = 3 একক BC-কে সমান 6 ভাগ ভাগ করবোমাত্র BP = $\frac{1}{6}$ একক OP = OB + BP = $(2 + \frac{1}{6})$ একক = $\frac{13}{6}$ একক

সুতরাং $\frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}$ এবং $\frac{7}{6}$ মূলদ সংখ্যাগুলি সংখ্যারেখায় স্থাপন করে P, Q, R, S ও T বিন্দু পেলাম।

16. সংখ্যারেখায় $\frac{9}{4}, \frac{7}{8}, \frac{5}{2}, \frac{11}{4}$ এবং $\frac{23}{8}$ মূলদ সংখ্যাগুলি স্থাপন করি।



প্রথমে 2 $\frac{17}{8}, \frac{9}{4}, \frac{5}{2}, \frac{23}{8}$ ও 3 মূলদ সংখ্যাগুলির সমতুল্য মূলদ সংখ্যা লিখি যার হার 8

$$2 = \frac{16}{8}, \frac{17}{8}, \frac{9}{4} = \frac{18}{8}, \frac{5}{2} = \frac{20}{8}, \frac{11}{4} = \frac{22}{8}, \frac{23}{8} \text{ এবং } 3 = \frac{24}{8}$$

(ii) এবার O বিন্দুর তানদিকে $OA = 1$ একক নিলাম $OB = 2$ একক এবং $OC = 3$ একক

BC -কে সমান ৪ ভাগে ভাগ করলাম যদি $BP = \frac{1}{8}$ একক $OP = OB + BP = (2 + \frac{1}{8})$ একক $= \frac{17}{8}$ একক

সুতরাং $\frac{7}{8}, \frac{9}{4}, \frac{5}{2}, \frac{11}{4}, \frac{23}{8}$ মূলদ সংখ্যাগুলি সংখ্যারেখায় স্থাপন করে P, Q, R, S ও T বিন্দু পেলাম

লী কী পলার লিখি

(i) যদি x ও y দুটি মূলদ সংখ্যা যেখানে $x < y$

$\frac{x+y}{2}$ একটি মূলদ সংখ্যা যা সংখ্যারেখায় x ও y এর মধ্যে অবস্থিত

(ii) আবার x ও y দুটি মূলদ সংখ্যা এবং $x < y$ হলে

সংখ্যারেখায় x ও y এর মধ্যে n সংখ্যক মূলদ সংখ্যা নীচের মতো করেও নিতে পারি

$(x + d), (x + 2d), (x + 3d), \dots, (x + nd)$ যেখানে $d = \frac{y-x}{n+1}$

সংখ্যারেখায় x ও y এর মধ্যে n মূলদ সংখ্যা হলো $(x + d), (x + 2d), (x + 3d), \dots, (x + nd)$

$(x + nd)$ যেহেতু n যত ইচ্ছা বড়ো নেওয়া সম্ভব, তাই যে কোনো দুটি মূলদ সংখ্যার মধ্যে মূলদ সংখ্যার সংখ্যা হবে অসংখ্য।



17 আমি $\frac{1}{7}$ ও $\frac{1}{6}$ এর মাঝে একটি মূলদ সংখ্যা লিখি

$\frac{1}{7}$ ও $\frac{1}{6}$ এর মধ্যে একটি মূলদ সংখ্যা $\frac{\frac{1}{7} + \frac{1}{6}}{2} = \frac{13}{84}$

18 আমি $\frac{3}{5}$ ও $\frac{4}{5}$ এর মাঝে পাঁচটি মূলদ সংখ্যা লিখি

এখানে $x = \frac{3}{5}$, $y = \frac{4}{5}$ এবং $n = 5$ সুতরাং $d = \frac{\frac{4}{5} - \frac{3}{5}}{5+1} = \frac{1}{6} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$

সুতরাং পাঁচটি মূলদ সংখ্যা $(x + d), (x + 2d), (x + 3d), (x + 4d)$ এবং $(x + 5d)$

অর্থাৎ $(\frac{3}{5} + \frac{1}{30}), (\frac{3}{5} + \frac{2}{30}), (\frac{3}{5} + \frac{3}{30}), (\frac{3}{5} + \frac{4}{30}), (\frac{3}{5} + \frac{5}{30})$

অর্থাৎ $\frac{9}{30}, \frac{20}{30}, \frac{21}{30}, \frac{22}{30}, \frac{23}{30}$

পাঁচটি মূলদ সংখ্যা $\frac{9}{30}, \frac{2}{5}, \frac{7}{10}, \frac{11}{15}, \frac{23}{30}$ যেগুলি $\frac{3}{5}$ ও $\frac{4}{5}$ এর মধ্যে থাকবে



19 আমি ৭ ও ৬ এর মাঝে ৬ টি মূলদ সংখ্যা লিখি

৭ ও ৬-এর মধ্যে ৬ টি মূলদ সংখ্যা লিখব

৭ ও ৬-এর সমভুল্য মূলদ সংখ্যা লিখি যার হারে $6 + \dots = 7$ আছে।

$5 = \frac{35}{7}$ এবং $6 = \frac{42}{7}$

৭ ও ৬ এর মধ্যবর্তী ৬ টি মূলদ সংখ্যা, $\frac{36}{7}, \frac{37}{7}, \frac{38}{7}, \frac{39}{7}, \frac{40}{7}$ ও $\frac{41}{7}$



20 আমি ৭ ও ৬ এর মাঝে ৩ টি মূলদ সংখ্যা হিসাব করে লিখি ও সংখ্যারেখায় পসাই [নিজে করি]

21 আমি $\frac{1}{2}$ ও $\frac{2}{3}$ এর মাঝে ৩ টি মূলদ সংখ্যা লিখি ও সংখ্যারেখায় পসাই [নিজে করি]

22 আমি $\frac{1}{3}$ ও $\frac{1}{4}$ এর মাঝে ৩ টি মূলদ সংখ্যা লিখি ও সংখ্যারেখায় পসাই [নিজে করি]



কবে দেখি—৩.১

- মূলদ সংখ্যা কাকে বলে লিখি 4 টি মূলদ সংখ্যা লিখি
- 0 কি একটি মূলদ সংখ্যা? 0 কে P ও Q [যেখানে P ও Q পূর্ণসংখ্যা এবং $Q \neq 0$ এবং P ও Q এর মধ্যে 1 ছাড়া কোনো সাধারণ উৎপাদক নে থাকে] আকারে প্রকাশ করি
- নীচের মূলদ সংখ্যাগুলি সংখ্যারেখার স্থাপন করি
 (i) 7 (ii) -4 (iii) $\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{9}{2}$ (v) $\frac{2}{3}$ (vi) $\frac{11}{5}$ (vii) $\frac{13}{4}$
- নীচের প্রতিটি ক্ষেত্রে মূলদ সংখ্যা দুটির মধ্যে একটি মূলদ সংখ্যা লিখি ও সংখ্যারেখায় বসাই
 (i) 4 ও 5 (ii) -3 ও 2 (iii) $\frac{1}{4}$ ও $\frac{1}{2}$ (iv) 1 ও $\frac{1}{2}$ (v) $\frac{1}{4}$ ও $\frac{1}{5}$ (vi) 2 ও 3
- 4 ও 6 এর মধ্যে 3 টি মূলদ সংখ্যা লিখি ও সংখ্যারেখায় বসাই
- 3 ও 2 এর মধ্যে 6 টি মূলদ সংখ্যা লিখি ও সংখ্যারেখায় বসাই
- $\frac{1}{4}$ ও $\frac{1}{5}$ এর মধ্যে 3 টি মূলদ সংখ্যা লিখি
- বক্তব্যটি সত্য হলে (T) ও মিথ্যা হলে (F) পাশে বসাই।
 (i) দুটি পূর্ণসংখ্যা যোগ বিয়োগ ও গুণ করে পূর্ণসংখ্যা পাই
 (ii) দুটি পূর্ণসংখ্যা ভাগ করে সর্বদাই পূর্ণসংখ্যা পাই
- দুটি মূলদ সংখ্যার যোগ বিয়োগ, গুণ ও ভাগ (ভাজক শূন্য নয়) করলে কী সংখ্যা পাবো লিখি।

গাঠনিক অ্যাক্টিভিটি: দুটি মূলদ সংখ্যার যোগ বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করে পূর্ণসংখ্যা পাবো কি? আরও দুটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে একই কাজ করুন।
 মূলদ সংখ্যা দুটির যোগ বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করে পূর্ণসংখ্যা পাবো কি? আরও দুটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে একই কাজ করুন।
 ভাজকের সর্বদাই মূলদ সংখ্যা পাবো কি?

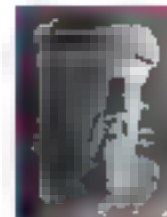


কিছু কিছু মূলদ সংখ্যাগুলি অখণ্ড হতে সক্ষম নয়। যেমন $\frac{P}{Q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না (যেখানে P ও Q পূর্ণসংখ্যা এবং $Q \neq 0$) তাদের কী বলব?

উদাহরণ: $\frac{P}{Q}$ ও $\frac{R}{S}$ মূলদ সংখ্যা দুটির যোগ বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করে পূর্ণসংখ্যা পাবো কি? অমূলদ সংখ্যা (Irrational Number) বলে হয়।

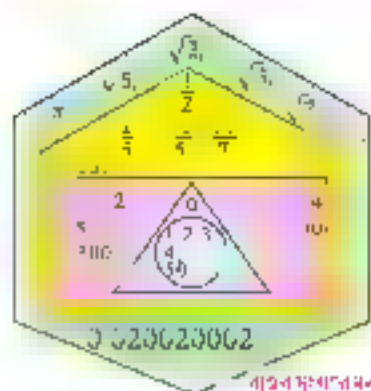
উদাহরণ: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ 0.101 0 1101 1 10

খ্রিস্টের দ্বাদশ শতাব্দীতে গোল্ডেন সেকল নামের গ্রন্থে প্রথম অমূলদ সংখ্যার কথা লেখা হয়। তার নামের কারণ হলো এটি একটি অখণ্ড সংখ্যা।
 খ্রিস্টের ষোল্লশ শতাব্দীতে গোল্ডেন সেকল নামের গ্রন্থে প্রথম অমূলদ সংখ্যার কথা লেখা হয়।
 খ্রিস্টের ষোল্লশ শতাব্দীতে গোল্ডেন সেকল নামের গ্রন্থে প্রথম অমূলদ সংখ্যার কথা লেখা হয়।



Pythagoras of Samos
570 BC - 495 BC

দ্ব্যর্থক। সকল মূলদ সংখ্যা ও সকল অমূলদ সংখ্যা মিলে \mathbb{R} সংখ্যা ভূমি যে কোনো বাস্তব সংখ্যা হয় মূলদ সংখ্যা নতুবা অমূলদ সংখ্যা।



Cancer	Prevalence
1945-1948	1945-1948

ਸੰਘੀ ਸਰਕਾਰ ਦੇ ਅੰਦਰ ਸਥਾਪਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਮੁੱਖ ਘੋਸ਼ਣਾ 1976 ਵਿੱਚ ਕੀਤੀ ਗਈ ਸੀ। ਇਸਦੀ ਮੁੱਖ ਘੋਸ਼ਣਾ 1976 ਵਿੱਚ ਕੀਤੀ ਗਈ ਸੀ।

৬. নোভেল স্ট্রীট লাইট বাল্বের ক্যাটফিল্ড ও ডিফ্রিক্টাইল প্রিন্সিপল ও Dedektind) এই বইগুলিতে কতটুকু জানা যায় প্রবন্ধ লেখকগণের

श्रीगणेशाय नमः । श्री कृष्णाय नमः । तस्य नाम जपः ३० प्रतिदिनं ३ वर्षे भक्त्या स्वर्गाय हस्त आसीत् ।

पिथागोरस का प्रमेय (Pythagoras Theorem)

যেকোনো সমাকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, অতিভুজ = লম্ব ÷ ভূমি।
অর্থাৎ যেকোনো সমাকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত
বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ত্রিভুজের অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত
বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান। সমাকোণী ত্রিভুজ
ABC এর ক্ষেত্রে $AC^2 = AB^2 + BC^2$, $\angle ABC = 90^\circ$



23. **उत्पल संख्या** 5 **कृ ३** **वर्षार कौतुक भाषण कन शरु निर्**

ইমুন ভ্যাকসিনে একটি ব্যাকটেরিয়া ছিল ABCD গ্রন্থি যা একটি বাইরে দৈর্ঘ্য ১ সেমি।

$AB = BC = \dots$ (একটি)

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} \text{ সেমি.} = \sqrt{1^2 + 1^2} \text{ সেমি} = \sqrt{2} \text{ সেমি.}$$

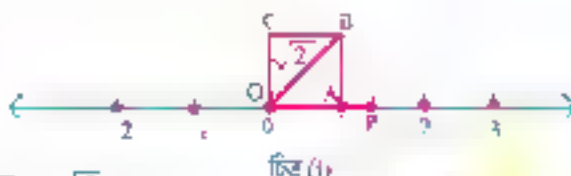
AC কার্ণের দৈর্ঘ্য $\sqrt{2}$ সেমি।

(ii) शक्ति (i) विष्णुविष्णु शक्ति निर्माण कायदा

$$OA = 1.47 \text{ cm}$$

$OABC$ একটি লম্বাকার ক্রান্তি ত্রৈভুজ। $OB = \sqrt{2}$ একক।

(১০) O বিন্দুতে কীট কম্পাসের কীট বসিয়ে OH ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকুন।
করনাম যা সংস্থারখাক P বিন্দুতে ছেদ করন। $OP = \sqrt{2}$ একক
যাচনন $\therefore \angle P = 45^\circ$ কারণ $\triangle OHP$ সমকোণী ত্রিভুজ।



- ২৪) অমূলক সংখ্যা $\sqrt{3}$ কে x -এর উপরে কীভাবে স্থাপন করা যায় তাই

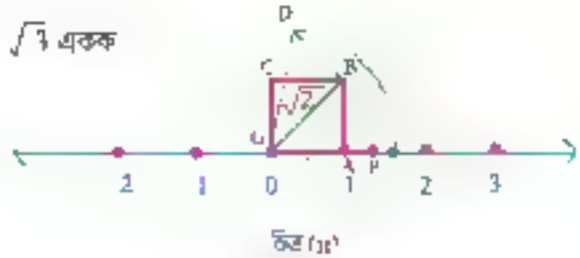
সেইভাবে চিত্র : এর OB এর উপরে BD লম্ব অঙ্কন করে $BD = 1$ একক নিল। O,D যুক্ত করল।
পিথাগোরাসের উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই

$$OD = \sqrt{OB^2 + BD^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1} \text{ একক} = \sqrt{3} \text{ একক}$$

O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OD-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করলাম যা সংখ্যারেখাকে Q বিন্দুতে ছেদ করল।

$$OQ = \sqrt{3} \text{ একক}$$

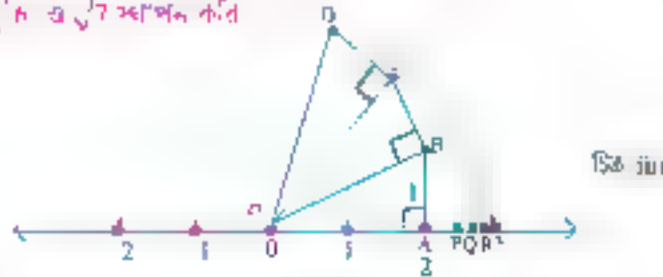
Q কে সংখ্যারেখায় স্থাপন করে Q বিন্দু পেলাম।



- ২৫) আমরা সংখ্যারেখায় O,B = 2 একক এবং B,D লম্ব এবং BD = 1 একক নিলাম। C,D এর সমান দৈর্ঘ্যের যাপন করে $\sqrt{5}$ অমূলক সংখ্যা সংখ্যারেখায় স্থাপন করে এ কোন বিন্দু পাই তাই।



- ২৬) আমরা সংখ্যারেখায় $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}$ স্থাপন করি।



- ১) প্রথমে সংখ্যারেখার O বিন্দুতে শূন্য স্থাপন করলাম। সংখ্যারেখার উপর এমনভাবে A বিন্দু নিলাম যাতে $OA = 2$ একক হয়।

A বিন্দুতে $OA \perp AB$ অঁকলাম এবং $AB = 1$ একক নিলাম।

পিথাগোরাসের উপপাদ্য থাক পেলাম $OB = \sqrt{2^2 + 1^2} \text{ একক} = \sqrt{5} \text{ একক}$

O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OB এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করলাম যা সংখ্যারেখাকে P বিন্দুতে ছেদ করল, $OP = \sqrt{5}$ একক।

$\sqrt{5}$ সংখ্যারেখায় স্থাপন করে P বিন্দু পেলাম।

- ২) এবার OB এর উপরে BC লম্ব টানলাম এবং $BC = 1$ একক নিলাম।

পিথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পেলাম

$$OC^2 = OB^2 + BC^2 = (\sqrt{5})^2 + (1)^2 \text{ বর্গএকক} = (5 + 1) \text{ বর্গএকক} = 6 \text{ বর্গএকক}$$

$$OC = \sqrt{6} \text{ একক}$$

O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OC এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করলাম যা সংখ্যারেখাকে Q বিন্দুতে ছেদ করল, $OQ = \sqrt{6}$ একক।

সংখ্যারেখায় $\sqrt{6}$ অমূলক সংখ্যাটি স্থাপন করে Q বিন্দু পেলাম।



২৭ একইভাবে, ৭ অমূলদ সংখ্যাটি সংখ্যারখায় স্থাপন করে R বিন্দু 'পল্লম' [নির্ভর করি]

এখানে, ৭ এর একটি বর্গমূল $\sqrt{7}$ । এর জন্য $\sqrt{7}$ বিন্দুটি স্থাপন করতে পারেন। $\sqrt{7}$ এর সংখ্যারখায় স্থাপন করে ও পালন

নুটি অমূলদ সংখ্যার যোগ বিয়োগ, গুণ ও ভাগ সংখ্যা (ভাগের সময় ভাজক শূন্য না হলে)

২৮ কিছু নুটি অমূলদ সংখ্যার যোগ বিয়োগ, গুণ ও ভাগ কি অমূলদ সংখ্যা হবে? নুটি অমূলদ সংখ্যা য'ক বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করে দেখি

$$\sqrt{5} + \sqrt{5} \text{ যোগ করে পাই } \sqrt{5} + \sqrt{5} = 0 \quad (\text{অমূলদ সংখ্যা})$$

নুটি অমূলদ সংখ্যার যোগক্ষে সর্বদা অমূলদ সংখ্যা হবে না

$$\text{আবার } \sqrt{7} - \sqrt{7} = 0$$

দাঁড় অমূলদ সংখ্যার বিয়োগক্ষে সর্বদা অমূলদ সংখ্যা হবে না

২৯ আমি যদি $\sqrt{5}$ এর সাথে $\sqrt{5}$ গুণ করি তাহলে কী পাই? দেখি

$$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = \sqrt{5 \times 5} = 5 \quad 5 \text{ এর বর্গমূল } \sqrt{5}$$

তাহলে, নুটি অমূলদ সংখ্যার গুণফল সর্বদা অমূলদ সংখ্যা হবে না

আমি নুটি অমূলদ সংখ্যা ভাগ করে দেখি তাহলে কী সর্বদা অমূলদ সংখ্যা হবে না? নির্ভর করে

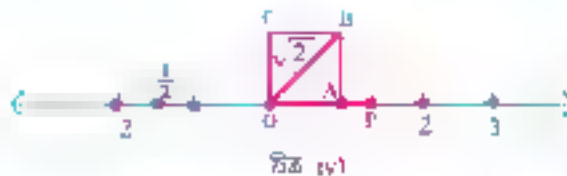
এখানে, নুটি অমূলদ সংখ্যার ভাগফল সর্বদা অমূলদ সংখ্যা হবে না

মন্তব্য: $\sqrt{9} = 3$ যদিও $3^2 = 9$ এবং $(-3)^2 = 9$

এবং $\sqrt{16} = 4$ যদিও $4^2 = 16$ এবং $(-4)^2 = 16$ বর্গমূলের $\sqrt{\quad}$ চিহ্ন সংখ্যার ধনাত্মক বর্গমূল বোঝাতে ব্যবহার করা হয়

নোট: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ এবং $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ এবং $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$ এবং $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$

ছোটো না বড়ো তা বুঝতে আমাদের সুবিধা হয়েছে



আমরা বুঝেছি $\sqrt{2} < 2$, $\frac{1}{2} < \sqrt{2}$ ইত্যাদি

বাস্তব সংখ্যা = \mathbb{Q} এর সাপেক্ষে কয়েকটি খুব প্রয়োজনীয় নিয়ম যেমন চলে। আমরা নিয়মগুলি বুঝতে চেষ্টা করি।

গণিত ৭.১.১. বস্তুত্বের নীতি: বাস্তব সংখ্যা a, b, c এর জন্য $a + b = c$ একটি বাস্তব সংখ্যা d আছে যেমন যদি $a = ৩$ এবং $b = ৪$ হয় তাহলে এক্ষেত্রে $a + b = ৭$ হবে

২. i) $a = b, b = c \Rightarrow a = c$

ii) $a < b, b < c \Rightarrow a < c$ যেমন ৩ < ৪ < ৭ $\Rightarrow ৩ < ৭$

a, b, c তিনটি বাস্তব সংখ্যা





১. (i) $a = b \Rightarrow a + c = b + c$
 (ii) $a < b \Rightarrow a + c < b + c$ যেমন $২ < ৭ \Rightarrow ৩ + ১ < ৭ + ১$
 a, b, c তিনটি বাস্তব সংখ্যা
 ২. (i) $a = b \Rightarrow a \times c = b \times c$
 (ii) $a < b$ এবং $c > 0 \Rightarrow a \times c < b \times c$
 যেমন $২ < ৭ \Rightarrow ৩ \times ১ < ৭ \times ১$ । কিন্তু $২ < ৭ \Rightarrow ৩ \times ১ < ৭ \times ১$
 a, b, c তিনটি বাস্তব সংখ্যা

উপরের নিয়মগুলিও বাস্তবসংখ্যার ক্রম সংক্রান্ত স্বতঃসিদ্ধ

স্বতঃসিদ্ধগুলির মাধ্যমে বাস্তবসংখ্যার অনেক উৎপাদ্য প্রমাণ করা যায়। যেমন

(i) $(a+b) = -(a+b)$, $a(0) = 0$ ইত্যাদি। আমরা বাস্তব সংখ্যার অঙ্ক করার সময় নিয়মগুলি ব্যবহার করি।

• কয়েক দৈর্ঘ্য—১.১

- বীজের সন্ধাব্যের কোনটি সত্য ও কোনটি মিথ্যা লিখি।
 (i) দুটি মূলদ সংখ্যার সমষ্টি সর্বদা মূলদ সংখ্যা হবে।
 (ii) দুটি অমূলদ সংখ্যার সমষ্টি সর্বদা অমূলদ সংখ্যা হবে।
 (iii) দুটি মূলদ সংখ্যার গুণফল সর্বদা মূলদ সংখ্যা হবে।
 (iv) দুটি অমূলদ সংখ্যার গুণফল সর্বদা অমূলদ সংখ্যা হবে।
 (v) প্রতিটি মূলদ সংখ্যাই বাস্তব সংখ্যা।
 (vi) প্রতিটি বাস্তব সংখ্যাই অমূলদ সংখ্যা।
- অমূলদ সংখ্যা বলতে কী বুঝি? ৪ টি অমূলদ সংখ্যা লিখি।
- বীজের সংখ্যাগুলির মধ্যে কোনটি মূলদ সংখ্যা এবং কোনটি অমূলদ সংখ্যা লিখি।

- (i) $\sqrt{9}$ (ii) $\sqrt{225}$ (iii) $\sqrt{7}$ (iv) $\sqrt{50}$ (v) $\sqrt{.00}$
 (vi) $\sqrt{8}$ (vii) $\sqrt{42}$ (viii) $\sqrt{29}$ (ix) $\sqrt{1000}$

- সংখ্যার মাঝে $\sqrt{5}$ স্থাপন করি।
- সংখ্যার মাঝে $\sqrt{3}$ স্থাপন করি।
- একই সংখ্যার মাঝে $\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{12}, \sqrt{15}, \sqrt{18}, \sqrt{21}$ স্থাপন করি।

মূলদ সংখ্যাদের যোগ বিয়োগ, গুণ ও ভাগ অথবা আগেই শিখেছি। এখন আমরা কিছু অমূলদ সংখ্যার যোগ বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করতে শিখব। যেমন $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$, $3\sqrt{5} - \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$, $\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{35}$, $2\sqrt{7} \div \sqrt{7} = 2$ ইত্যাদি। আমরা বীজগণিতে শিখছি $a + a = 2a$, $3b - b = 2b$, $a \times b = ab$ ইত্যাদি। এগুলির সাহায্যে বাস্তব সংখ্যার বিভিন্ন প্রক্রিয়া কবি। কয়েকটি অমূলদ সংখ্যা একটি কাগজে ও কয়েকটি মূলদ সংখ্যা আর একটি কাগজে লিখে দেওয়াটা চাও। এরপর এদের থেকে দুটি করে সংখ্যা নিয়ে যোগ বিয়োগ গুণ ও ভাগ কবি।



একটি বাস্তব সংখ্যা a ও b এর যোগ $a + b$ এবং গুণ $a \times b$ এর ফলাফল যদি 0 হয় তবে a ও b এর যোগ ও গুণ 0 হয়।

30 আমি যে কোনো একটি বাস্তব সংখ্যা যার কিংবা $\sqrt{2}$ ও $2\sqrt{2}$ দিয়ে $\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$, $\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -\sqrt{2}$, $\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 2 \times (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) = 2 \times 2 = 4$, $\sqrt{2} \div 2\sqrt{2} = \frac{1}{2}$ অর্থাৎ বাস্তব সংখ্যা পেলোম।

31 অন্য যে কোনো দুটি বাস্তব সংখ্যা নিয়ে যার কিংবা $\sqrt{2}$ ও $2\sqrt{2}$ দিয়ে যোগ ও ভাগ করে যদি 0 ফলাফল হয় তবে 0 হয়।

32 আমরা যে কোনো তিনটি বাস্তব সংখ্যা a , b ও c নিয়ে বাস্তব সংখ্যার গুণন নিয়মগুলি নিজে যাচাই করি ও সেটা ওদের ব্যবহার করে আমরা কী কী সূত্রকে প্রমাণ করি।

(i) $(a + b) + c = a + (b + c)$ [যোগের সংযোগ নিয়ম]	(vi) $a + 0 = 0 + a = a$ [যোগের বিনিময় নিয়ম]
(ii) $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ [গুণের সংযোগ নিয়ম]	(vii) $a \times 1 = 1 \times a = a$ [গুণের বিনিময় নিয়ম]
(iii) $a(b + c) = ab + ac$ এবং $(a + b)c = ac + bc$ [বিতরণ নিয়ম]	
(iv) $a + 0 = a$ এবং $0 + a = a$ [যোগের একক উপাদান (additive identity element) বলে]	
(v) $a \times 1 = a$ এবং $1 \times a = a$ [গুণের একক উপাদান (multiplicative identity element) বলে]	
(vi) $a + (-a) = 0$ এবং $a + (a - 1) = a$ [যোগের সাপক্ষে a এর বিপরীত উপাদান (additive inverse element) বলে হয়]	
(vii) $a \times \frac{1}{a} = 1$ এবং $\frac{1}{a} \times a = 1$ [গুণের সাপক্ষে a এর বিপরীত উপাদান (multiplicative inverse element) বলে হয়]	

এই নিয়মগুলিকে বাস্তব সংখ্যার সত্ত্বসমূহ বলে হয়।

নিয়মগুলি নিজে নিজে যাচাই করি। সবল করার সময় নিয়মগুলির ব্যবহার লক্ষ করি।



33 সবল করি (i) $7\sqrt{2} + 7(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ (ii) $2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad & 7\sqrt{2} + 7(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \\
 &= 7\sqrt{2} + (7\sqrt{3} + 7\sqrt{2}) \quad [a(b+c) = ab + ac] \\
 &= 7\sqrt{2} + (7\sqrt{2} + 7\sqrt{3}) \quad [a+b = b+a] \\
 &= 7\sqrt{2} + 7\sqrt{2} + 7\sqrt{3} \quad [a+(b+c) = (a+b)+c] \\
 &= 14\sqrt{2} + 7\sqrt{3} \quad [a+a = 2a] \\
 &= 7\sqrt{3} \quad [0+a = a]
 \end{aligned}$$

(ii) $2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ প্রতি ধাপে বাস্তব সংখ্যার নিয়মগুলির ব্যবহার উল্লেখ করি।



$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

ଏକ ଏକାଠି ମାମା ବୋର୍ଡ଼େ ବାସ୍ତବ ସଂସ୍ଥାପକ ଏକାଠିରେ ପ୍ରକାଶ କରନ୍ତି

তারা বোর্ডে $4\frac{3}{8}$ ও $2\frac{1}{5}$ কে দশমিকে প্রকাশ করার চেষ্টা করছে

অমিও $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$ ও $\frac{3}{5}$ কে দশমিক প্রকাশ করি

$$\frac{1}{4} = 0.25 \quad \frac{3}{8} = 0.375 \text{ अथवा } 3 \frac{1}{8} = 3.2$$

ଆହୁରି ବୋର୍ଡ଼ ଅବଶ୍ୟକ ବିଶ୍ୱାସୀମାନଙ୍କୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଧାରାରେ ଯୌଗିକ ଟ୍ରଷ୍ଟିଆଙ୍କୁ ଦେଖିବାକୁ 2 ଏବଂ 5 ଆଡ଼େ ।

निर्देशनाम्न $\frac{1}{2}, \frac{3}{10}, \frac{7}{4}, \frac{8}{25}, \frac{9}{20}$

34. यदि $\frac{1}{2}, \frac{7}{6}, \frac{7}{4}, \frac{8}{24}, \frac{1}{30}$ संख्याओं का अंशमूलक ज्ञात करें। [निर्दिष्ट करें]

$\frac{1}{2}, \frac{3}{10}, \frac{7}{4}, \frac{8}{25}$ এবং $\frac{13}{20}$ এই লম্বব সংখ্যাগুলি দশমিক বিস্তার করার সময় দেখছি ভাগফল একটি দশমিক সংখ্যা হচ্ছে এবং ভাগশেষ শূন্য হচ্ছে যদি হরের মৌলিক উৎপাদক অবশেষে 2 এবং 5 থাকে

35 আচ্ছন্ন বস্তু কখন $\frac{F}{d}$ আকারের মূলদ সংখ্যা নিলাচ দেখান d এর মৌলিক উৎপাদকে কেবলমাত্র 2 এবং 5 আছে এবং $\frac{F}{d}$ বস্তু লসমিক বিস্তার করে দেবহি ভগ্নফল একটি লসমিক সংখ্যা হজে ও ভগ্নফল শূন্য হজে। নিজে যাচাই করি।

किन्तु अइहदाम् पञ्चमिक मःशाद्या की दामव ?

ଏହାକୁ ଅର୍ଦ୍ଧେକ ପରିଧିକୁ ଅଂଶ୍ୟ ବନା ହୁଏ

$\frac{P}{q}$ আয়তনের মূলতঃ সংখ্যাতক জন্মদিকে বিস্তার করলে সমীচ মধ্যমিক সংখ্যা পাওয়া যদি q -এর যৌলিক উৎপাদকে কেবলমাত্র 2 এবং 5 থাকে

যদি $\frac{P}{Q}$ অংশের মূলসম সাংখ্যিক দর্শককে লব্ধ্যের দ্বারা ঘটিত হয় এবং মৌলিক ভেদগুণক অপেক্ষিত হয় এবং n থাকবে না, তবে কী পাই দেখি

36 ક્રાંતિ $\frac{6}{3}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{6}{7}$ રાસુર મજશાનુલિ દર્શશિક્ક પ્ત્તાશ કયિ ૬ હી અદિ ત્તિ

$$\frac{5}{3} > 3 \frac{5}{3}$$

$\begin{array}{r} 17 \\ 6 \end{array} \rightarrow 6 \begin{array}{r} 2.833 \\ .7 \\ 2 \\ \hline 50 \\ 48 \\ \hline 20 \\ 18 \\ \hline 20 \\ 18 \\ \hline 2 \end{array}$



$$\begin{array}{r} 16 \\ \overline{7} \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 6 \\ + 4 \\ \hline 20 \\ + 4 \\ \hline 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ 36 \\ 40 \\ 49 \\ 0 \\ 7 \\ 30 \\ 28 \\ 20 \\ \underline{+ 4} \\ 6 \end{array}$$

পেলায়:

$\frac{5}{4} = 1.66 = 1.6$ ভাগশেষ 2 2 2 উৎস 3]

$$\frac{1}{6} = 2.833 = 2.83 \text{ [ভাগশেষ ১ ২. ২ ভাগের ৬]}$$

$$\frac{16}{7} = 2.2857142857142$$

$$= 2 \times 57 \div 4$$

দেখছি প্রতিটি ভাগ ফিল্ড না অর্থাৎ ভাগশেষ ০ জানছে না। অর্থাৎ দশমিকে বিস্তার করার প্রতিটি আবৃত দশমিক সংখ্যা পাচ্ছি।

অর্থাৎ অন্য 'হাফ'এন $\frac{E}{2}$ জাকারের মূলদ সংখ্যাক দশমিক তিনবার কলনায় 'হাফ'এন q এর মৌলিক উৎপাদক কলনমাত্র ? এবং $4 - q$ এর আবহ দশমিক সংখ্য 'পল'এন নিউজ করি।

[illegible]

37. नीचा द्रव्य जल में घुलने की क्षमता के अनुसार क्रमबद्ध कीजिए।
 (a) CH_4 , C_2H_6 , C_3H_8 , C_4H_{10} , C_5H_{12}
 (b) CH_4 , C_2H_6 , C_3H_8 , C_4H_{10} , C_5H_{12}
 (c) CH_4 , C_2H_6 , C_3H_8 , C_4H_{10} , C_5H_{12}
 (d) CH_4 , C_2H_6 , C_3H_8 , C_4H_{10} , C_5H_{12}

(i) $\frac{7}{16}$ (ii) $\frac{9}{25}$ (iii) $\frac{15}{56}$ (iv) $\frac{19}{80}$ (v) $\frac{3}{24}$

(i) $\frac{7}{16}$ और 16

এক, $16 = 2^4$

16. এল 2 ছাড়া বোনো মৌলিক উৎপাদক নয়।

16. એક નિર્માણિક પ્રકાશ કદગ્રાહન એકાદિ સર્જીએ નિર્માણિક સંસ્થા ખાતે

- (১) একইভাবে $\frac{10}{1}$ এর দশস্থিতিক প্রকাশ একটি সমীচ দশস্থিক সংখ্যা [নিজে করি]

(ii) $\frac{5}{7}$ এর স্থান 56 এবং $56 = 7 \times 2^3$

১৬. এক মৌলিক উৎপাদকে ২ ছাড়াও অন্যর একটি মৌলিক উৎপাদক ৭ আছে।

২৪. এল লগামিতিক প্রকাশ্য একটি লসীম লগামিত সংখ্যা পাওয়া বা আবৃত্ত লগামিত সংখ্যা পাওয়া

আমি একইভাবে (iv) ও (v) নিজে করি।

- 38.** ଆଇ. ମି. ୨୫ ଏକ ସ୍ୱଳ୍ପତମ ମ. ଶାସ୍ତ୍ରାବଳି ଲେଖନିକା ବିଜ୍ଞାନ କବି ଏବଂ କେଉଁଟି ମନୁଷ୍ୟ ଲେଖନିକା ସଂସ୍ଥା ଏବଂ କେଉଁଟି ଆଦର ଲେଖନିକା ସଂସ୍ଥା ଲିଖି

$$\frac{3}{11} \quad \text{(ii)} \quad \frac{5}{8} \quad \text{(iii)} \quad \frac{7}{24} \quad \text{(iv)} \quad \frac{17}{25}$$



$$\textcircled{1} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 1 \end{array} \rightarrow 1. \begin{array}{r} 2727 \\ 30 \\ 22 \\ \hline 80 \\ 77 \\ 30 \\ 2 \\ 8 \end{array}$$

(ii) $\frac{5}{8} \rightarrow 0.625$

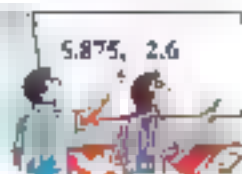
	625
5)	50
-48	
20	
-16	
40	
-40	
0	

= 0.625

একটি
এর দশমিক

ଆସି ଏକହେଉଦ (11) ଓ (12) ନମ୍ବର ନିମ୍ନ ଉପାଦାନ

ইছন ও ডিয়াসা কোর্ডে অনেকগুলি সঙ্গীত দর্শনিক সংখ্যা ও আদৃত দর্শনিক সংখ্যা
লিখছে তারা লিখছে 5 875, 2.6, 0.45 এবং 1 2857.4



39. ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਤੀਤੀ ਸੰਸੀਮ ਦਸ਼ਮਿਕ ਸੰখਿਆ $\frac{P}{Q}$ ਪ੍ਰਤੀਤੀ ਅਵਸ਼ੁਦ ਦਸ਼ਮਿਕ ਸੰখਿਆ $\frac{P}{Q}$ ਕਿ ਮੂਲਦ ਸੰਖਿਆ $\frac{P}{Q}$ ਆਮਿ ਉਪਾਨਰ ਸੰਖਿਆ ਨਿਕਲ ਮੂਲਦ ਸੰਖਿਆ ਅਰਥਾਤ $\frac{P}{Q}$ ਅੰਕਾਰ ਧਰਮਿਨ P ਅ ਪ੍ਰਸੰਗਿਕਾ ਆਰ $Q = 1$ ਪ੍ਰਕਾਰ: ਕਲਾਤਿ ਫਲਿਤਿ ਫਲਿ

$$4.875 = \frac{4875}{1000} = \frac{47}{8}$$

$$26 = 2 + 6 = 2 + \frac{6}{9} = 2 \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \text{ [অন্যভাবে } 26 = \frac{26}{9} \frac{2}{1} = \frac{8}{3}]$$

$$0.45 \quad \frac{49}{100} \quad \frac{5}{11}$$

$$1.28574 = \frac{1285714}{999999} = \frac{1285713}{999999} = \frac{9 \times 142857}{7 \times 142857} = \frac{9}{7}$$

দেখছি বোর্ডে কেবল প্রতিটি সন্মীম ও আনুষ্ঠানিক সংখ্যা মূল্য সংখ্যা



40. कार्य $\frac{47}{8}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{5}{1}$ एवं $\frac{6}{7}$ मूलन संख्याएँ निम्नलिखित संख्याओं के अंश भाग हैं। (सिद्धांत कवि)

41. अभि १५ एका गीतक एव भास नान्दक की आवाज सुनाना ठीक नहीं। निष्कर्ष करो।

আমি অন্য যেকোনো সময়ে দশমিক সংখ্যা এবং আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা নিয়ে একইভাবে দেখছি প্রতিটি সমীকরণ দশমিক সংখ্যা এবং আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা যুক্ত সংখ্যা

ভাষা: ন সংখ্যার দশমিক বিস্তার সসীম দশমিক সংখ্যা দ' আদত দশমিক সংখ্যা হাল সংখ্যাটি মনদ সংখ্যা হত।

42 মূলদ সংখ্যা ও অদশমিক সংখ্যার কবচের কী পার্থক্য দেখাচ্ছে। নিচের অমূলদ সংখ্যা, অদশমিক বিস্তার কবচের কী পার্থক্য দেখি?

অমূল্য সংস্কারকে দশমিকে বিস্তার করলে অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যা পাবে' non-terminating and non-recurring এবং যে সংস্কার দশমিকের বিস্তার অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যা সেই সংখ্যা অমূল্য সংখ্যা

যেখান 0 | 0 | 0 | 0 | 0. একটি অফলাইন সংখ্যা কান্ডন এটি অসীম ও অনাদৃত আন্তর নহে





45. আমি সংখ্যারেখায় ২.২৫৬ বাস্তব সংখ্যাটি স্থাপন করি।

(i) ২.২৫৬ বাস্তব সংখ্যাটি সংখ্যারেখায়

৩ ও ৪-এর মধ্যে আছে, তাই ৩ ও ৪-এর ২ মধ্যবর্তী সরলরেখাংশকে ১০টি সমান ভাগে ভাগ করলাম ও লগ্ন দিলাম।

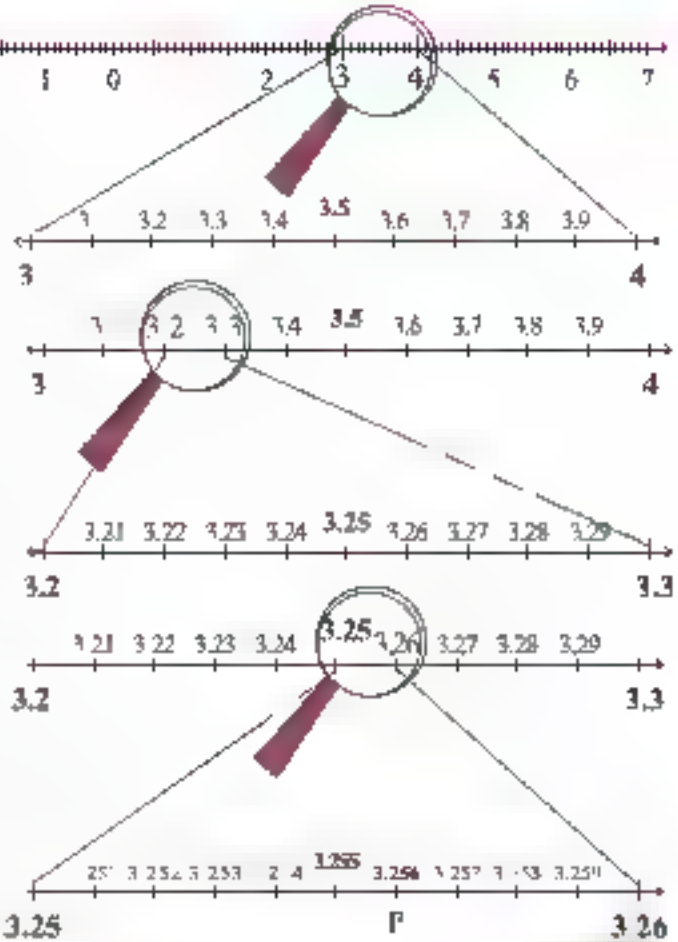
৩ এর পরে প্রথম ভাগে ৩.১

তারপরে পর পর ভাগে ৩.২, ৩.৩

৩.৭ পর্যন্ত লিখলাম।

(ii) ৩.২৫৬ যেহেতু ৩.২ ও ৩.৩-এর মধ্যে আছে, তাই ৩.২ ও ৩.৩ এর মধ্যবর্তী সরলরেখাংশকে ১০টি সমান ভাগে ভাগ করলাম ও লগ্ন দিলাম। ৩.২-এর পরে প্রথম ভাগে ৩.২১ এবং তারপরে পর পর ৩.২২, ৩.২৩, ৩.২৪, ৩.২৫, ৩.২৬, ৩.২৭, ৩.২৮, ৩.২৯ পর্যন্ত লিখলাম।

(iii) ৩.২৫৬ যেহেতু ৩.২৫ ও ৩.২৬-এর মধ্যে আছে, তাই ৩.২৫ ও ৩.২৬ এর মধ্যবর্তী সরলরেখাংশকে আবার ১০টি সমান দূরত্ব ভাগ করলাম এবং ৩.২৫-এর পরে পরপর ৩.২৫১, ৩.২৫২, ৩.২৫৩, ৩.২৫৪ ও ৩.২৫৫ লিখলাম এবং ৩.২৫৬-এ চিহ্নিত করে P বিন্দু পেলাম।



সংখ্যারেখায় ২.২৫৬ বাস্তব সংখ্যাটি স্থাপন করে P বিন্দু পেলাম।

এই পদ্ধতিতে সংখ্যারেখায় কোনো শূন্য সংখ্যাক স্থাপন করার ক্ষমতা হল।

এইভাবে আত্মস কাঁচের Magnifying glass মধ্যম নুটি সংখ্যার মধ্যবর্তী সরলরেখাংশকে সমান ভাগে ভাগ করে যে কোনো বাস্তব সংখ্যার অবস্থান নির্দেশ করার পর্যায়ক্রমিক বিবর্তক পদ্ধতি (Process of successive magnification) বলা হয়।

46. আমি এই পদ্ধতিতে ২.৬৭, ২.৬৭ এবং ২.৬৭ সংখ্যাগুলি সংখ্যারেখায় স্থাপন করি ও কান বন্দু পাই দেখি। নিজে করি।

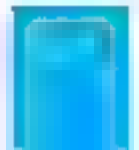
তিতলি লার্ড অনেক আবৃত দর্শনিক সংখ্যা লিখেছে। সংখ্যারেখা ২.৬৭, ২.৬৭, ২.৬৭।

কিন্তু আবৃত দর্শনিক সংখ্যা কীভাবে সংখ্যারেখায় স্থাপন করি।

উপরের মত আত্মস কাঁচের সাহায্যে ঠিকমতো আঁতবটি বেছে নিয়ে পরপর আবৃত দর্শনিক সরলরেখাংশকে সমান ০টি ভাগে ভাগ করে আবৃত দর্শনিক সংখ্যাগুলি সংখ্যারেখায় প্রতিস্থাপন করতে পারি।

আমি ২.৬৭ আবৃত দর্শনিক সংখ্যাটি সংখ্যারেখায় স্থাপন করি।

প্রথমে ২.৬৭ আবৃত দর্শনিক সংখ্যাটি ২ দশমিক পর্যন্ত লিখে পাই। $2.67 = 2.67$



i) 2.67 সংখ্যাটি সংখ্যাবোধ্য 2 ও 3-এর মাঝে অবস্থিত তাই আগের মতো 2 ও 3 এর মধ্যবর্তী সরলরেখাংশকে 10টি সমান ভাগে ভাগ করলাম।

ii) এবার যেহেতু 2.677 সংখ্যাটি 2.6 ও 2.7-এর মাঝে আছে তাই 2.6 থেকে 2.7-এর মধ্যবর্তী সরলরেখাংশকে আবার 10টি সমান ভাগে ভাগ করলাম।

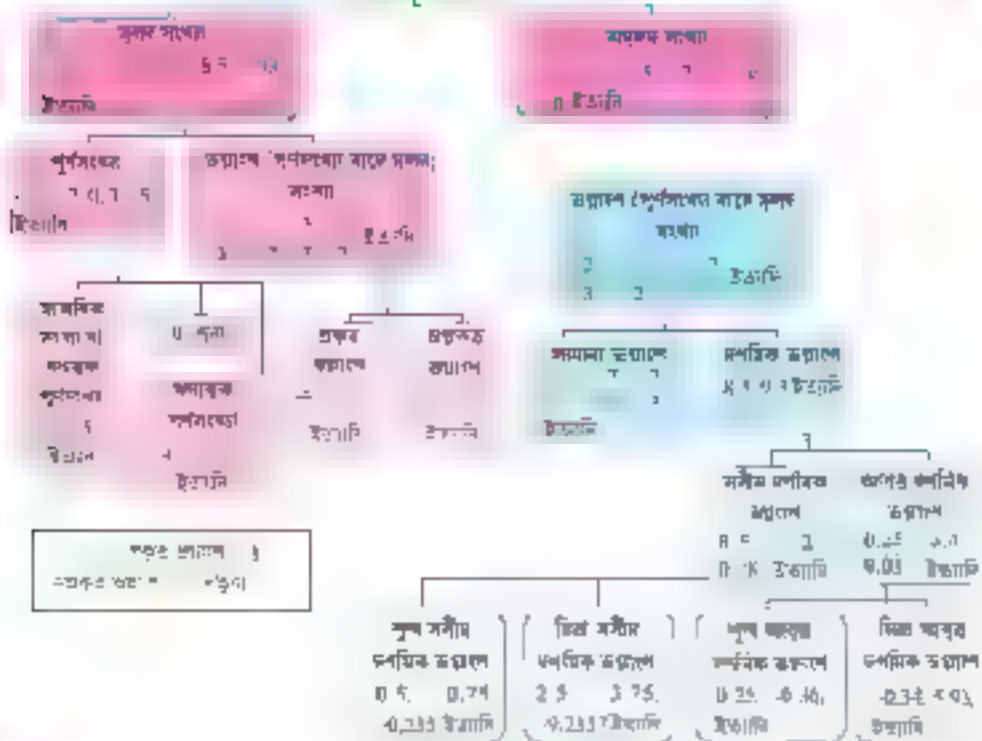
iii) আবার যেহেতু 2.677 সংখ্যাটি 2.67 ও 2.68-এর মাঝে আছে তাই 2.67 থেকে 2.68-এর মধ্যবর্তী সরলরেখাংশকে আবার 10টি সমান ভাগে ভাগ করলাম 2.67, 2.677 এবং 2.678 এর মধ্যে আছে।

iv) আরও নিখুঁত মান পাওয়ার জন্য 2.677 ও 2.678 এর মধ্যবর্তী

সরলরেখাংশকে 10টি সমান ভাগে ভাগ করলাম উপরের চিত্রে দেখছি 2.67 সংখ্যাটি প্রতিস্থাপন করে যে বিন্দুটি পেলাম তা 2.677 এর থেকে 2.678 এর বেশি কাছে অবস্থিত এবং 2.677 ও 2.678 এর মধ্যে অসংখ্য অমূল্য সংখ্যাও আছে।

যখন সঠিকভাবে মান - উপপদ্ধতি এবং ন ক্রম ভেদি সামান্য ভুল পদ্ধতি আসলে সংখ্যাবোধ্য স্থাপন করতে পারি।

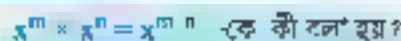
সংখ্যিক তথ্য



করে দেখি-১.৩

- ভাগ ৯১ করে নীচের কোন সংখ্যাগুলির দশমিকে বিভাজ্য অসীম হবে লিখি
(i) $\frac{7}{80}$ (ii) $\frac{3}{24}$ (iii) $\frac{17}{12}$ (iv) $\frac{16}{125}$ (v) $\frac{4}{35}$
 - নীচের প্রত্যেক সংখ্যার দশমিকে বিভাজ্য করি ও কী ধরনের দশমিকে বিভাজ্য হবে লিখি
i) $\frac{1}{1}$ ii) $\frac{5}{8}$ iii) $\frac{3}{3}$ iv) $\frac{1}{8}$ v) $\frac{2}{1}$ vi) $\frac{7}{25}$
 - নীচের প্রতিটি সংখ্যা $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করি যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$
(i) 0.3 (ii) 1.3 (iii) 0.54 (iv) 0.34 (v) 3.14
vi) 0.17 vii) 0.47 viii) 0.54 ix) 0.001 x) 0.63
 - 4 টি সংখ্যা লিখি যাদের দশমিকে বিভাজ্য অসীম ও অনাবৃত্ত (Non-terminating and non-recurring)
 - $\frac{5}{7}$ ও $\frac{9}{7}$ এর মধ্যে 3 টি ভিন্ন অমূলদ সংখ্যা লিখি
 - $\frac{3}{7}$ ও $\frac{1}{3}$ এর মধ্যে 2 টি ভিন্ন অমূলদ সংখ্যা লিখি
 - নীচের সংখ্যাগুলির যথায় কোনটি মূলদ সংখ্যা এবং কোনটি অমূলদ সংখ্যা লিখি
i) $\sqrt{47}$ ii) $\sqrt{625}$ iii) $\sqrt{6.5757}$ iv) 116.0010001
 - সংখ্যারেখায় নীচের সংখ্যাগুলি স্থাপন করি
(i) 5.762 (ii) 2.321 (iii) 1.052 (iv) 4.178
 - 2.26 ও 5.54 সংখ্যা দুটি 4 দশমিক স্থান পর্যন্ত সংখ্যারেখায় স্থাপন করি
 - 0.23233233323332... এবং 0.2121121112111... 2 সংখ্যা দুটির মধ্যে দুটি মূলদ সংখ্যা লিখি
 - 0.2 ও 0.1 এবং 0.2222 বা 0.2 এর মধ্যে দুটি মূলদ সংখ্যা লিখি
 - স্বভাবিক সংখ্যা, অখণ্ড সংখ্যা, পূর্ণসংখ্যা, মূলদ সংখ্যা, অমূলদ সংখ্যা ও বাস্তব সংখ্যা নিয়ে দশটি সত্য বাক্য ও দশটি মিথ্যা বাক্য লিখি
 - একটি গুণ করতে 2 টাকা ও একটি যোগ করতে 1 টাকা লাগলে নীচের সংখ্যাগুলোগুলির মান নির্ণয় করতে কত টাকা লাগবে দেখি এবং কী নিয়ম ব্যবহার করে সবচেয়ে কম কত টাকায় সংখ্যাগুলোটির মান বার করা যায় লিখি
(i) $3x^2 + 2x + 1$ যখন $x = 5$ (ii) $2x^2 + 3x + 2x + 3$, যখন $x = 7$
- (সংকেত $3 \times 5^2 + 2 \times 5 + 1$ $3 \times 5 \times 5 + 2 \times 5 + 1$ এখানে লিখি 3 টি গুণ ও 2 টি যোগ করতে লাগছে তাই মোট 5 টাকা লাগছে)
- কিন্তু যদি বিচ্ছিন্ন বিষয় প্রয়োগ করে, $3x^2 + 2x + 1 = x(3x + 2) + 1$ লিখি তবে 2 টি গুণ ও 2 টি যোগ করতে হচ্ছে, তাই 6 টাকা লাগছে।





$x^m \times x^n = x^{m+n}$ যেখানে x বাস্তব সংখ্যা এবং m, n দুটি যেকোনো পূর্ণসংখ্যা।
 সংশ্লিষ্ট বৈশিষ্ট্যটি হল **Exponentiation & Law of Indices** বলা হয়।

7. অধি x ব x^3 নিয়ে ও x বো x দিগে তল কৰি সুস্থানে x শূন ছাতি বাস্তব সংখ্যা ও x পাই নহয়।

$x \div x = \frac{x^5}{x^3} = \frac{\overset{\text{X}}{\text{X}} \overset{\text{X}}{\text{X}} \overset{\text{X}}{\text{X}} \overset{\text{X}}{\text{X}} \overset{\text{X}}{\text{X}}}{\text{X} \text{X} \text{X}} = x^2 = x^{5-3}$ आदि। $x^7 \div x^5 = \frac{x^7}{x^5} = \frac{\overset{\text{X}}{\text{X}} \overset{\text{X}}{\text{X}} \overset{\text{X}}{\text{X}} \overset{\text{X}}{\text{X}} \overset{\text{X}}{\text{X}} \overset{\text{X}}{\text{X}}}{\text{X} \text{X} \text{X} \text{X} \text{X}} = x^2 = x^{\frac{7}{1}-\frac{5}{1}}$

- **अभि x^{21} तक x^x किया जायेगा और x शून्य छात्रों के लिए स २५ एवम् ३० मिनट के लिए होगा, ६ को अभि दर्श**

একইভাবে, $x^m \div x^n = \frac{x^m}{x^n} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x \text{ (m সংখ্যক)}}{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x \text{ (n সংখ্যক)}} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x \text{ (m-n সংখ্যক)}}{1} = x^{m-n}$
 সব ও হ্রস্ব (খালি) সংখ্যক x স্বয়ংসংলগ্ন করে নেয়ায়।

একইভাবে, $x^m \div x^n = \frac{1}{x^{n-m}}$ যখন $n > m$

প্রশ্নসমূহ ৪ জনের ছাড়া প্রত্যেক কাকুলতা লাভের মত এবং ৩৩ ৩৩ টি মনোবৃত্তি পরিসংখ্যান হ্রাস

$$x^m = \begin{cases} x^{m-n} & \text{यदि } m > n \\ 1 & \\ x^{n-m} & \text{यदि } n > m \end{cases}$$

- [illegible]

$$2^{2^3} = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2 = 2^{2+2+2+1} = 2^8 = 2^{2^3} = 256$$

४. एकलिंगी वास्तव संख्याएं और \mathbb{R} , \mathbb{C} पूर्ण बनाने के पूर्णतः राश \mathbb{R} , \mathbb{C} एक ही मान गति 'म'।

$$\begin{aligned} & (x^{III})^{II} \quad x^{II}, x^{II} \quad x^{III} \text{ D संशुद्ध} \\ & = x^{III} \text{ तो } x^{II} \text{ संशुद्ध} \end{aligned}$$

xⁱⁱⁱⁱ [যেহেতু m ও n দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। সুতরাং mm ও একটি সন্যাত পূর্ণসংখ্যা।

জেনারাম, x একটি বাস্তব সংখ্যা এবং n, n দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে, $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$

- [illegible]

$$6^k = \underbrace{3 \times 2}_{3 \times 2} \times \underbrace{3 \times 2}_{3 \times 2} \times \underbrace{3 \times 2}_{3 \times 2} \times \underbrace{3 \times 2}_{3 \times 2} \times \underbrace{3 \times 2}_{3 \times 2} \times \underbrace{3 \times 2}_{3 \times 2} \times \underbrace{3 \times 2}_{3 \times 2} \times \underbrace{3 \times 2}_{3 \times 2}$$

$$= \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{3^8} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{2^8}$$

$$= 3^8 \times 2^8$$

ନିମ୍ନଲିଖିତ କାଳାପାଳୀକା ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କ ନାମ ଓ ଶ୍ରେଣୀ ସଂଖ୍ୟା ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଛି ।

১৬. ১ নম্বর ক্রম সংখ্যা এবং ১০ একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে, $3x^2$ কী হতে পারে।

$$\begin{aligned}(xy)^m &= \underbrace{(xy)(xy)\dots(xy)}_{m \text{ সংখ্যক}} \\ &= \underbrace{x \times x \times \dots \times x}_{m \text{ সংখ্যক}} \times \underbrace{(y \times y \times \dots \times y)}_{m \text{ সংখ্যক}} \\ &= x^m y^m\end{aligned}$$



13. আমি একইভাবে $\left(\frac{x}{y}\right)^m$ কে হ্যাঁ দিছি যেখানে x কোনো বাস্তব সংখ্যা ও y শূন্য ছাড়া বাস্তব সংখ্যা এবং m কন্যাতক পূর্ণসংখ্যা (০ দিয়া ভাগ অসম্ভব)

$$\left(\frac{x}{y}\right)^m = \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdots \frac{x}{y} \quad (m \text{ সংখ্যক}) = \frac{x \cdot x \cdot x \cdots x \quad (m \text{ সংখ্যক})}{y \cdot y \cdot y \cdots y \quad (m \text{ সংখ্যক})} = \frac{x^m}{y^m}$$

পেলায় x ও y যে কোনো বাস্তব সংখ্যা এবং m যেকোনো একটি কন্যাতক পূর্ণসংখ্যা হলে

$$(xy)^m = x^m y^m \text{ এবং } \left(\frac{x}{y}\right)^m = \frac{x^m}{y^m} \quad (\text{যেখানে } y \neq 0)$$

আমরা সূচকের কী কী নিয়মাবলি পেলাম লিখি

x ও y যেকোনো দুটি বাস্তব সংখ্যা এবং m, n দুটি কন্যাতক পূর্ণসংখ্যা হলে

$$i. x^m \cdot x^n = x^{m+n} \quad (ii) x^m \div x^n = \begin{cases} x^{m-n} & \text{যখন } m > n \\ \frac{1}{x^{n-m}} & \text{যখন } m < n \end{cases} \quad x \neq 0$$

$$(iii) (x^m)^n = x^{mn} \quad (iv) (xy)^m = x^m \cdot y^m \quad (v) \left(\frac{x}{y}\right)^m = \frac{x^m}{y^m} \quad y \neq 0$$

14. আমি ত্রিভুজের সমকোণীকৃত নিয়মানুসারে সাধারণ সংখ্যাগুলির সর্বোচ্চ মান লিখি

(i) $\frac{2}{3^6} \cdot \frac{1}{3^5}$

(ii) $\frac{40^2}{5^9 \cdot 2^{30}}$

(iii) $\frac{6 \cdot 3^2}{7^3 \cdot 3^4}$

(iv) $\frac{33^4 \times 6^3 \times 2}{12^3 \times 11^2}$

(v) $(0.75)^9 \times 8^9$

(vi) $3^3 \times 5^5 (7^3 \cdot 5^4)$

(vii) $2^3 \times 5^2$

(viii) $3^4 + 11 \cdot 3^4$

(i) $\frac{2^7 \cdot 3^9}{6^6 \cdot 3^2} = \frac{2^7 \cdot 3^9}{(3 \times 2)^6 \cdot 3^2} = \frac{2^7 \cdot 3^9}{3^6 \cdot 2^6 \cdot 3^2} = \frac{2^7 \cdot 3^9}{2^6 \cdot 3^8} = 2^1 \cdot 3^1 = 6$

(ii) $\frac{40^2}{5^9 \cdot 2^{30}} = \frac{(8 \times 5)^2}{5^9 \cdot 2^{30}} = \frac{8^2 \cdot 5^2}{5^9 \cdot 2^{30}} = \frac{(2^3)^2 \cdot 5^2}{5^9 \cdot 2^{30}} = \frac{2^6 \cdot 5^{12-9}}{2^{30}} = \frac{2^6 \cdot 5^3}{2^{30}} = 2^{6-30} \cdot 5^3 = 2^{-24} \cdot 5^3 = 2^4 \cdot 5^5 = 8000$

(vi) $(0.125)^9 \times 8^9 = (0.125 \times 8)^9 = (1.000)^9 = (1)^9 = 1$

একইভাবে (iii), (iv), (v), (vii) ও (viii)-এর সর্বোচ্চ মান নিজে লিখি

15. আমার কাছে ৭ টি গুটি আছে। আমি ২ জনের মধ্যে গুটিগুলি সমান ভাগ ভাগ করে দিচ্ছি। হিসাব করে দেখি প্রত্যেক কতগুলি গুটি পাবে

প্রত্যেকে পাবে $(2^5 + 2^5)$ টি $= 2^{5+1}$ টি $= 2^6$ টি গুটি

16. কিন্তু আমি যদি ২ টি গুটি ২ জনের মধ্যে সমান ভাগে ভাগ করে দিচ্ছি এবং প্রত্যেক কতগুলি গুটি পাবে হিসাব করে দিচ্ছি

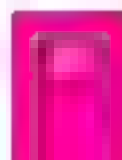
সেখানে প্রত্যেকে পাবে $(2^5 + 2^5)$ টি $= \frac{2^5}{2}$ টি $= 2^4$ টি



কিন্তু ২ মান কত?

যদি 2^a ১ দিচ্ছি তাহলে $2^m \div 2^n = 2^{m-n}$ সূত্রটি মান্যতা পাবে $m = n$ এর জন্য যখন $a \neq 0$

অর্থাৎ আমরা লিখতে পারি $2^5 \div 2^5 = 2^{5-5} = 2^0$



সমীক্ষা অনুযায়ী যদি x একটি (শূন্য ছাড়া) বাস্তব সংখ্যা হয় এবং n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয় তাহলে

$$\{ \forall \} x^0 = 1 \quad \{ \forall n \} x^{-n} = \frac{1}{x^n} \quad \{ \forall n \} x^n = (x^{-n})^{-1}$$

এই সংজ্ঞার পর x^n মানে বৃত্তে পাবলো যেখানে x শূন্য ছাড়া বাস্তব সংখ্যা এবং n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।
পেলায় x শূন্য ছাড়া যে কোনো বাস্তব সংখ্যা হলে

$$\{ \forall n \} x^n = (x^{-n})^{-1} = \frac{1}{x^{-n}} \text{ হবে যেখানে } n \text{ যে কোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা}$$

17 $x^3 \times x^5$ কত হবে নির্ণয় যেখানে x শূন্য ছাড়া বাস্তব সংখ্যা

$$x^3 \times x^5 = x^{3+5} = x^8 = x^8 \times x^0 = x^8 \times 1 = x^8$$

18 $x^{-3} \times x^{-6}$ কত হবে নির্ণয় যেখানে x শূন্য ছাড়া বাস্তব সংখ্যা

$$x^{-3} \times x^{-6} = (x^{-1})^3 \times (x^{-1})^6 = \frac{1}{x^3} \times \frac{1}{x^6} = \frac{1}{x^{3+6}} = \frac{1}{x^9} = x^{-9} = x^{-(3+6)}$$

পূর্ণসংখ্যা হয়

19 2^3 এবং $(2^2)^3$ এর মধ্যে কোনটি বড়ো হিসাব করে নিশি

$$2^3 = 2^3 \text{ এবং } (2^2)^3 = 2^6 \text{ যেহেতু } 2^6 > 2^3 \therefore 2^2 > (2^2)^3$$

20 2^{-1} ও 2^{-6} এর মধ্যে কোনটি বড়ো? হিসাব করে নির্ণয় করো

21 (i) $2^{m+3} \times 2^{m-n}$ (ii) $2^{m+3} \times 2^{m-n} \times 2^{m-n}$

$$(i) \frac{2^{m+3} \times 2^{m-n}}{2^{m+3} \times 2^{m-n}} = 2^{m+3+m-n-m-n} = 2^{m+3-2m} = 2^{3-m}$$

$$i) \frac{2^{m+3} \times 2^{m-n}}{2^{m+3} \times 2^{m-n}} = \frac{2^{m+3} \times 2^{m-n}}{2^{m+3} \times 2^{m-n}} = \frac{2^{m+3} \times 2^{m-n}}{2^{m+3} \times 2^{m-n}} = \frac{4 \times 2^{m-n}}{2^{m+3} \times 2^{m-n}} = 4 \times 2^{m-n-m-3} = 4 \times 2^{-3} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

43 12

এক সমসংক্রম মান নির্ণয় করি

22 আমরা তুটির প্রতিদিন যত কাজ করছি ও অনেক ঘুড়ি উড়ন্ত যছি। এমনও কবেও শাকিলের কাছে অনেকগুলি ঘুড়ি পাড়ে আছে। তুমি কবেও যতগুলি ঘুড়ি পাড়ে আছে তার নং বারলে 36 হলে কিছু শাকিলের কাছে যতগুলি ঘুড়ি পাড়ে আছে তার নং বারলে 27 হলে হিসাব করে দেখি কত কত ঘুড়ি ঘুড়ি পাড়ে আছে।
ধরি তুমি কবেও পাড়ে আছে x টি ঘুড়ি

$$\text{সুতরাং, } x^2 = 36$$

$$\text{বা } x = \pm \sqrt{36} = \pm 6 \therefore x = 6 \text{ [যেহেতু ঘুড়ির সংখ্যা ঋণাত্মক হয় না]}$$

$$\text{পেলায় } x = 36^{\frac{1}{2}} = 6, \quad x \text{ কে } 36 \text{ এর বর্গমূল বলে}$$

ধরি শাকিলের কাছে y টি ঘুড়ি আছে

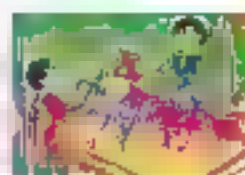
$$\text{সুতরাং } y^2 = 27$$

$$y = 27^{\frac{1}{2}} \quad y \text{ কে, } 27 \text{ এর বর্গমূল বলে}$$

$$\text{যেহেতু } 3 = 27^{\frac{1}{3}}$$

$$27^{\frac{1}{2}} = 3 \times 3$$

সুতরাং তুমি কবেও 6 টি ঘুড়ি ও শাকিলের কাছে 3 টি ঘুড়ি আছে



$$x=6 \text{ হলে, } x^2=36$$

$$x=-6 \text{ হলে, } x^2=36$$

$$\text{তাই, } x=\pm 6 \text{ হলে}$$

$$x = \pm \sqrt{36}$$



- ১৮) প্রাথমিক তান বাক্যের $2^x = 28$ লিখেছে। ভীষণ লেগে $2^x = 28$ সমীকরণ থেকে x এর মান কীভাবে পাবো হিসাব করে বেটা।

$$2^x = 28$$

$$\text{বা } 2^x = 2^7$$

(১) নং সমীকরণ থেকে কীভাবে x এর মান পাব?

(x) a বাস্তব সংখ্যা ও $a \neq 0, 1, -1$ এবং x, y মূলত সংখ্যা হলে, যদি $a^x = a^y$ হয়, তখন $x = y$ হবে।
 (xy) a, b পদাত্মক বাস্তব সংখ্যা এবং x শূন্য ছাড়া যে কোনো বাস্তব সংখ্যা হলে যদি $a^x = b^x$ হয় তখন $a = b$ ।
 আবার, $a^x = b^x \Rightarrow x = 0$

$$2^x = 2^7 \text{ হলে, পাবো } x = 7 \text{ [(x, নং থেকে পাই)]}$$

- ১৯) $a, b, c \in \mathbb{R}$ হলে প্রমাণ করি যে,

$$\begin{aligned} \text{প্রমাণ: } & \frac{x^a + x^b + x^c}{x^a + x^b + x^c} = \frac{x^a}{x^a + x^b + x^c} + \frac{x^b}{x^a + x^b + x^c} + \frac{x^c}{x^a + x^b + x^c} \\ &= \frac{x^a}{x^a(x^b + x^c + 1)} + \frac{x^b}{x^b(x^a + x^c + 1)} + \frac{x^c}{x^c(x^a + x^b + 1)} \\ &= \frac{x^a}{x^{a+b} + x^{a+c} + x^a} + \frac{x^b}{x^{b+a} + x^{b+c} + x^b} + \frac{x^c}{x^{c+a} + x^{c+b} + x^c} \\ &= \frac{x^a}{x^a + x^a + x^a} + \frac{x^b}{x^b + x^b + x^b} + \frac{x^c}{x^c + x^c + x^c} \\ &= \frac{x^a}{1 + x^a + x^a} + \frac{x^b}{x^{b+1} + 1 + x^b} + \frac{1}{x^c + x^{c+1} + 1} \\ &= \frac{x^a + x^b + 1}{x^a + x^b + 1} = 1 \text{ প্রমাণিত।} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + b + c &= 0 \\ a &= -b - c \text{ এবং} \\ a + c &= -b \end{aligned}$$

- ৩০) $2^x = 4, 3^x = 2$ হলে প্রমাণ করি যে, $xy = x(x + 2y)$

ধরি $2^x = 4, 3^y = 12 \Rightarrow k$ যেখানে $k \neq 0, 1, -1$

$$2^x = k \Rightarrow 2 = k^{\frac{1}{x}} \quad (i)$$

$$\text{আবার, } 3^y = k \Rightarrow 3 = k^{\frac{1}{y}} \quad (ii)$$

$$\text{আবার, } 12^x = k \Rightarrow 12 = k^{\frac{1}{x}} \quad (iii)$$

$$\text{এখন } 12 = 4 \times 3 = 2^2 \times 3$$

$$\text{সুতরাং, } k^{\frac{1}{x}} = (k^{\frac{2}{x}})^{\frac{1}{2}} \times k^{\frac{1}{x}}$$

$$\text{বা, } k^{\frac{1}{x}} = k^{\frac{2}{x}} \times k^{\frac{1}{x}}$$

$$\text{বা, } k^{\frac{1}{x}} = k^{\frac{2}{x} + \frac{1}{x}}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{x} + \frac{1}{y} \quad [\because a^x = a^y \Rightarrow x = y \text{ যখন } a \neq 0, 1, -1]$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{2y+x}{xy} \Rightarrow xy = x(x+2y) \text{ প্রমাণিত।}$$



সূচককে নিম্নমানের মূল্যে রাখার ক্ষেত্রে প্রয়োজন হ'ল। কিন্তু অমূলদ সূচককে ক্ষেত্রগুলি সূচককে নিম্নমানের মূল্যে রাখা হয়।

২০. 4^{-3} ইত্যাদি কী ধরনের বাস্তব সংখ্যা অর্থাৎ অমূলদ সূচক যুক্ত বাস্তব সংখ্যার কী ধরনের বাস্তব সংখ্যা তা আমরা উক্ত ক্ষেত্রে স্থিতি। কিন্তু আমরা শব্দে নেব এই ধরনের বাস্তব সংখ্যারও সূচকের নিম্নমানের মূল্যে রাখা হবে যেখানে তারা সংজ্ঞায়িত।

৩১. $p^a = q^b = r^c$ এবং $pqr = 1$ হলে প্রমাণ কর যে $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ [নির্দেশ করি]

উদাহরণ

১. মান নির্ণয় করি

(i) $(\sqrt[5]{8})^{\frac{2}{3}} \times (16)^{\frac{3}{2}}$

(ii) $\{ (125)^2 \times (.6)^{\frac{3}{2}} \}^{\frac{2}{3}}$

(iii) $4^{\frac{1}{2}} \times [2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{2}}] \div 9^{\frac{1}{4}}$

২. সরাসরি করি

(i) $(8a^3 + 27x^3)^{\frac{2}{3}} \times (64a^3 + 27x^3)^{\frac{-2}{3}}$

(ii) $1(x^3)^{\frac{2}{3}} \div 8$

(iii) $(2^{-1})^2$

(iv) $\sqrt[3]{8^2} \times \sqrt[3]{b^2} \times \sqrt[3]{a}$

(v) $\left(\frac{4^m \times \frac{1}{4} \times \sqrt{2} \times 2^m}{2 \sqrt{2} \times 2^m} \right)^{10}$

(vi) $9^{-3} \times \frac{16^{-4}}{6} \times \frac{1}{27} \div \frac{1}{3}$

(vii) $\left(\frac{x^m}{x^n} \right)^p \times \left(\frac{x^p}{x^q} \right)^r \times \left(\frac{x^r}{x^s} \right)^t \times \left(\frac{x^s}{x^t} \right)^u = 1$

৩. মানের উল্লিখিতমানসারে সাজাই

(i) $5^2, 10^4, 6^3$

(ii) $3^3, 2^2, 8^4$

(iii) $2^{60}, 3^{48}, 4^{36}, 5^{24}$

৪. প্রমাণ করি

(i) $\left(\frac{a^p}{a^q} \right)^r \times \left(\frac{a^q}{a^p} \right)^r \times \left(\frac{a^p}{a^q} \right)^r = 1$

(ii) $\left(\frac{x^m}{x^n} \right)^{m+n} \times \left(\frac{x^n}{x^m} \right)^{n+m} \times \left(\frac{x^m}{x^n} \right)^{m+n} = 1$

(iii) $\frac{x^m}{x^n} \times \frac{x^n}{x^m} \times \frac{x^m}{x^n} \times \frac{x^n}{x^m} \times \frac{x^m}{x^n} \times \frac{x^n}{x^m} = 1$

(iv) $(a^{x-y})^{x-y} \times (a^{y-z})^{y-z} \times (a^{z-x})^{z-x} = 1$

৫. $x = 2y$ এবং $b^2 = ac$ হলে দেখাই যে $a^{y-2} b^{2-y} c^{y-2} = 1$

৬. $a = xy^{p-1}$, $b = xy^{q-1}$ এবং $c = xy^r$ হলে দেখাই যে $a^p b^q c^r = 1$

৭. $x^3 = y^2 = z^2$ এবং $xyz = 1$ হলে দেখাই যে $a + b + c = 0$

৮. $a^x = b^y = c^z$ এবং $abc = 1$ হলে দেখাই যে $xy + yz + zx = 0$

9. সমাধান করি

(i) $49^x = 7^3$

(ii) $2^{x+2} + 2^{x-1} = 9$

(iii) $2^{x+1} + 2^{x+2} = 48$

(iv) $2^{4x} \cdot 4^{3x-1} = \frac{4^{x}}{2^{3x}}$

(v) $9 \times 81^x = 27^{2-x}$

(vi) $2^{5x-4} + 2^9 = 2^{-1}$

(vii) $6^{2x-4} = 3^{3x} \cdot 2^{x-8}$

10. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.)

(i) $(0.243)^{0.2} \times (1.0)^{0.6}$ এর মান

(a) 0.3

(b) 3

(c) 0.9

(d) 9

(ii) $2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} \times (16)^{\frac{1}{2}}$ এর মান

(a) 1

(b) 2

(c) 4

(d) $\frac{1}{2}$

(iii) $4^x = 8$ হলে, x এর মান

(a) $\frac{3}{2}$

(b) $\frac{9}{2}$

(c) 3

(d) 9

(iv) $20^{-x} = \frac{1}{9}$ হলে, $(20)^{2x}$ এর মান

(a) $\frac{1}{49}$

(b) 7

(c) 49

(d) 1

(v) $4 \times 5^x = 500$ হলে, x^x এর মান

(a) 8

(b) 1

(c) 64

(d) 27

11. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

(i) $(27)^x = (81)^y$ হলে x y কত হয় লিখি

(ii) $(5^5 \cdot 0.01)^7 \cdot (5^5 \cdot 0.01)^2 = 5^x$ হলে x এর মান কত হিসাব করে লিখি

(iii) $3 \times 27^x = 4^{x+4}$ হলে, x এর মান কত হিসাব করে লিখি

(iv) $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{64}\right)^2}$ এর মান কত হিসাব করে লিখি

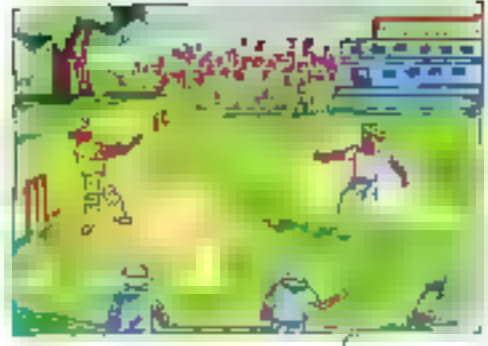
(v) 3^{x^3} এবং $(3^x)^3$ এর মধ্যে কোনটি বৃহত্তর যুক্তিসহ লিখি



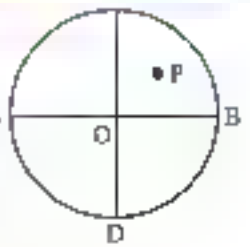
3

লেখচিত্র (GRAPH)

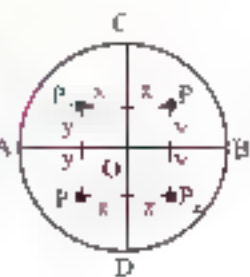
একটি দাঁড়ানো বস্তু বা একটি গাড়ি যখন সোজা পথে গতি করে তখন তার দাঁড়ানো বস্তু বা গাড়ির অবস্থান জানতে প্রথমে গুরা খাঁড়ায় বৃত্তের পরস্পর লম্ব দুটি ব্যাস AB ও CD আঁকল এবং ব্যাস দুটির কেন্দ্রবিন্দু O অর্থাৎ বৃত্তটির কেন্দ্রের নাম O মিল



ওরা খাঁড়ায় একটি বৃত্ত এঁকে দীর্ঘাক্ষর সঠিক অবস্থান ঠাল করার চেষ্টা করল। P বিন্দুতে যদি দীর্ঘাক্ষর দাঁড়িয়ে থাকে তবে ওর অবস্থান জানতে প্রথমে গুরা খাঁড়ায় বৃত্তের পরস্পর লম্ব দুটি ব্যাস AB ও CD আঁকল এবং ব্যাস দুটির কেন্দ্রবিন্দু O অর্থাৎ বৃত্তটির কেন্দ্রের নাম O মিল



P বিন্দুর দূরত্ব CD থেকে যদি x একক এবং AB থেকে y একক হয় তাহলে এই x একক এবং y একক দূরত্বের সহযোগে আমরা P বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করতে পারি। কিন্তু CD থেকে x একক এবং AP থেকে y একক দূরত্ব P বিন্দুর আরও তিনটি অবস্থান P_1, P_2, P_3 পাচ্ছি



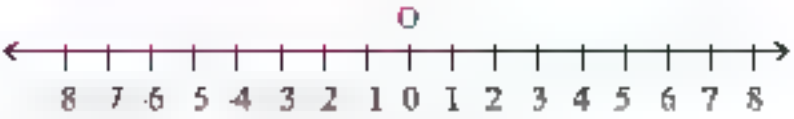
কিন্তু যদি বলি P বিন্দু AB সরলরেখাংশের ওপরেব দিকে আর CD সরলরেখাংশের A তানদিক এবং CD থেকে x একক এবং AB থেকে y একক দূরত্বে থাকে তাহলে P_1 বিন্দুর একটাই নির্দিষ্ট অবস্থান দেখতে পাচ্ছি

তাই দীর্ঘাক্ষর যাঠের লোখার জায়গা এমন বলতে পারব



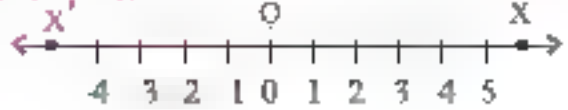
একটি স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা নির্মাণের জন্য আমরা একটি সরলরেখা নিয়ে কাজ করব। এই সরলরেখাটিকে আমরা x-একটি বিন্দু নির্দিষ্ট করে এই বিন্দুর লম্ব রেখাটিকে y-একটি বিন্দু নির্দিষ্ট করে এই বিন্দুটিকে O বলা হবে। O থেকে x-একক এবং y-একক দূরত্বে থাকে তাহলে P_1, P_2, P_3 পাচ্ছি

কার্তেসীয় পদ্ধতি (Cartesian System)

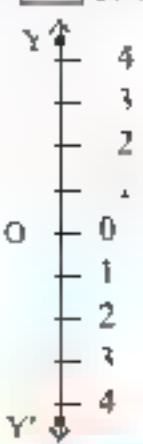


এই রেখাকে O হলো মূলবিন্দু। O থেকে ধনাত্মক দিকে 4 এর দূরত্ব 4 একক এবং ঋণাত্মক দিকে 2 এর দূরত্ব 2 একক। দে কার্তেসীয় এই রেখা দুটি সংখ্যারেখাকে একই তলে পরস্পর লম্বভাবে রেখে ওই তলের কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্ণয়ের ব্যবস্থার জন্ম দিয়েছিল।

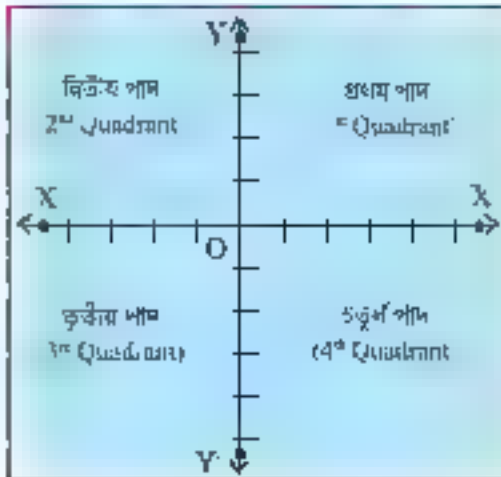
দুটি সংখ্যারেখা XOX' ও YOY' নেওয়া হলো



এটি ☐ রেখা



উদাহরণ: একটি স্থানাঙ্ক ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।



যেহেতু ধনাত্মক সংখ্যাগুলি OX এবং OY নিকে অবস্থিত তাই OX কে x -অক্ষের ধনাত্মক নিক এবং OY কে y -অক্ষের ধনাত্মক নিক বলা হয়। আবার যেহেতু ঋণাত্মক সংখ্যাগুলি OX এবং OY নিকে অবস্থিত তাই OX কে x -অক্ষের ঋণাত্মক নিক এবং OY কে y -অক্ষের ঋণাত্মক নিক বলা হয়।

অক্ষগুলি একত্রে ৪টি অংশে বিভক্ত করে। এই ৪টি অংশকে ১ম পাদ, ২য় পাদ, ৩য় পাদ ও ৪র্থ পাদ বলা হয়। আবার ওই ভলটিকে বলব কার্ভেজীয় ভল বা স্থানাঙ্ক ভল বা xy ভল।

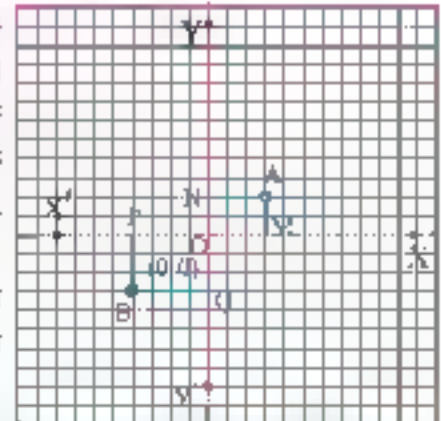
XOY কোণের মধ্যবর্তী অঞ্চলকে **প্রথম পাদ** বলা হয়।
 YOX কোণের মধ্যে অবস্থিত অঞ্চলকে **দ্বিতীয় পাদ** বলা হয়।
 XOY কোণের মধ্যে অবস্থিত অঞ্চলকে **তৃতীয় পাদ** এবং
 YOX কোণের মধ্যে অবস্থিত অঞ্চলকে **চতুর্থ পাদ** বলা হয়।

O কে **মূলবিন্দু** বলা হয়।

আমি হল কাগজে x ও y দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষ আঁকি এবং ছক কাগজের কোনো বিন্দু A এর অবস্থান এই অক্ষদ্বয় সাহায্যে নির্ণয় ও বর্ণিত বা নির্ণয় করা ও পান।

প্রথমে ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ১ একক ধরলাম। এবার A থেকে y -অক্ষের ওপর AN লম্ব টানলাম। এবার A থেকে x -অক্ষের ওপর AM লম্ব টানলাম। ফলে AM অক্ষ থেকে x -অক্ষের ধনাত্মক নিকে A বিন্দুর লম্ব দূরত্ব $NA = OM = 3$ একক এবং AN অক্ষ থেকে y -অক্ষের ধনাত্মক নিকে A বিন্দুর লম্ব দূরত্ব $MA = ON = 2$ একক।

একইরকম ভাবে y -অক্ষ থেকে x -অক্ষের ঋণাত্মক নিকে B বিন্দুর লম্ব দূরত্ব $QB = OF = 4$ একক এবং x -অক্ষ থেকে y -অক্ষের ঋণাত্মক নিকে B বিন্দুর লম্ব দূরত্ব $FB = OQ = 3$ একক।



- কোন বিন্দু x ও y থেকে বা ছক কাগজের কোনো বিন্দু A থেকে x -অক্ষের ধনাত্মক নিকে বরাবর এবং y -অক্ষের ধনাত্মক নিকে বরাবর একে একে মূল বিন্দু থেকে x -অক্ষের ধনাত্মক নিক বরাবর এবং y -অক্ষের ধনাত্মক নিকে বরাবর মাপতে হয়।
- কোন বিন্দু x ও y থেকে বা ছক কাগজের কোনো বিন্দু B থেকে x -অক্ষের ঋণাত্মক নিকে বরাবর এবং y -অক্ষের ঋণাত্মক নিকে বরাবর একে একে মূল বিন্দু থেকে x -অক্ষের ঋণাত্মক নিক বরাবর এবং y -অক্ষের ঋণাত্মক নিকে বরাবর মাপতে হয়।
- কোন বিন্দু A এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করতে হলে A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(3, 2)$ । মূলবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, 0)$ ।

x -অক্ষের উপরিস্থিত যেকোনো বিন্দুর x -অক্ষ থেকে দূরত্ব একক। সুতরাং x -অক্ষস্থিত কোনো বিন্দুর y -স্থানাঙ্ক অর্থাৎ x -অক্ষস্থিত কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক x ।
আবার y -অক্ষের উপরিস্থিত যেকোনো বিন্দুর y -অক্ষ থেকে দূরত্ব একক। সুতরাং y -অক্ষস্থিত কোনো বিন্দুর x -এর স্থানাঙ্ক অর্থাৎ y -অক্ষস্থিত কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক y ।

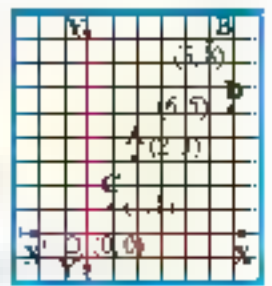
যদি x -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর x -স্থানাঙ্ক x এবং y -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর y -স্থানাঙ্ক y হয় তবে (x, y) বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (x, y) ।
যদি x -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর x -স্থানাঙ্ক x এবং y -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর y -স্থানাঙ্ক y হয় তবে (x, y) বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (x, y) ।
যদি x -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর x -স্থানাঙ্ক x এবং y -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর y -স্থানাঙ্ক y হয় তবে (x, y) বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (x, y) ।

১. আমি ছক কাগজে OX ও OY দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষ আঁকি এবং কিছু বিন্দু ছক কাগজে স্থাপন করে দেখি কোন বিন্দু কোন পাশে আছে।

ছক কাগজে বিন্দু স্থাপন প্রণালী

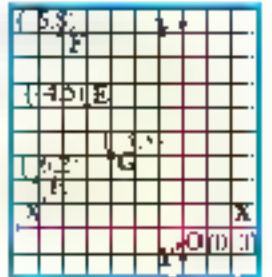
যদি x -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর x -স্থানাঙ্ক x এবং y -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর y -স্থানাঙ্ক y হয় তবে (x, y) বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (x, y) ।
যদি x -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর x -স্থানাঙ্ক x এবং y -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর y -স্থানাঙ্ক y হয় তবে (x, y) বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (x, y) ।
যদি x -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর x -স্থানাঙ্ক x এবং y -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর y -স্থানাঙ্ক y হয় তবে (x, y) বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (x, y) ।

মূলবিন্দু $O(0, 0)$ থেকে OX বরাবর ২ একক গিয়ে সেখানে থেকে OY -এর সমান্তরালে উপরের দিকে ৩ একক এগিয়ে $A(2, 3)$ নির্দিষ্ট বিন্দুটি পেলাম। এই বিন্দুটি পেনসিল দিয়ে চিহ্নিত করে তার পাশে বিন্দুটির স্থানাঙ্ক লিখলাম।



একইভাবে $B(5, 8)$, $C(1, 1)$, $D(6, 5)$ বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসিয়ে দেখছি A, B, C, D প্রতিটি বিন্দুই প্রথম/দ্বিতীয় পাশে আছে।
এবং আমি x -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর x -স্থানাঙ্ক x এবং y -অক্ষের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর y -স্থানাঙ্ক y হয় তবে (x, y) বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (x, y) ।

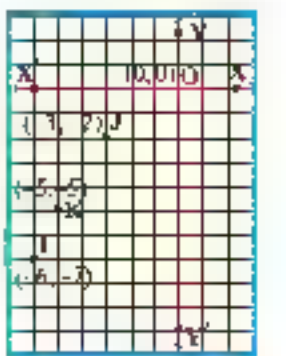
১. ৪, ৬) স্থানাঙ্কের বিন্দুটির ভূজ ৪ এবং কোটি ৬। মূলবিন্দু $O(0, 0)$ থেকে OX বরাবর অর্থাৎ x -অক্ষ বরাবর বামনির্কে ৪ একক গিয়ে সেখানে থেকে OY -এর সমান্তরালে উপরনির্কে ৬ একক গোল $F(4, 6)$ বিন্দুটি পেলাম।
একইভাবে $F(4, 6)$, $G(3, 3)$, $H(6, 2)$ বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করে দেখছি প্রতিটি বিন্দু পাশে আছে।



আমি $(-6, -7)$ বিন্দুটি ছক কাগজে স্থাপন করি

৬, ৭ বিন্দুটির ভূজ ৬ এবং কোটি ৭। এই মূলবিন্দু $O(0, 0)$ থেকে OX বরাবর ৬ একক গিয়ে সেখানে থেকে OY -এর সমান্তরালে দিকে ৭ একক নিচে গিয়ে $I(-6, -7)$ বিন্দুটি পেলাম।

একইভাবে $J(3, 2)$, $K(4, 5)$, ... বিন্দুগুলি স্থাপন করে দেখছি প্রতিটি বিন্দু পাশে আছে।

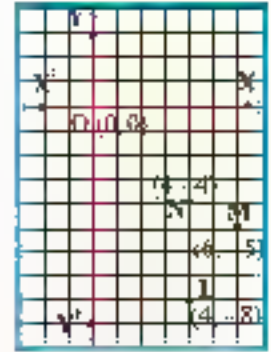


আমি $(4, -8)$ বিন্দুটি ছক কাগজে স্থাপন করি



৪. ৪টি বিন্দুটির ভূজ ধনাত্মক এবং কোটি $\frac{1}{2}$ । এই মূলবিন্দু $O(0,0)$ থেকে OX বরাবর ৪ একক গিয়ে সেখান থেকে OY এর সমান্তরালে ৪ একক নীচের দিকে গিয়ে $L(4, -8)$ বিন্দুটি পেলাম।

একইভাবে $M(6, 5)$, $N(4, -4)$ বিন্দুগুলি স্থাপন করে দেখছি প্রতিটি বিন্দু পাশে আছে।



২. আমি 'কণাজ' নামক ছক কাগজের বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক লিখি এর কোন পাশে আছে লিখি।

A বিন্দু থেকে OX এবং OY এর উপর যথাক্রমে AM এবং AN লম্ব এঁকে দেখছি $OM = 3$ একক অর্থাৎ y অক্ষ থেকে দূরত্ব ৩ একক এবং $ON = 2$ একক, অর্থাৎ x অক্ষ থেকে দূরত্ব ২ একক।

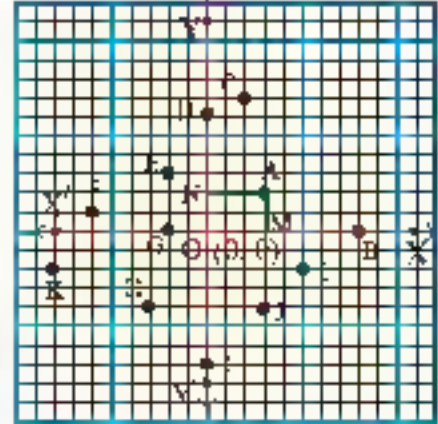
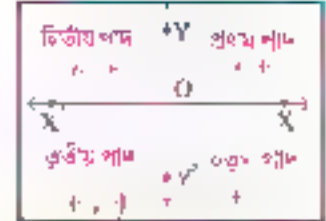
A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(3, 2)$

অর্থাৎ পেলাম y অক্ষ থেকে দূরত্ব x স্থানাঙ্ক এবং x -অক্ষ থেকে দূরত্ব y স্থানাঙ্ক।

একইভাবে B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(8, 0)$ [যেহেতু OX অক্ষের উপরে মূলবিন্দু থেকে ৪ একক দূরে আছে]

অর্থাৎ $(8, 0)$ বিন্দুটি x -অক্ষের ধনাত্মক দিকে x -অক্ষের উপর অবস্থিত।

D বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, 6)$ [যেহেতু OY অক্ষের উপরে মূলবিন্দু থেকে একক দূরে আছে অর্থাৎ 0.6 বিন্দুটি y অক্ষের ধনাত্মক দিকে y অক্ষের উপর অবস্থিত।



করে দেখি-৩.৩

১. আমি ছক কাগজ নীচের বিন্দুগুলি স্থাপন করি এবং x অক্ষের উপরদিক বা নীচেরদিক আছে লিখি।
 $(3, 2), (-4, 2), (4, 5), (-5, 5), (2, 7), (7, 7), (0, 9), (0, 9)$
২. ছক কাগজ নীচের বিন্দুগুলি স্থাপন করি এবং y অক্ষের ডানদিকে বা বাঁদিক আছে লিখি।
 $(9, 7), (-10, 10), (8, 4), (-3, -2), (1, -3), (4, 0), (4, 0)$
৩. ছক কাগজ নীচের বিন্দুগুলি স্থাপন করি এবং 'কণাজ' কোন পাশে বা কোন অক্ষের উপর ও কোন দিকে আছে লিখি।
 $(1, 7), (0, 5), (9, 0), (-4, 4), (12, 9), (3, 3), (0, 6), (-5, 0)$
৪. x অক্ষের উপর যে কোনো ৩টি বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি।
৫. y অক্ষের উপর যে কোনো ৩টি বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি।
৬. প্রতিটি পাশে অবস্থিত ৪টি করে বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি।
৭. একটি বিন্দুর x -অক্ষ থেকে ধনাত্মক দিকে দূরত্ব ৫ একক এবং y -অক্ষ থেকে ধনাত্মক দিকে দূরত্ব ৭ একক বিন্দুটির স্থানাঙ্ক লিখি।

- 3.1 অমি ও মরিয়া নই খাতার লোকান থেকে x টাকায় 2 টি গ্রাফ খাতা ও 3 টি পেনসিল কিনলে একটি গ্রাফ খাতা ও একটি পেনসিলের দাম কত হিসাব করি

ধরি একটি গ্রাফ খাতার দাম x টাকা এবং একটি পেনসিলের দাম y টাকা

2 টি গ্রাফ খাতার দাম $2 \times x$ টাকা = $2x$ টাকা

এবং 3 টি পেনসিলের দাম $3 \times y$ টাকা = $3y$ টাকা

যেটি দাম = $(2x + 3y)$ টাকা

শর্তানুসারে, $2x + 3y = 16$ (1)

চিত্রে 2 টি x ও 3 টি y কিনলে এই নির্ধারিত দামে কতখানি গ্রাফ খাতা ও পেনসিল কিনা যায়

এবং দুই চল্লিষাশিষ্ট একঘাত সমীকরণ পেরিয়েছি

- 3.2 হিসাব করে লাগি x এবং y এর কোন কোন মান $2x + 3y = 16$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে অর্থাৎ $2x + 3y = 16$ সমীকরণের বামপাশে x এবং y এর কোন কোন মান বসালে সঠিকভাবে 16 পাওয়া যায়

1) নং সমীকরণে $x = 5$ ও $y = 2$ বসিয়ে পাই

$$2x + 3y = 2 \times 5 + 3 \times 2 = \boxed{16}$$

এবার 2) নং সমীকরণে $x = 2$ ও $y = 4$ বসিয়ে পাই

$$2x + 3y = 2 \times 2 + 3 \times 4 = 16$$

- 3.3 x এবং y এর যেকোনো মান $2x + 3y = 16$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে তাহলে কী বলা হয়

x এবং y এর যেকোনো মান $2x + 3y = 16$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে তাহলে x ও y এর মান সমীকরণের সমাধান বা সমাধান

লক্ষ্য করি: 1) নং সমীকরণের অসংখ্য সমাধান পাওয়া যায় সেগুলি

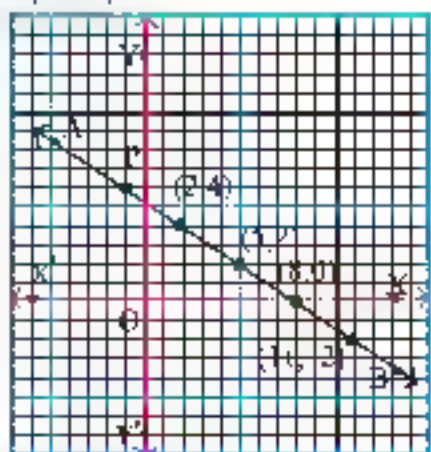


x	8	5	2	1.2
y	0	2	4	2

যে সর্ব সমাধান খেলায় তখন x ও y এর মান যথাক্রমে x স্থানাঙ্ক ও y স্থানাঙ্ক ধরে প্রত্যেক জোড়া সমাধানের জন্য প্রেক্ষিতের একটি করে বিন্দু পাবে

মরিয়া দুই কাগজ XOX এবং YOY দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষ একে এবং ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য একক ধরে $(8, 0)$, $(5, 2)$, $(2, 4)$ এবং $(1.2, 2)$ বিন্দুগুলি কসিয়ে যোগ করে যে সরলরেখাংশ পেল তা \overleftrightarrow{AB} সরলরেখার অংশ

$2x + 3y = 16$ একটি দুইচল্লিষাশিষ্ট একঘাত বা বৈধিক সমীকরণ



মুতবার দুই চল্লিষাশিষ্ট একঘাত বা বৈধিক সমীকরণের সাধারণরূপ $ax + by + c = 0$ যেখানে a , b , c বাস্তব সংখ্যা

$2x + 3y - 16 = 0$ সমীকরণ 2, 3, -16 নির্দিষ্ট হুবক

$ax + by + c = 0$ সমীকরণ a , b , c নির্দিষ্ট হুবক বাস্তব সংখ্যা

অমি \overleftrightarrow{AB} সরলরেখার উপর যে কোনো একটি বিন্দু P নিলাম P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)





অধি মারিয়ার ছক কাগজে উভয় অক্ষ বরাবর প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের বাহুকে ১ একক ধরে (১, ৭), (৭, ৩) এবং (৭, ২) বিন্দুগুলি স্থাপন করলাম এবং বিন্দুগুলি যোগ করে \overleftrightarrow{CD} সরলরেখা পেলাম।

\overleftrightarrow{CD} সরলরেখা হলো (ii) নং সমীকরণের লেখচিত্র।
দেখছি, \overleftrightarrow{AB} এবং \overleftrightarrow{CD} সরলরেখা দুটি পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (□, □)।

$x = 5, y = 2$ । (i) নং ও (ii) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করে

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ সমাধান আছে।

নং ও \overleftrightarrow{AB} নং সমীকরণদুটি ক একত. বর্গ ক'এলা হয়।

একত. বর্গ ক'এলা হয়। \overleftrightarrow{AB} ও \overleftrightarrow{CD} দুইটি লাইন নির্দিষ্ট 'মখিক' নং একত. বর্গ ক'এলা হয়।

বুঝছি, এক্ষেত্রে দুটি অজ্ঞাত সংখ্যার একাধাৎ বিদ্বিষ্ট দুই চাঙ্গার সমীকরণদ্বয় হলো সহ সমীকরণ।

5. আমার মিতার মিতা ও আমার ভাই মোহের বয়সের অনুপাত ছিল ১ : ৪ এবং পরে তাদের বয়সের অনুপাত হবে ৩ : ৪। এই বিবৃতিটির সহ সমীকরণ গঠন করি এবং মিতা ও মোহের বয়স নির্ণয় করি।

ধরি মিতার বর্তমান বয়স x বছর এবং মোহের বর্তমান বয়স y বছর।

৪ বছর পূর্বে মিতার বয়স ছিল (x - ৪) বছর এবং মোহের বয়স ছিল (y - ৪) বছর।

শর্তানুসারে, $\frac{x-4}{y-4} = \frac{1}{2}$ (i)

আবার ৪ বছর পরে মিতার বয়স হবে (x + ৪) বছর এবং মোহের বয়স হবে (y + ৪) বছর।

শর্তানুসারে, $\frac{x+4}{y+4} = \frac{3}{4}$ (ii) $\frac{x+4}{y+4} = \frac{3}{4}$ $\Rightarrow 4(x+4) = 3(y+4)$ $\Rightarrow 4x+16 = 3y+12$ $\Rightarrow 4x-3y = -4$

এটি উপরে সহ সমীকরণদ্বয় এর জন্য এ অক্ষের উপরে এটি করি।

$\frac{x-4}{y-4} = \frac{1}{2}$

বা $2x - 8 = y - 4$

বা $2x = y + 4$

$x = \frac{y+4}{2}$

$x = 2$

$x = \frac{y+4}{2}$	২	১	□
y	০	২	২

$x + 4 = 2$

$y + 4 = 4$

$x = \frac{y+4}{2}$	২	১	□
y	০	২	২

বা $4x - 16 = 3y + 12$

$x = \frac{3y+28}{4}$

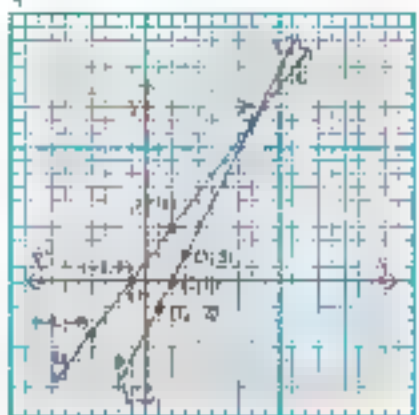
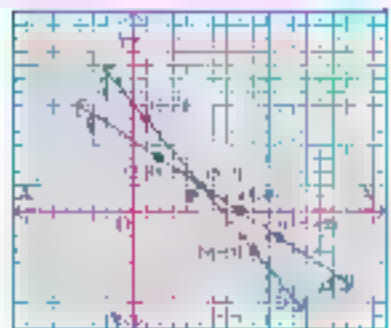
$x = 8$

ছক কাগজে XOY মধ্যস্থিত পরস্পর লম্ব অক্ষ x-অক্ষ ও y-অক্ষ টানলাম। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্যকে ১ একক ধরে (২, ০), (৩, ২) এবং (৪, ৪) বিন্দুগুলি স্থাপন করে এবং যোগ করে উভয়দিকে বাড়িয়ে দিয়ে \overleftrightarrow{AB} সরলরেখা এবং (০), (২, ৪) এবং (৪, ৪) বিন্দুগুলি স্থাপন করে এবং যোগ করে \overleftrightarrow{CD} সরলরেখা পেলাম।

\overleftrightarrow{AB} ও \overleftrightarrow{CD} সরলরেখা দুটি পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (৪, ২)।

সুতরাং, মিতার বর্তমান বয়স ৪ বছর এবং মোহের বর্তমান বয়স ১২ বছর।

মিতার বর্তমান বয়স ৪ বছর এবং মোহের বর্তমান বয়স ১২ বছর।



৬. সুখান্ন একটা দুই অঙ্কের সংখ্যা $10x + y$ যাতে x ও y যাদের অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ৬ এবং সংখ্যাটির সংখ্যা ১৬ যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে এবং দুটির সহ সমীকরণ গঠন করে। লেখাটি এবং সাহায্য সমাধান করি ও দুই অঙ্কের সংখ্যাটি লিখি।

ধরি, দুই অঙ্কের সংখ্যাব একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y

সুতরাং, দুই অঙ্কের সংখ্যাটি $10y + x$

অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি $x + y$

শর্তানুসারে $x + y = 6$ (i)

অঙ্কদ্বয় স্থানবিনিময় করলে পাই: $10x + y$

সুতরাং $10y + x + 16 = 10x + y$

বা. $9y - 9x + 16 = 0$

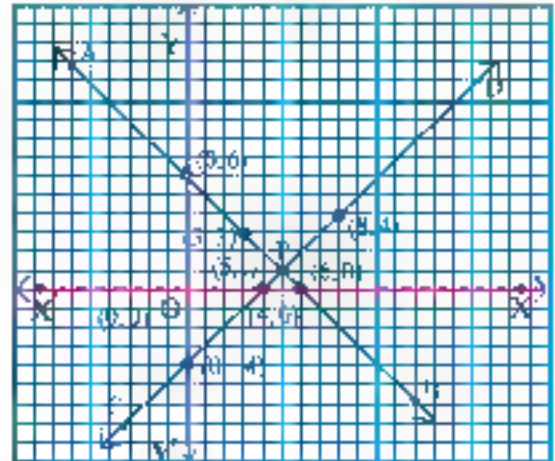
$y - x + 4 = 0$ (ii)

x	6	0	3
y	0	6	3

x	0	4	8
$y = x - 4$	4	0	4

দ	এ
y	x

দ	এ
x	y



- (i) ও (ii) নং সমীকরণ দুটি লেখচিত্রের সাহায্য সমাধান করে দেখছি $x = 2$ এবং $y = 4$ [নিজে করি]
নির্ণের দুই অঙ্কের সংখ্যাটি $= 10 \times 4 + 2 = 42$

৭. ছক কগজে 2, 5, 5, 3, 5, 5, 0, 1, 2, 3, 2, 5, 0, 2, 0, 3, 1, 0, 7 ইত্যাদি বিন্দুগুলি আঁকলে খাপ-খাপে দেখি কী পাই [নিজে করি]

নেখশাম কিছু বিন্দুর অবস্থান প্রথম পাশে কিছু দ্বিতীয় পাশে কিছু তৃতীয় পাশে কিছু চতুর্থ পাশে এবং কিছু বিন্দুর অবস্থান x অক্ষের উপর কিছু বিন্দুর অবস্থান y অক্ষের উপর x অক্ষের উপর অবস্থিত বিন্দুগুলির একটি বিশেষ মিল বসেছে বিন্দুগুলির y স্থানাঙ্ক 0 শূন্য; অর্থাৎ বিন্দুগুলি থেকে x অক্ষের দূরত্ব 0 একটি

৮. আমি $x = 0$ এই এক ডল বিশিষ্ট k কত কত সমীকরণের লেখচিত্রে আঁকি

$x = 0$ সমীকরণটিকে লিখতে পারি $x + 0y = 0$

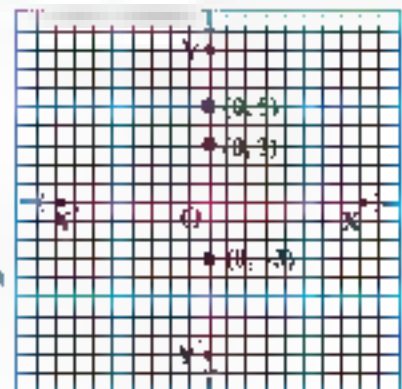
y -এর যে কোনো মানের জন্য x -এর মান শূন্য হবে

x	0	0	0
y	2	5	3

ছক কগজে XOX ও YOY দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষ টেনে (0, 2), (0, 5) ও (0, 3) বিন্দুগুলি স্থাপন করে ও যোগ করে [অক্ষ পেলায়]

সুতরাং y অক্ষ হলো $x = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র

একইভাবে $x = 0$ সমীকরণের লেখচিত্রে x অক্ষ [নিজে করি]



৯. আমি $y + 7 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি।
 $y + 7 = 0$ সমীকরণটিকে লিখতে পারি, $0 \cdot x + y = -7$
 x -এর যেকোনো মানের জন্য y -এর মান -7 হবে।

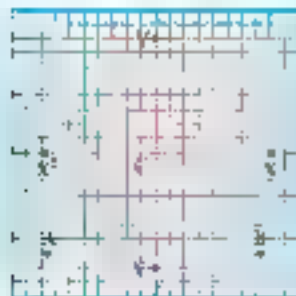
সুতরাং $y + 7 = 0$ সমীকরণ থেকে পাই,

x	3	4	5
y	-7	-7	-7

ছক কাগজে XOY এবং YOY দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষ টেনে উভয় অক্ষ বরাবর প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 1 একক হবে।
 $(3, -7)$, $(4, -7)$ ও $(5, -7)$ বিন্দুগুলি স্থাপন করে ও যোগ করে \square আক্ষের সমান্তরাল একটি সরলরেখা \overleftrightarrow{AB} পেলাম।

\overleftrightarrow{AB} হলো $y + 7 = 0$ একঘাত এক চল বিশিষ্ট সমীকরণের লেখচিত্র। অর্থাৎ $y = b$ যেখানে b একটি

দৈর্ঘ্য। অর্থাৎ $y = -7$ যেখানে $b = -7$ ।



$$y + 7 = 0 \quad y = -7$$

অর্থাৎ x অক্ষ থেকে 7 একক দূরে y অক্ষের ঋণাত্মক দিকে x অক্ষের সমান্তরাল $y = -7$ সমীকরণের লেখচিত্র \overleftrightarrow{AB} সরলরেখা পেলাম।



10. একইভাবে দেখছি $x + 7 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র \square আক্ষের সমান্তরাল লেখচিত্র।
 অর্থাৎ $x = -7$ যেখানে b একটি দৈর্ঘ্য। অর্থাৎ $x = -7$ যেখানে $b = -7$ ।

11. আমি $7x + 6y = 42$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি। লেখচিত্র এবং অক্ষের দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজকে কেত্রফল ΔOAP অক্ষের দ্বারা লেখচিত্রের ত্রিভুজগুলির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

$$7x + 6y = 42 \quad (1)$$

বা $7x = 42 - 6y \quad x = \frac{42 - 6y}{7}$

x	$\frac{42 - 6y}{7}$	6	0	2
y	0	7	7	

$$y = 0 \text{ হলে, } x = \frac{42 - 6 \cdot 0}{7} = \frac{42}{7} = 6$$

$$y = 7 \text{ হলে, } x = \frac{42 - 6 \cdot 7}{7} = \frac{0}{7} = 0$$

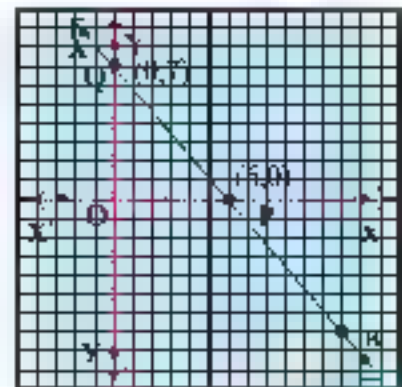
$$y = -7 \text{ হলে } x = \frac{42 - 6 \cdot (-7)}{7} = \frac{84}{7} = 12$$

ছক কাগজে XOY এবং YOY দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষ অঙ্কন করে ও প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের বাহুকে 1 একক ধরে $(6, 0)$, $(0, 7)$ এবং $(-12, -7)$ বিন্দুগুলি স্থাপন করলাম এবং বিন্দুগুলি যোগ করে \overleftrightarrow{AB} সরলরেখা পেলাম।

দেখছি \overleftrightarrow{AB} সরলরেখা x -অক্ষকে P বিন্দুতে এবং y -অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করেছে।

এখানে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(6, 0)$ এবং Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, 7)$ ।

OP = 6 একক এবং OQ = 7 একক।



$$\Delta OPQ \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times OP \times OQ$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 7 \text{ বর্গ একক} = 21 \text{ বর্গ একক}$$

সমস্কর্ষী ত্রিভুজ OPQ -এ $PQ^2 = OP^2 + OQ^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই]

$$= 6^2 + 7^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$= (36 + 49) \text{ বর্গ একক} = 85 \text{ বর্গ একক}$$

$$PQ = \sqrt{85} \text{ একক}$$

অঙ্কন ছাত্র লেখচিত্রের ত্রৈভুজের দৈর্ঘ্য ৭.২ একক (প্রায়)

$$\begin{array}{r} 9.2 \\ - 85.00 \\ \hline 81 \\ 400 \\ \hline 364 \\ 36 \end{array}$$



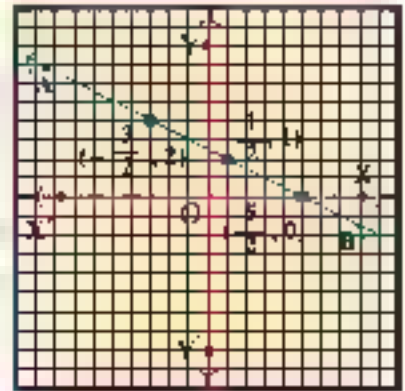
12. আমি $2x + 4y = 9$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করি

$$\begin{array}{l} 2x + 4y = 9 \\ 2x + 4y = 9 \\ \text{বা, } 9 = 2x + 4y \end{array}$$

	5	4y	1	5	3
x		2	2	7	2
y		1	0	2	

উভয়দিক বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের
দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য = ১ একক

দেখছি উপাত্তের ছক থেকে পাওয়া সকল বিন্দুর ভুক্ত অথবা 'কোটি'
একসাথে পূর্ণসংখ্যা নয়। এই বিন্দুগুলি কাঁচাভাবে ছক কাগজে
স্থাপন করব।



কিন্তু এই প্রক্রিয়ার সমীকরণ অর্থাৎ $ax + by = c$ যেখানে a ও $b \neq 0$ । a ও b এর গ.সাঁ.গু. দ্বারা c
বিভাজ্য নয় এমন সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন নবম শ্রেণির পাঠ্যসূত্রের অন্তর্ভুক্ত নয়।

করে দেখি—3.2

- নিম্নলিখিত বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করি ও কেবলমাত্র অক্ষের উপর অথবা কোন পাশে, অবস্থিত লিখি
(i) $(3, 0)$ (ii) $(0, 8)$ (iii) $(-5, 0)$ (iv) $(0, -6)$ (v) $(6, 4)$ (vi) $(7, 4)$ (vii) $(9, -9)$ (viii) $(4, -5)$
- ছক কাগজে XOX' এবং YOY' পরস্পর লম্ব অক্ষ টেনে যে কোনো 5 টি বিন্দু স্থাপন করি দ্বারা
তৃতীয় পাশে অবস্থিত।
- নীচের নকশাগুলি রৈখিক সহসমীকরণ আকারে প্রকাশ করি
(i) ৪টি খাজা ও 2টি পোমের মোট দাম ৭.5 টাকা এবং 4টি খাজা ও 3টি পোমের মোট দাম 7.৭ টাকা
(ii) দুটি সংখ্যার যোগফল 80 এবং এই সংখ্যা দুটির বিয়োগফলের ২ গুন বাজে সংখ্যাটির থেকে 20 বেশি
(iii) কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরের প্রত্যেকটিই সংক্ষেপ 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান হয় $\frac{7}{9}$ এবং
ভগ্নাংশটির লব ও হরের প্রত্যেকটি থেকে ২ বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান হয় $\frac{1}{2}$
(iv) দুই অক্ষবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার দশকের অঙ্কটি এককের অঙ্কের দ্বিগুণ অঙ্কদ্বয়কে উলটে লিখলে
যে সংখ্যাটি পাওয়া যায় তা মূল সংখ্যাটি অপেক্ষা 27 কম



4. নীচের বক্তব্যগুলি দুইচলবিশিষ্ট এক্ষাত সমীকরণ আকারে প্রকাশ করি ও সমীকরণগুলির লেখচিত্র অঙ্কন করি।
- বর্তমান সূজাতার পিতার বয়স সূজাতার বয়স অপেক্ষা 26 বছর বেশি। [যদি, সূজাতার পিতার বয়স x বছর এবং সূজাতার বয়স y বছর]
 - দুটি সংখ্যার সমষ্টি 15
 - কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরের প্রত্যেকটির সংকেত 2 হোগ। কখনো ভগ্নাংশটির মান $\frac{7}{9}$ হয়
 - আমাদের অফিসের উঠানের পরিমীমা ৪০ মিটার
 - দুটি সংখ্যার বড়োটির ৫ গুণ ছোটোটির ৪ গুণের সমান

৫. নীচের সমীকরণগুলির লেখচিত্র অঙ্কন করি

- $x = 5$ (i) $y + 2 = 0$ (ii) $x = 3$ (iii) $4y = 5$ (iv) $3x - 7y = 2$ (v) $5x - 3y = 8$ (vi) $2x + 3y = 1$
- (vii) $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 0$ (viii) $6x - 7y = 12$ (ix) $x + y - 10 = 0$ (x) $y = 5x - 3$ (xi) $y = 0$

6. নীচের বক্তব্যগুলি রৈখিক সহসমীকরণ আকারে প্রকাশ করি ও সমীকরণগুলির লেখচিত্র অঙ্কন করে সমাধান করি

- বর্তমানে রাজতের মামা রাজতের চেয়ে 16 বছরের বড়ো। 8 বছর পরে তার মামার বয়স তার বয়সের 2 গুণ হবে। বর্তমান রাজতের বয়স ও রাজতের মামার বয়স লেখচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় করি
- দুটি সংখ্যার সমষ্টি 5 এবং অন্তর 3। লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণগুলি সমাধান করে সংখ্যা দুটি লিখি
- একটি ভগ্নাংশের লব থেকে 3 বিয়োগ এবং হরের সাথে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{5}$ হয় এবং লব থেকে 4 এবং হর থেকে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হয়। বক্তব্যটির সমীকরণ গঠন করি ও লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে ভগ্নাংশটি লিখি
- গোহিতের আরওকল বাগানবর পরিমীমা 60 মিটার। লগানবর প্রস্থ 2 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার কম হলে বাগানটির ক্ষেত্রফল 24 বর্গমিটার কম হয়। লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে আরওকল বাগানটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ লিখি
- একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে ৮ ঘণ্টায় ৭৬ কিমি যায় এবং স্রোতের প্রতিকূলে ৪ ঘণ্টায় ৬৬ কিমি যায়। লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে স্থির জলে নৌকার বেগ ও স্রোতের বেগ লিখি

সংকেত যদি স্থির জলে নৌকার বেগ x কিমি/ঘণ্টা এবং স্রোতের বেগ y কিমি/ঘণ্টা হয়। স্রোতের অনুকূলে নৌকাটি ৮ ঘণ্টায় যায় $(x + y)$ কিমি এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকাটি ৪ ঘণ্টায় যায় $(x - y)$ কিমি।

7. নীচের সহসমীকরণগুলির লেখচিত্র অঙ্কন করি ও ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি

- $x = 0$ এবং $2x + 3y = 15$ (ii) $y = 5$ এবং $2x + 3y = 1$
- (iii) $x + y = 12$ এবং $x - y = 2$ (iv) $3x - 5y = 6$ এবং $2x - 9y = 5$

8. লেখচিত্রের সাহায্যে নীচের সমীকরণগুলি সমাধান করি

- $4x - y = 3$, $2x + 3y = 5$ (ii) $3x - y = 5$, $4x + 3y = 1$
- (iii) $3x - 2y = 1$, $2x - y = 3$ (iv) $2x + 3y = 2$, $2x = 3y$
- (v) $5x - 2y = 1$, $3x + 5y = 13$



৭. লেখচিত্রের সাহায্যে প্রদত্ত সমীকরণ দুটির সমাধান নির্ণয় করি

$$3x + 2y = 2, 12 = 9x - 2y$$

10. $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 2$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি এবং সমীকরণের লেখচিত্রটি অক্ষদ্বয়ের সঙ্গে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করেছে তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি

11. $x = 4, y = 3$ এবং $3x + 4y = 12$ সমীকরণ দুটির লেখচিত্র অঙ্কন করি এবং লেখচিত্রগুলি দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি

12. $y = \frac{x+2}{3}$ সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি। সেই লেখচিত্রে যাকে $x = 2$ এর জন্য y এর মান এবং x -এর কোন মানের জন্য y এর মান 3 হবে, তা নির্ণয় করি

13. লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করি $\frac{3x-1}{2}$ এবং $\frac{2x+6}{3}$

সংকেত $y = \frac{3x-1}{2}$ এবং $y = \frac{2x+6}{3}$ সমীকরণ দুটির লেখচিত্র অঙ্কন করে ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি। ছেদবিন্দুর x স্থানাঙ্কই হলে নির্ণয় সমাধান

14. বহুমুখী বিকল্পী প্রশ্ন (M.C.Q.)

(i) $2x + 3 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্রটি

- (a) x -অক্ষের সমান্তরাল (b) y -অক্ষের সমান্তরাল
(c) কোনো অক্ষের সমান্তরাল নয় (d) মূলবিন্দুগামী

(ii) $ay + b = 0$ a ও b দু'বক এবং $a \neq 0, b \neq 0$ সমীকরণের লেখচিত্রটি

- (a) x -অক্ষের সমান্তরাল (b) y -অক্ষের সমান্তরাল
(c) কোনো অক্ষের সমান্তরাল নয় (d) মূলবিন্দুগামী

(iii) $2x + 3y = 0$ সমীকরণের লেখচিত্রটি

- (a) x -অক্ষের সমান্তরাল (b) y -অক্ষের সমান্তরাল
(c) মূলবিন্দুগামী (d) $(2,0)$ বিন্দুগামী

(iv) $cx + d = 0$ c ও d দু'বক $c \neq 0$ সমীকরণের লেখচিত্রটি y -অক্ষের সমীকরণ হবে যখন

- (a) $d = c$ (b) $d = 0$ (c) $d = 0$ (d) $d = 1$

(v) $ay - b = 0$ a ও b দু'বক $a \neq 0$ সমীকরণের লেখচিত্রটি x -অক্ষের সমীকরণ হবে যখন

- (a) $b = a$ (b) $b = -a$ (c) $b = 2$ (d) $b = 0$

15. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

(i) $2x + 3y = 12$ সমীকরণের লেখচিত্রটি x -অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক লিখি

(ii) $3x - 3y = 2$ সমীকরণের লেখচিত্রটি y -অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক লিখি

(iii) $3x + 4y = 12$ সমীকরণের লেখচিত্রটি ও অক্ষদ্বয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত তা লিখি

(iv) $(6, -8)$ বিন্দুটির x অক্ষ থেকে দূরত্ব ও y অক্ষ থেকে দূরত্ব কত তা লিখি

(v) $x = y$ সমীকরণের লেখচিত্র x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সঙ্গে যে কোন উৎপন্ন করে তার মান লিখি



২. ছক কাগজ হাডহি ছবি এতে দাগ আমলা মাটি লতটি দূরত্ব হার

ধরি A বিন্দুতে আমার বাড়ি ১ কিমি. কে একক ধরে A বিন্দু থেকে ৪ কিমি. পূর্বে এবং তারপর ৬ কিমি. উত্তরে গিয়ে B বিন্দুতে পৌঁছালাম

B বিন্দুতে সমীরণের বাড়ি

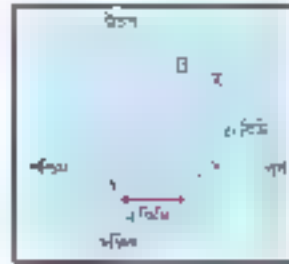
যুগেছি AC = ৪ কিমি এবং BC = ৬ কিমি

পিথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$= 4^2 + 6^2 \text{ বর্গ কিমি} = \boxed{} \text{ বর্গ কিমি}$$

$$AB = \sqrt{52} \text{ কিমি} = 7.21 \text{ কিমি (প্রায়)}$$



	৭.২১
৪২	০০০০
৪৭	
১৪২	৩০০
	২৪৪
১৪৪	১৬০০
	২৪৪১
	৫৭

আমাদের বাড়ি থেকে সমীরণের বাড়ির দূরত্ব ৭.২১ কিমি (প্রায়)

৩. আমি ছক কাগজ হাডহি ১০১ এবং ১০১ দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষ এঁকে এর কোনো দুটি বিন্দু, যাদের স্থানাঙ্ক প্রদত্ত, দূরত্ব মাপার চেষ্টা করি

প্রথমে x অক্ষের উপর যে কোনো দুটি বিন্দু P ও Q নিলাম

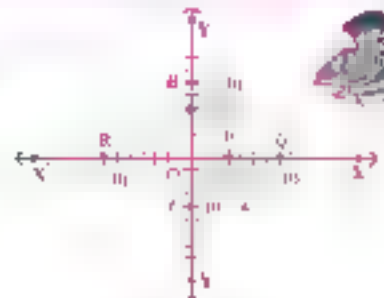
ধরি P ও Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (৩, ০) ও (৭, ০)

অর্থাৎ P ও Q বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব মাপি

P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (৩, ০) এবং Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (৭, ০)

$$OP = ৩ \text{ একক এবং } OQ = ৭ \text{ একক}$$

$$PQ = (৭ - ৩) \text{ একক} = ৪ \text{ একক}$$



৪. আমি যদি R (৭, ০) বিন্দু থাকে P (৩, ০) বিন্দুর দূরত্ব মাপি এতৎ কী পাই দেখি

$$OR = ৭ \text{ একক}$$

$$\text{ছবি থেকে পেলাম } PR = OP + OR = ৩ + ৭ \text{ একক} = \boxed{} \text{ একক}$$

৫. আমি y অক্ষের উপর যেকোনো দুটি বিন্দু A ও B নিলাম A ও B বিন্দুর দ্বারা দূরত্ব মাপি

ধরি A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (০, ৪) এবং B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (০, ৬)

$$A \text{ ও } B \text{ বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব } AB = OB - OA = \boxed{} \text{ একক} \quad [\text{নিজে করি}]$$

৬. আমি y অক্ষের উপর অপর একটি বিন্দু C (০, -৪) নিলাম এবং A ও C বিন্দুদ্বয়ের দ্বারা দূরত্ব মাপি

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (০, ৪) এবং C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (০, -৪)

$$OA = ৪ \text{ একক এবং } OC = ৪ \text{ একক}$$

$$\text{ছবি থেকে পেলাম } AC = OA + OC = ৪ + ৪ \text{ একক} = \boxed{} \text{ একক}$$

$$A \text{ ও } C \text{ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব } \boxed{} \text{ একক}$$

৭. রাইএ ৫ অক্ষের উপর একটি বিন্দু M (৬, ০) এবং ৮ অক্ষের উপর একটি বিন্দু N (০, ৮) নিলাম

আমি MN সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য মাপি

M বিন্দুর স্থানাঙ্ক (৬, ০) এবং N বিন্দুর স্থানাঙ্ক (০, ৮)

$$OM = \boxed{} \text{ একক এবং } ON = \boxed{} \text{ একক}$$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই

$$MN^2 = OM^2 + ON^2 = (৬^2 + ৮^2) \text{ বর্গ একক} = \boxed{} \text{ বর্গ একক}$$

$$MN = \boxed{} \text{ একক}$$



৪. এবার আয় এমন দুটি বিন্দু A ও B নিলাম যারা কোনো অক্ষের উপর অবস্থিত নয়। এই A ও B বিন্দুদ্বয়কে সংযোজক সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য মাপার চেষ্টা করি।

ধরি A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 4) এবং B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (5, 7)।

A এবং B বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর যথাক্রমে AM ও BN লম্ব টানলাম যারা x-অক্ষকে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করল। A বিন্দু থেকে BN-এর উপর AP লম্ব টানলাম।

সুতরাং, OM = 2 একক এবং ON = 5 একক।

আবার AM = 4 একক এবং BN = 7 একক।

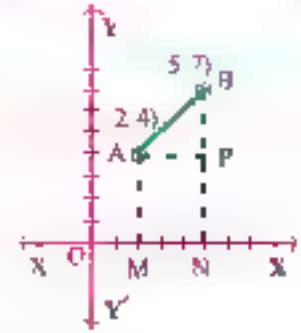
AP = MN = ON - OM (যেহেতু AMNP একটি আয়তাকার চিত্র) = 5 - 2) একক = একক।

আবার BP = BN - PN = BN - AM = (7 - 4) একক = একক।

সমকোণী ত্রিভুজ APB-তে পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,

$$AB^2 = AP^2 + PB^2$$

$$= 3^2 + 3^2 \text{ বর্গ একক} = 8 \text{ বর্গ একক} \quad AB = \sqrt{8} \text{ একক} = 3\sqrt{2} \text{ একক}$$



৫. আমি ছবি থেকে P (3, 6) ও Q (2, -4) বিন্দুদ্বয়কে সংযোজক সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য ক'ভাবে পাবো দৈর্ঘ্য।

P ও Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (3, 6) এবং (2, -4)।

P ও Q বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর যথাক্রমে দুটি লম্ব PA এবং QB

অঙ্কন বদলাই যারা x-অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করল।

OA = 3 একক এবং OB = 2 একক।

PA = 6 একক এবং QB = 4 একক।

Q বিন্দু থেকে বর্ষিত PA-এর উপর লম্ব টানলাম যা বর্ষিত PA-কে D বিন্দুতে ছেদ করল।

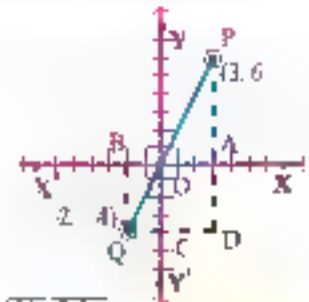
$$QD = AB = OA + OB = (3 + 2) \text{ একক} = \text{ একক}$$

$$\text{আবার, } PD = PA + AD = PA + QB = (6 + 4) \text{ একক} = \text{ একক}$$

সমকোণী ত্রিভুজ PQD-তে পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই

$$PQ^2 = QD^2 + PD^2 = \text{ বর্গ একক}$$

$$PQ = \text{ একক} \quad (\text{মিজে দিখি})$$



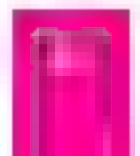
নিজে করি- ৪

আমি নিচের বিন্দুদ্বয়গুলির সংযোজক সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

$$(i) (8, 0) \text{ ও } (8, 0) \quad (ii) (0, 15) \text{ ও } (0, 4) \quad (iii) (-7, 0) \text{ ও } (2, 0) \quad (iv) (0, -10) \text{ ও } (0, -3)$$

$$(v) (-6, 0) \text{ ও } (2, 0) \quad (vi) (0, -5) \text{ ও } (0, 9) \quad (vii) (5, 0) \text{ ও } (0, 10) \quad (viii) (3, 0) \text{ ও } (0, 4)$$

$$x \text{ ও } y \text{ অক্ষের উপর বিন্দু } (4, 3), (2, -1), (-2, 2), (2, 2)$$



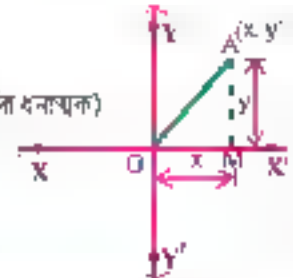
10. মূলবিন্দু ও $A(x, y)$ বিন্দুদ্বয়ের সমান্তরাল সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য কী হতে হিসাব করি

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক x, y । A বিন্দু থেকে x অক্ষের উপর AM লম্ব টানি

সুতরাং, $OM = x$ এবং $AM = y$

সমকোণী ত্রিভুজ OAM তে, পিথাগোরাসের দ্বিতীয় সূত্র থেকে পাই

$$OA = OM^2 + AM^2 = x^2 + y^2 \quad \therefore \quad OA = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{দূরত্ব সর্বদা ধনাত্মক}$$



11. খুঁটাবড় থেকে A বিন্দুতে দূরত্ব হিসাব করে

মূলবিন্দু থেকে $(3, 4)$ বিন্দুর দূরত্ব $= \sqrt{3^2 + 4^2}$ একক

$$= \sqrt{25} \text{ একক} = 5 \text{ একক}$$

12. $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয় এবং x অক্ষের উপর দুটি লম্ব AM ও BN অঙ্কন করলাম যারা x অক্ষকে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করল। A বিন্দু থেকে BN এর উপর AP লম্ব অঙ্কন করলাম

A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2)

$$OM = x_1 \text{ এবং } ON = x_2$$

$$AM = y_1 \text{ এবং } BN = y_2$$

$$AP = MN = ON - OM = x_2 - x_1$$

$$\text{এবং } BP = BN - PN = BN - AM = y_2 - y_1$$

সমকোণী ত্রিভুজ APB তে, পিথাগোরাসের দ্বিতীয় সূত্র প্রয়োগ করে পাই

$$AB^2 = AP^2 + BP^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (1) \quad \text{‘AB সর্বদা ধনাত্মক’}$$



পেন্সিলে (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সমান্তরাল সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} (x_2 - x_1)^2 &= x_2^2 - 2x_1x_2 + x_1^2 \\ \text{এবং} \\ (y_2 - y_1)^2 &= y_2^2 - 2y_1y_2 + y_1^2 \end{aligned}$$

(১) নং কে দূরত্বের সূত্র (Distance Formula) বলা হয়।

13. আমি - সূত্রের সাহায্যে $(2, 4)$ ও $(5, 7)$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব যাচাই করি

এখানে, $x_1 = 2, y_1 = 4$ এবং $x_2 = 5, y_2 = 7$

$$\text{নির্ণেয় দূরত্ব} = \sqrt{(2 - 5)^2 + (4 - 7)^2} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} \text{ একক} = \sqrt{18} \text{ একক} = 3\sqrt{2} \text{ একক}$$

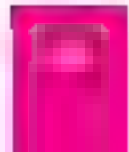
14. আমি $A(6, 6)$, $B(2, 3)$ এবং $C(4, 7)$ বিন্দু তিনটি খসে করি এবং বাহুতিনটির দৈর্ঘ্য প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি

$$AB \text{ এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(6 - 2)^2 + (6 - 3)^2} \text{ একক} = \sqrt{16 + 9} \text{ একক} = 5 \text{ একক}$$

$$BC \text{ এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(2 - 4)^2 + (3 - 7)^2} \text{ একক} = \sqrt{20} \text{ একক} = 2\sqrt{5} \text{ একক}$$

$$CA \text{ এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(4 - 6)^2 + (7 - 6)^2} \text{ একক} = \sqrt{5} \text{ একক}$$

ABC ত্রিভুজটি বিষমবাহু ত্রিভুজ



1. মূলবিন্দু থেকে নীচের বিন্দুগুলির দূরত্ব নির্ণয় করি
(i) $P(7, -24)$ (ii) $Q(3, -4)$ (iii) $R(a+b, a-b)$
2. নীচের বিন্দুগুলির মধ্যে দূরত্ব নির্ণয় করি
(i) $(5, 7)$ এবং $(8, 3)$ (ii) $(-7, 0)$ এবং $(2, -12)$ (iii) $(-\frac{3}{2}, 0)$ এবং $(0, 2)$
(iv) $(3, 6)$ এবং $(2, -6)$ (v) $(-3, 3)$ এবং $(8, 3)$ (vi) $(5, 7)$ এবং $(8, 3)$
3. প্রমাণ করি যে $(-2, -1)$ বিন্দুটি $(-3, 7)$ ও $(4, 6)$ বিন্দুদ্বয় থেকে সমদূরবর্তী
4. হিসাব করে দেখাই যে $(7, 9)$, $(9, 7)$ এবং $(3, 3)$ বিন্দুগুলি একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু
5. প্রমাণ করি যে উভয়ক্ষেত্রে নীচের বিন্দু তিনটি একটি সমান্তরাল ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু
(i) $(1, 4)$, $(4, 1)$ ও $(8, 8)$ (ii) $(-2, -2)$, $(2, 2)$ ও $(4, -4)$
6. প্রমাণ করি যে $A(3, 1)$, $B(8, -2)$ ও $C(-2, -2)$ বিন্দু তিনটি একটি সমকোণী সমান্তরাল ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। $\triangle ABC$ এর অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি
7. হিসাব করে দেখাই যে $(2, -6, 0)$, $(1, 2)$ এবং $(-3, 3)$ বিন্দুগুলি একটি বর্গক্ষেত্রের চারটি কোণবিন্দু
8. হিসাব করে দেখি y এর মান কী হলে $(2, y)$ এবং $(0, -9)$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব $\sqrt{10}$ একক হবে
9. x অক্ষের উপর এমন একটি বিন্দু খুঁজি যা $(-3, 5)$ ও $(-1, -3)$ বিন্দু দুটি থেকে সমদূরবর্তী

সংকেত x এর অক্ষের উপর নির্ণয় বিন্দুটি $x, 0$

$$(x+3)^2 + (0-5)^2 = (x-1)^2 + (0-3)^2$$

10. $O(0, 0)$, $A(4, 3)$ এবং $B(8, 6)$ বিন্দু তিনটি সমরৈখ্য কিনা হিসাব করে দেখি।

সংকেত $OA + AB = OB$ হলে সমরৈখ্য হবে

11. দেখাই যে $(2, 2)$, $(-2, -2)$ এবং $(2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ বিন্দু তিনটি একটি সমরৈখ্য ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু।
12. দেখাই যে $(7, -2)$, $(9, 18)$, $(5, -6)$ এবং $(-1, -12)$ বিন্দুগুলি পরস্পর যোগ করলে একটি সামান্তরিক উৎপন্ন হয়
13. দেখাই যে $(2, -2)$, $(8, 4)$, $(5, 7)$ এবং $(-1, -1)$ বিন্দুগুলি একটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু।
14. দেখাই যে $(2, 5)$, $(5, 9)$, $(9, 12)$ এবং $(6, 8)$ বিন্দুগুলি পরস্পর যোগ করলে একটি রম্বস উৎপন্ন হয়

15. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.)

- (i) $(a+b, c-d)$ এবং $(a-b, c+d)$ বিন্দু দুটির মধ্যে দূরত্ব
 (a) $2\sqrt{a^2 + c^2}$ (b) $2\sqrt{b^2 + d^2}$ (c) $\sqrt{a^2 + c^2}$ (d) $\sqrt{b^2 + d^2}$
 (ii) $x, -7$ এবং $(-3, -3)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব $\sqrt{5}$ একক হলে x এর মানগুলি হলো
 (a) 0 অথবা 6 (b) 2 অথবা 3 (c) 5 অথবা 6 (d) 4 অথবা 0

(-1) যদি $x, 4$ বিন্দুটির মূলবিন্দু থেকে দূরত্ব ৭ একক হয়, তাহলে x -এর মান

- (a) ± 4 (b) ± 5 (c) ± 3 (d) কোনোটিই নয়

(v) $3, 1, -3, 0$ এবং $0, 3$, বিন্দু তিনটি যোগ করে যে ত্রিভুজটি উৎপন্ন হয় সেটি

- a সমবাহু (b) সমবিবাহু (c) বিষমবাহু (d) সমকোণী সমবিবাহু

v, একটি বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(0, 0)$ এবং বৃত্তের উপবিস্তৃত একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(3, 4)$ হলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য

- (a) 5 একক (b) 4 একক (c) 3 একক (d) কোনোটিই নয়

16. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

(i) মূলবিন্দু থেকে $-4, y$ বিন্দুর দূরত্ব 5 একক হলে y এর মান কত লিখি

(ii) y -অক্ষের উপর একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি যার থেকে $(2, 3)$ এবং $(-2, 2)$ বিন্দু দুটির দূরত্ব সমান

iii x অক্ষ এবং y অক্ষের উপর দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি যাতে x অক্ষ y -অক্ষ এবং বিন্দু দুটির সংযোগকারী সরলরেখাংশ দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজটি সমকোণী সমবিবাহু হয়

iv) x অক্ষের বিপরীত দিকে দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি যাদের দূরত্ব x অক্ষ থেকে সমান

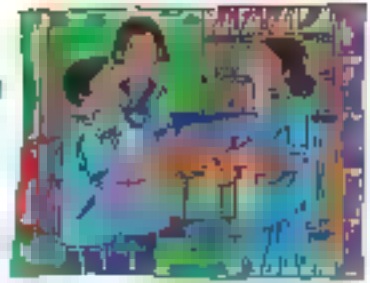
v y অক্ষের বিপরীত দিকে দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি যাদের দূরত্ব y অক্ষ থেকে সমান

5

বৈখিক সহসমীকরণ (দুই চল বিশিষ্ট)

(LINEAR SIMULTANEOUS EQUATIONS)

আমাদের প্রথম সমস্যা হলো দুটি চল বিশিষ্ট বৈখিক সহসমীকরণ সমাধান করা।
এটি সমাধান করার জন্য লিখি—
আমাদের কাছে মোট ২০টি টোকার নোট আছে।
এদের মধ্যে ১০টি ১০ টোকার নোট এবং ১০টি ৫ টোকার নোট আছে।
এদের দিয়ে মোট ১৪০ টাকা কিনতে চাই।
এখন প্রশ্ন হল—
১০ টোকার নোটের সংখ্যা কত? ৫ টোকার নোটের সংখ্যা কত?
এই দুটি প্রশ্নের উত্তর খুঁজে বের করতে হবে।



১ হিসাব করে দেখি আমাদের মোট ২০ টোকার নোট আছে। এদের মধ্যে ১০ টোকার নোট এবং ১০ টোকার নোট আছে।

প্রথমে আমরা সহসমীকরণ গঠন করি।

ধরি, ১০ টোকার মধ্যে ১০ টোকার নোট আছে x টি এবং ৫ টোকার নোট আছে y টি।

সুতরাং, মোট নোটের সংখ্যা $x + y = 20$ টি।

মোট অর্থের পরিমাণ $10x + 5y = 140$ টাকা।

সুতরাং $x + y = 20$ (i)

এবং $10x + 5y = 140$ (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ দুটি হলো সহসমীকরণ।

দেখি, দুটি দুই চলবিশিষ্ট একসাথে বা বৈখিক সমীকরণ পেলাম।



আমি (i) নং ও (ii) নং সমীকরণের লেখচিত্র আঁকব।

$$\begin{aligned} x + y &= 20 \\ y &= 20 - x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10x + 5y &= 140 \\ 5y &= 140 - 10x \\ y &= \frac{140 - 10x}{5} = 28 - 2x \end{aligned}$$

(i) নং সমীকরণ $x + y = 20$ এর লেখচিত্র AB সরলরেখা এবং (ii) নং সমীকরণ $10x + 5y = 140$ এর লেখচিত্র CD সরলরেখা পেলাম। দেখছি AB ও CD সরলরেখা পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে।

P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(8, 12)$ ।

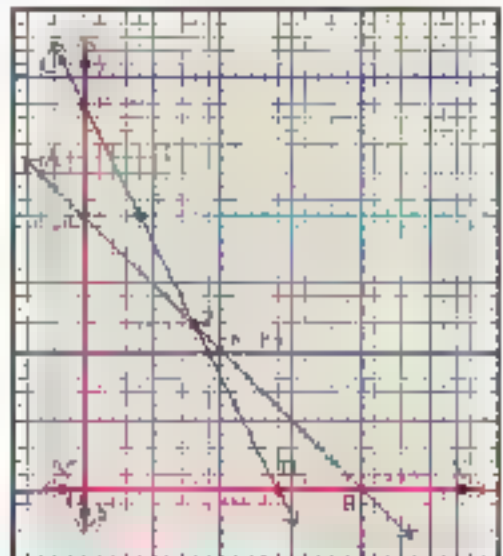
লেখচিত্র থেকে পেলাম, (i) নং ও (ii) নং দুই চলবিশিষ্ট একসাথে বৈখিক সমীকরণদুটির সাধারণ সমাধান

$x = 8$ এবং $y = 12$ ।

অর্থাৎ (i) নং ও (ii) নং সমীকরণে $x = 8$ ও $y = 12$ বসিয়ে

লাভ হবে—

$$\begin{aligned} x + y &= 8 + 12 = 20 \\ 10x + 5y &= 10 \times 8 + 5 \times 12 \\ &= 80 + 60 = 140 \end{aligned}$$



আমরা দেখতে পাই যে, $x = 8$ এবং $y = 12$ বসিয়ে (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ দুটির একটি মাত্র সাধারণ সমাধান পেলাম।



- ১ আমার লগ্নি ইলেক্সন ২৪ টাকায় ২টি আলপিনের প্যাকেট ও ২টি পেন কিনে হুন্টাগার নিন। সফিয়ারও হুন্টাগার ৫৮ টাকায় একই মূল্যের ৪টি আলপিনের প্যাকেট ও ৬টি পেন কিনে নিন।

আমি সহসমীকরণ পঠন কাল ৩টি আলপিনের প্যাকেট ও ৩টি পেনের মূল্য হিসাব করতে পারি কিনা দেখি।



ধরি ১টি আলপিনের প্যাকেটের দাম x টাকা এবং ১টি পেনের দাম y টাকা।

নির্ণেয় সহসমীকরণগুলি হলো $2x + 3y = 28$

$$4x + 6y = 56$$

(I)

(IV)



(I), II নং ও IV নং দুটি সুইচমডিফিস্ট একসাথে বা রেখিক সমীকরণ পেশাম। আমি ওই সমীকরণদুটির লেখচিত্র আঁকন করে ছেদবিন্দু খুঁজি ও সমাধান করি।

$2x + 3y = 28$	x	4	2	5
$y = \frac{28 - 2x}{3}$	$y = \frac{28 - 2x}{3}$			6

$$4x + 6y = 56$$

$$y = \frac{56 - 4x}{6}$$

x	14	8	5
$y = \frac{56 - 4x}{6}$			1

দেখি, (I) নং ও (IV) নং সমীকরণদুটির লেখচিত্র দুটি সরলরেখা, পরস্পর AB সরলরেখাতে সমাপতিত হয়েছে।

AB সরলরেখার উপর প্রতিটি বিন্দুই (I) নং ও (IV) নং সমীকরণের লেখচিত্রের উপর আছে।

অর্থাৎ (2, 8), (5, 6), (8, 4), (14, 0)

AB সরলরেখার উপর প্রতিটি বিন্দুই (I) নং ও (IV) নং সমীকরণের লেখচিত্রের উপর আছে।

অর্থাৎ $x=2, y=8$ $x=5, y=6$ $x=8, y=4$,

$x=14, y=0$ সমীকরণদুয়ের সমাধান।

সুতরাং, প্রত্যেকটি স্থানাঙ্কই (I) নং ও (IV) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

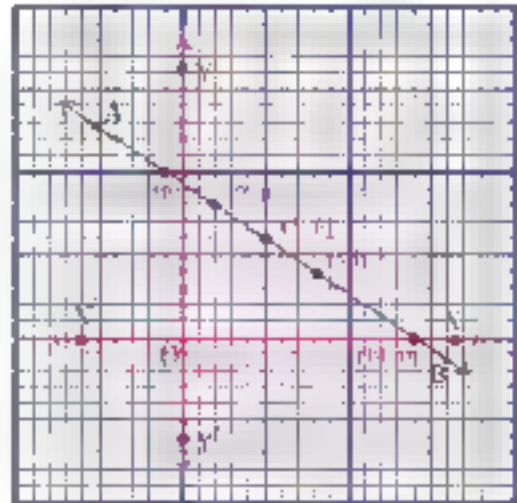
আমি (I) নং ও (IV) নং সমীকরণে

$$x=2, y=8 \quad x=5, y=6$$

বসিয়ে যাচাই করি।

$$2x + 3y = 2 \times 2 + 3 \times 8 = 4 + 24 = 28$$

$$4x + 6y = 4 \times 2 + 6 \times 8 = 8 + 48 =$$



কিন্তু, ৩টি আলপিনের প্যাকেটের দাম ২৮ টাকা হলে ১টি পেনের দাম ৪ টাকা হলে ৪টি আলপিনের প্যাকেটের দাম ৫ টাকা হলে ১টি পেনের দাম ৬ টাকা হবে ইত্যাদি।

সুতরাং এক্ষেত্রে আমরা (I) নং ও (IV) নং সমীকরণদুটির একত্রে অসংখ্য সমাধান পেলাম।

অন্যভাবে কী পাই দেখি।

$$4x + 6y = 56$$

$$\text{বা, } 2(2x + 3y) = 2 \times 28$$

$$2x + 3y = 28$$



(IV) নং সমীকরণ থেকে (I) নং সমীকরণ পেশাম অর্থাৎ দুটি সমীকরণই একই সমীকরণ।



৩. ইরফান ২x টাকায় ২টি আলপিনার প্যাকেট ও ১টি ৩২ কিলো গ্রাম সজাত কফি একই লোকান থেকে একই সময়ের ২টি আলপিনার প্যাকেট ও ১টি ৩২ কিলো গ্রাম সজাত কফি কিনে ১৪ টাকার দিল। এক্ষেত্রে সহসমীকরণ গঠন করে পাই

$$2x + 3y = 24 \quad \text{..... (i)}$$

(১) নং সমীকরণটি ও একটি দুই চলক বিশিষ্ট একযাত সমীকরণ

যদি $2x + 3y = 24$ (i) ও $2x + 3y = 24$ (ii) হলে

$$2x + 3y = 28 \quad \text{..... (ii)}$$

$$2x + 3y = 24 \quad \text{..... (i)}$$

$$\text{বা, } y = \frac{28 - 2x}{3}$$

$$\text{বা } y = \frac{24 - 2x}{3}$$

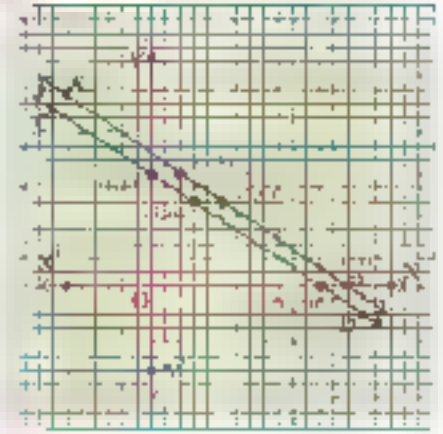
x	14	2	5
$y = \frac{28 - 2x}{3}$	0	8	6

x	0	12	3
$y = \frac{24 - 2x}{3}$			6

ii) নং ও i) নং সমীকরণের লেখচিত্রে যথাক্রমে দুটি সরলরেখা \overline{AB} ও \overline{CD} পেলাম যারা ☐ [বস্তুপক্ষেই সমান্তরাল]

অর্থাৎ \overline{AB} ও \overline{CD} সরলরেখার কোনো ছেদবিন্দু নেই সুতরাং এমন কোনো বিন্দু নেই যা \overline{AB} ও \overline{CD} উভয় সরলরেখার উপরে আছে।

1.1) নং ও (v) নং দুই চলক বিশিষ্ট একযাত সমীকরণ দুটির কোনো সাধারণ সমাধান নেই। অর্থাৎ এক্ষেত্রে ১ টি আলপিনার প্যাকেট ও ১ টি পেন্সেল মূল্য হিসাব করে পেলাম না।



করো দেখি—৩.১

নীচের প্রতিটি ক্ষেত্রে সহসমীকরণ গঠন করে এবং সমাধান করা যায় কিনা দেখ।

- আমার নিনি ও আমার লবের বর্তমান বয়সের সমষ্টি ৫৫ বছর। হিসাব করে দেখাও যে বছর পরে আমার বাবার বয়স আমার দিদির বয়সের দ্বিগুণ হবে।
 - সহসমীকরণ গঠন করে লেখচিত্র আঁকুন করি
 - লেখচিত্রের সাহায্যে দেখি সহসমীকরণ দুটির সাধারণ সমাধান পাওয়া যায় কিনা
 - লেখচিত্র থেকে আমার দিদি ও আমার বাবার বর্তমান বয়স লিখি
- মিড যাদবলকাল লোকান থেকে ১২ টাকায় ১টি পেন ও ১টি পেনসিল কিনতে আই লস্কান্দর ২০য়ার জন্য যাদবলকাল লোকান থেকে একই মূল্যের ১টি পেন ও ১ডজন পেনসিল ১৬ টাকায় কিনল।
 - সহসমীকরণ গঠন করে লেখচিত্র আঁকুন করি
 - লেখচিত্রের সাহায্যে আরও দেখি যে সমীকরণ দুটির সাধারণ সমাধান পাওয়া যায় কিনা
 - ১টি পেন ও ১টি পেনসিলের আলাদা আলাদা দাম কী হবে লেখচিত্র থেকে পাই কিনা লিখি
- জাহ্ন আলো আহবা যখন খাঁজ জাঁক তহি আমি ১টি অর্ডা পপার ও ১টি স্ক্রেড পেন ৬ টাকায় কিনছি কিন্তু সেলা ওই একই লোকান থেকে একই মূল্যের ১টি অর্ডা পপার ও ১টি স্ক্রেড পেন ১৪ টাকায় কিনতে।
 - সহসমীকরণ গঠন করে লেখচিত্র আঁকি।
 - লেখচিত্র থেকে সমীকরণ দুটির সাধারণ সমাধান পাওয়া যায় কিনা দেখি
 - ১টি অর্ডা পপার ও ১টি স্ক্রেড পেনের দাম পাই কিনা লিখি



- দুটি লাইনলিনিষ্ট একসাথে সমীকরণ লম্বাটির মাধ্যমে সাধারণ সমাধান করার কী কী শর্ত পলগ্ন লিখি।
- দুটি লাইনলিনিষ্ট একসাথে সমীকরণ লম্বাটির মাধ্যমে সাধারণ সমাধান করার কী কী শর্ত পলগ্ন লিখি।
- যখন দুটি সরলরেখা একটি বিন্দুতে ছেদ করে তখন সমীকরণদুটির সমাধান করা যায় এবং একটি মাত্র সাধারণ সমাধান পাওয়া যায়।
 - যখন দুটি সরলরেখা সমান্তরাল হয় অর্থাৎ একটি মাত্র সরলরেখাই হয় তখন সমীকরণদুটির অসংখ্য সাধারণ সমাধান পাওয়া যায়।
 - যখন দুটি সরলরেখা অসমাপ্তিগত (অসমাপ্তিগত নয়) কিন্তু পরস্পর সমান্তরাল হয় তখন সমীকরণদুটির কোনো সাধারণ সমাধান পাওয়া যায় না।

কখন দুটি লাইনলিনিষ্ট একসাথে সমীকরণ সাধারণ সমাধানযোগ্য বলে?

i. নং ও ii. নং এর ক্ষেত্রে অর্থাৎ যখন দুটি লাইনলিনিষ্ট একসাথে সমীকরণ সমাধান করা যায় এবং তাদের একটিমাত্র অথবা অসংখ্য সাধারণ সমাধান পাওয়া যায় তখন সমীকরণদুটিকে সাধারণ সমাধানযোগ্য বলা হয়।
আবার i. নং এর ক্ষেত্রে অর্থাৎ যখন দুটি লাইনলিনিষ্ট একসাথে সমীকরণের সাধারণ সমাধান পাওয়া যায় না তখন তাই সাধারণ সমাধানযোগ্য নয় বলা হয়।

কোনো $\left. \begin{array}{l} x + y = 2 \\ 9x - 5y = 40 \end{array} \right\} \longrightarrow$ সাধারণ সমাধানযোগ্য বলে। $x + y = 2$ এ $x = 2 - y$ বসিয়ে $9(2 - y) - 5y = 40$ হয়। $18 - 9y - 5y = 40$ হয়। $-14y = 22$ হয়। $y = -\frac{11}{7}$ হয়। $x = 2 - y = 2 + \frac{11}{7} = \frac{25}{7}$ হয়। $\therefore x = \frac{25}{7}, y = -\frac{11}{7}$ হয়।

$\left. \begin{array}{l} 7x + 3y = 78 \\ 4x - 6y = 56 \end{array} \right\} \longrightarrow$ সাধারণ সমাধানযোগ্য বলে। $7x + 3y = 78$ এ $3y = 78 - 7x$ বসিয়ে $4x - 6(78 - 7x) = 56$ হয়। $4x - 468 + 42x = 56$ হয়। $46x = 524$ হয়। $x = \frac{131}{11}$ হয়। $y = \frac{78 - 7x}{3} = \frac{78 - 7 \times \frac{131}{11}}{3} = \frac{78 - \frac{917}{11}}{3} = \frac{\frac{858 - 917}{11}}{3} = \frac{-59}{33}$ হয়। $\therefore x = \frac{131}{11}, y = -\frac{59}{33}$ হয়।

$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 28 \\ 2x + 3y = 24 \end{array} \right\} \longrightarrow$ সাধারণ সমাধানযোগ্য নয়।

- এই লাইনলিনিষ্ট একসাথে দুই সমীকরণদুটি $ax + by = c$ এবং $a_2x + b_2y = c_2$ এবং একটি সাধারণ সমাধান পাওয়া যায় কিনা তা নির্ধারণ করতে পারি।

$x + y = 20$ (i)
 $10x + 5y = 40$ (ii)



i. নং ও ii. নং সমীকরণদুটি $ax + by = c$ এবং $a_2x + b_2y = c_2$ এবং একটি সাধারণ সমাধান পাওয়া যায় কিনা তা নির্ধারণ করতে পারি।

$x + y = 20$

$10x + 5y = 40$

$x + y - 20 = 0$

বা, $10 \times x + 5 \times y + (-40) = 0$ (ii)

বা $1 \times x + 1 \times y + (-20) = 0$ (i)

(i) নং $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ সমীকরণ এবং (ii) নং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সমীকরণের $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}$ এবং $\frac{c_1}{c_2}$ মানগুলির তুলনা করে পাওয়া যায়।

$a_1 = 1, b_1 = 1, c_1 = -20$

$a_2 = 10, b_2 = 5, c_2 = -40$

সুতরাং $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{10}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{5}$

$\frac{c_1}{c_2} = \frac{-20}{-40} = \frac{1}{2}$



আমি ৪ নম্বর নীচের বিশিষ্ট একচলক সহসমীকরণের ওপর ভিত্তি করে একটি প্রশ্নের সমাধান করব।

প্রথম সমীকরণের আকার $a_1x + b_1y = c_1$ ও দ্বিতীয় সমীকরণের আকার $a_2x + b_2y = c_2$ ।

	দুইচলকবিশিষ্ট একচলক সহসমীকরণ	a a_1	b b_1	c c_1	অনুপাতগুলির তুলনা	সংঘটিত একে পেলো	বীজগণিতিক সিদ্ধান্ত
১	$x + y = 20$ $0x + 5y = 40$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{20}{140}$	$\frac{a}{a_2} \neq \frac{b}{b_2}$	দুটি পরস্পরোচ্ছিন্ন সরলরেখা	একটি করে সমাধান নেই। সাধারণ সমাধান নেই।
২	$2x + 3y = 28$ $4x + 6y = 56$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{28}{56}$	$\frac{a}{a_2} = \frac{b}{b_2} = \frac{c}{c_2}$	একটি সমাপ্রান্তিত সরলরেখা	অসংখ্য সমাধান আছে। সামান্য সমাধান নেই।
৩	$2x + 3y = 28$ $2x + 3y = 24$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{28}{24}$	$\frac{a}{a_2} = \frac{b}{b_2} \neq \frac{c}{c_2}$	দুটি পরস্পরোচ্ছিন্ন সমাপ্রান্তিত সরলরেখা	একটি করে সমাধান নেই। সাধারণ সমাধান নেই।
৪	$4x + 3y = 20$ $\frac{3x}{4} - \frac{y}{8} = 1$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{20}{8}$	$\frac{a}{a_2} = \frac{b}{b_2} \neq \frac{c}{c_2}$		
৫	$2x - 3y = 8$ $4x - 9y = 24$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{a}{a_2} = \frac{b}{b_2} \neq \frac{c}{c_2}$		
৬	$3x + 4y = 12$ $3x + 4y = 24$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{12}{24}$	$\frac{a}{a_2} = \frac{b}{b_2} \neq \frac{c}{c_2}$		

৪, ৫ ও ৬ নম্বরে লিখি

৫. আমি নীচের প্রশ্নগুলোতে দুইচলকবিশিষ্ট একচলক সহসমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র n_1 এবং n_2 যাত্র সহগগুলির অনুপাত দেখে সাধারণ সমাধানযোগ্য কিনা লিখ এবং পরে লেখচিত্র একে যাচাই করি।

a) $4x + 5y = 9$
 $8x + 10y = 86$

b) $x + y = 2$
 $15x + 15y = 30$

c) $4x - y = 5$
 $7x - 4y = 2$

d) $5x - 2y = 4$
 $10x + 7y = 1$

e) $x + 2y = 3$
 $7x - 4y = 28$

f) $8x + 5y = 1$
 $40x + 25y = 55$

a) $4x + 5y = 9$ ও $8x + 10y = 86$ বৈশিষ্টিক সহসমীকরণদ্বয়টিকে $ax + by = c$ ও $a_2x + b_2y = c_2$ বাস্তব সংখ্যা আকারে প্রকাশ করে একই চলক সহগগুলির মধ্যে ও ধ্রুবকগুলির মধ্যে অনুপাতের সম্পর্ক জোঁচ এবং প্রতিজ্ঞোত্তর সমীকরণ সমাধান সমাধানযোগ্য কিনা লিখি।

$$4x + 5y = 9 \Rightarrow 0 \quad (1)$$

$$8x + 10y = 86 \Rightarrow 0 \quad (2)$$

$$\frac{4}{8} = \frac{5}{10} \neq \frac{9}{86}$$

১ নং ও (১) নং সমীকরণদ্বয় সাধারণ সমাধানযোগ্য নয়।



আমি (১) এবং (১১) নং সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকতে পারি
 $4x + 5y = 9$ (১)

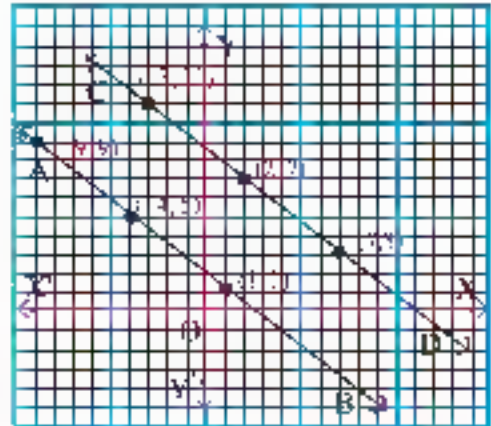
বা, $y = \frac{9 - 4x}{5}$

x	1	4	9
y	$\frac{9 - 4x}{5}$		9

$8x + 10y = 86$ (১১)

বা, $y = \frac{86 - 8x}{10}$

x	2	3	7
y	$\frac{86 - 8x}{10}$		3



সেখানি (১) এবং (১১) নং সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র যথাক্রমে AB ও CD ব্যবস্থার সমান্তরাল সরলরেখা
 লেখচিত্র থেকে পেলাম।

(১) এবং (১১) নং সমীকরণদ্বয় সাধারণ সমাধানযোগ্য নয়।

(b) $x + y - 2 = 0$ (১)
 $15x + 15y - 30 = 0$ (১১)
 $\frac{1}{15} = \frac{1}{15} = \frac{2}{30}$



উপরের সহগগুলির অনুপাত থেকে পাচ্ছি (১) এবং (১১) নং সমীকরণদ্বয় সমাধানযোগ্য কিন্তু অসংখ্য
 সাধারণ সমাধান পাবো।

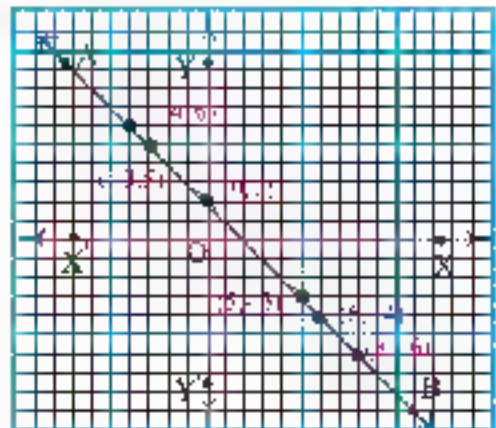
আমি (১) এবং (১১) নং সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকতে পারি।

$x + y = 2$
 $y = 2 - x$

x	0	2	3
y	$2 - x$		5

$15x + 15y = 30$
 $y = \frac{30 - 15x}{15}$

x	0	-4	8
y	$\frac{30 - 15x}{15}$		6



সেখানি, (১) এবং (১১) নং সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্রের দুটি সরলরেখা সমাপত্তিত হয়ে একটি সরলরেখা AC হয়েছে।

লেখচিত্র থেকে পেলাম (১) এবং (১১) নং সমীকরণদ্বয় সাধারণ সমাধানযোগ্য কিন্তু অসংখ্য
 সাধারণ সমাধান আছে।



(c) $4x - y - 5 = 0$ — (i) $\frac{4}{7} \neq -\frac{1}{4}$
 $7x - 4y - 2 = 0$ — (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণদ্বয় সাধারণ সমাধানযোগ্য এবং একটিমাত্র সাধারণ সমাধান আছে।

এখানে $a_1 = 4$, $a_2 = 7$, $b_1 = -5$, $b_2 = -2$, $a_1 \neq a_2$ ।

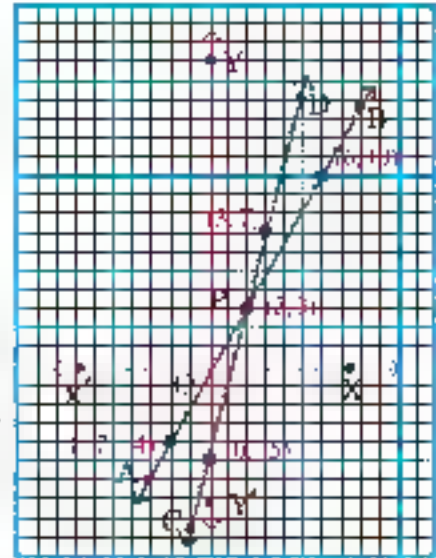
$4x - y - 5 = 0$ — (i)
 $x = \frac{y+5}{4}$

$x = \frac{y+5}{4}$			0
y	3	7	5

$7x - 4y - 2 = 0$ — (ii)
 $x = \frac{4y+2}{7}$

$x = \frac{4y+2}{7}$		2	
y	3	4	0

কোনটিও থেকে দেখছি (i) নং ও (ii) নং সমীকরণদ্বয় সাধারণ সমাধানযোগ্য এবং তাহলে একটিমাত্র বিন্দু P-তে ছেদ করছে যার সঙ্গনাম্বক (2,3)।



(i) নং ও (ii) নং সমীকরণদ্বয়ের একটিমাত্র সাধারণ সমাধান $x = 2$ এবং $y = 3$ ।

এখানে $a_1 = 4$, $a_2 = 7$ এর সাধারণ সমাধান যোগ্য নয় ও নিম্নে যাচাই করি।



৬. আমি নিচের সহসমীকরণগুলির লেখচিত্রে না এঁকে শুধুমাত্র বাই চাকুর সহসমীকরণ যোগ্য এবং ধ্রুবকগুলির ঘাশা অনুপাত/বন কান। এরপর ত্রুটি দল সম্পর্ক দেখে সহসমীকরণগুলির লেখচিত্র সমান্তরাল পরস্পর ছাড়া না পরস্পর সমান্তরাল হবে কিম্বা।

(a) $3x + 9y + 12 = 0$
 $x + 3y + 4 = 0$

(b) $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 23$
 $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 22$

(c) $4x - 3y - 7 = 0$
 $16x - 12y = 16$

(a) $3x + 9y + 12 = 0$ — (i)
 $x + 3y + 4 = 0$ — (ii)
 $\frac{3}{1} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4}$

(i) নং ও (ii) নং দুইচলবিশিষ্ট একঘাত সহসমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্রগুলি পরস্পর সমান্তরাল হবে এবং একটি সরলরেখা হবে।

(c) এর ক্ষেত্রে একইভাবে আমি নিচেরে করি।

(b) $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 23$ — (i)
 $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 22$ — (ii)
 $\frac{1}{5}, \frac{1}{4}$
 $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}$

(i) নং ও (ii) নং সহসমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্রদুটি পরস্পর ছাড়া সরলরেখা হবে।

৭. p -এর কোন বা নয় জন্য $3x - 4y = -2$ এবং $x + py = 2$ দুটি সরাসরি সমীকরণ থাকবে, হিসাব করে লিখ।

$$3x - 4y = -2 \quad (1)$$

$$x + py = 2 \quad (2)$$

এখানে $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ সমীকরণ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সমীকরণের

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ ও $\frac{c_1}{c_2}$ মানগুলির তুলনা করে পাই

$$\frac{3}{1} = \frac{-4}{p} \text{ এবং } \frac{-2}{2} = \frac{-2}{p}$$

$$3 = \frac{-4}{p} \text{ এবং } -1 = \frac{-2}{p}$$

(1) ও (2) দুটি সমীকরণের অসংখ্য সমাধান থাকবে না যদি $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ হয়

$$\frac{3}{1} = \frac{-4}{p} \text{ বা } 3p = -12 \quad p = -4$$

$p = -4$ হলে (1) ও (2) দুটি সমীকরণের একটিমাত্র সমাধান থাকবে

৮. r এর যে মানের জন্য $rx + 2y = 5$ এবং $r + x + 3y = 2$ সমীকরণগুলির কোনো সমাধান পাওয়া যাবে না হিসাব করে লিখ।

$$rx + 2y = 5 \quad (1)$$

$$(r+1)x + 3y = 2 \quad (2)$$

(1) ও (2) দুটি সমীকরণের কোনো সমাধান থাকবে না যদি $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ হয় বা $3r = 2r + 2$ $r = 2$

$r = 2$ হলে (1) ও (2) দুটি সমীকরণের কোনো সমাধান থাকবে না

৯. p এর কোন বা নয় জন্য $px + 6y = p + 1$ এবং $p + x + 4y = p + 5$ দুটি সমীকরণ দুটি অসংখ্য সমাধান থাকবে হিসাব করে লিখ।

$$px + 6y = p + 1 \quad (1)$$

$$(p+1)x + 4y = p + 5 \quad (2)$$

এখানে $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ সমীকরণ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সমীকরণের $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ মানগুলির তুলনা করে পাই

এখানে $a = p, b = 6, c = p + 1$ এবং $a_2 = p + 1, b_2 = 4, c_2 = p + 5$

(1) ও (2) দুটি সমীকরণের অসংখ্য সমাধান থাকবে যদি $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হয়

$$\frac{p}{p+1} = \frac{6}{4} = \frac{p+1}{p+5}$$

$$\frac{p}{p+1} = \frac{3}{2}$$

$$\text{বা, } 2p = 3(p+1)$$

$$p = -3$$

$$\text{আবার, } \frac{3}{2} = \frac{p+1}{p+5}$$

$$\text{বা, } 3p - 15 = 2p + 10$$

$$\text{বা, } p = 25$$

$$p = 25$$

অর্থাৎ, $p = -3$ হলে (1) ও (2) দুটি সমীকরণের অসংখ্য সমাধান পাওয়া



10. তিনটি দুইচলক বিশিষ্ট এককোণ সমীকরণ $ax + by = c$ লিখেছে অমি। জান একটি দুইচলক বিশিষ্ট এককোণ সমীকরণ লিখা থাকলে দুটি সমীকরণের লেখচিত্র এক সমান্তরাল হবে। তাহলে a, b ও c এর সম্পর্ক কী হবে?

a) $2x + y = 6$ (1)

i) নং সমীকরণের লেখচিত্রের সমান্তরাল একটি সরলরেখার সমীকরণ

$$4x + 2y = 10 \text{ [যেহেতু } \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \neq \frac{6}{10} \text{]}$$

(b) $2x + y = 6$ সমীকরণের লেখচিত্রের সঙ্গে পরস্পরছেদি অপর একটি সরলরেখার সমীকরণ

$$3x + 2y = 6 \text{ [যেহেতু } \frac{2}{3} \neq \frac{1}{2} \text{]}$$

(c) $2x + y = 6$ সমীকরণের লেখচিত্রের সঙ্গে সমাপত্তিত হবে অপর একটি সরলরেখার সমীকরণ

$$2x + 6y = 36 \text{ [যেহেতু } \frac{2}{2} = \frac{6}{6} = \frac{36}{36} \text{]}$$

করে দেখি-5.2

1. নিচের সহসমীকরণগুলির লেখচিত্র অঙ্কন করে সমাধানযোগ্য কিনা লিখ ও সমাধানযোগ্য হলে সমাধানটি বা অসংখ্য সমাধানের ক্ষেত্রে ৩টি সমাধান লিখ।

(a) $2x + 3y = 7$ (1) (b) $4x + y = 1$ (2) (c) $7x + 3y = 42$ (3) (d) $5x + y = 1$ (4)
 $3x + 2y = 8$ (5) $8x + 2y = 22$ (6) $2x + 9y = 42$ (7) $5x + 5y = 2$ (8)

2. নিচের প্রতিটিতে সহসমীকরণগুলির একটি চতুর্ভুজের সহসমীকরণ ও প্রকৃতির অনুপাতের সম্পর্ক নির্ণয় করে সমীকরণ দুটি সমাধানযোগ্য কিনা লেখ ও সমীকরণগুলির লেখচিত্র চিত্রিত কর।

(a) $x + 5y = 7$ (1) (b) $2x + y = 8$ (2) (c) $5x + 8y = 14$ (3) (d) $3x + 2y = 6$ (4)
 $x + 5y = 20$ (5) $2y - 3x = 9$ (6) $5x + 24y = 42$ (7) $2x + 8y = 24$ (8)

3. নিচের প্রতিটিতে সহসমীকরণগুলি একটি চতুর্ভুজের সহসমীকরণ ও প্রকৃতির অনুপাতের সম্পর্ক নির্ণয় করে সমীকরণগুলির লেখচিত্রগুলি সমান্তরাল না পরস্পরছেদি না সমাপত্তিত হবে কিনা লেখ।

(a) $5x + 3y = 1$ (1) (b) $6x + 8y = 2$ (2) (c) $8x + 7y = 0$ (3) (d) $4x + 3y = 6$ (4)
 $2x + 7y = 12$ (5) $3x + 4y = 1$ (6) $8x + 7y = 56$ (7) $4y - 5x = 7$ (8)

4. নিচের প্রতিটিতে সহসমীকরণগুলির মধ্যে যেকোনো সমাধানযোগ্য চতুর্ভুজের লেখচিত্র এক সমাধান করে এবং অসংখ্য সমাধানের ক্ষেত্রে ৩টি সমাধান লিখ।

(a) $4x + 3y = 20$ (1) (b) $4x + 3y = 20$ (2) (c) $4x + 3y = 20$ (3)
 $8x + 6y = 40$ (4) $2x + 9y = 20$ (5) $\frac{3x}{4} + \frac{y}{8} = 1$ (6)
(d) $p + q = 3$ (1) (e) $p + q = 3$ (2) (f) $p + q = 3$ (3)
 $\frac{p}{3} + \frac{q}{2} = 6$ (4) $\frac{p}{5} + \frac{q}{5} = 3$ (5) $8p + 8q = 9$ (6)

5. তথ্যসমূহ একটি দুইচলক বিশিষ্ট এককোণ সমীকরণ $x + y = 5$ । লিখ। অমি আর একটি দুইচলক বিশিষ্ট এককোণ সমীকরণ লিখি যাতে দুটি সমীকরণের লেখচিত্র

(a) পরস্পর সমান্তরাল হবে (b) পরস্পরছেদি হবে (c) পরস্পর সমাপত্তিত হবে।



-

- 

$$y = 5$$

14. আদিবীরপুর দুইজনলিখিষ্ট সমীকরণগুলি অপনমন পদ্ধতিতে সমাধান করি এবং সমাধান পাওয়া চলগুলি ঐখান সমীকরণকে সিদ্ধ করছে কিনা যাচাই করি।

$$(a) \begin{cases} 3x - \frac{2}{y} = 5 \\ x + \frac{4}{y} = 4 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2x + 3y - 5 = 0 \\ 3x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{19}{20} \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} ax - by = c \\ bx + ay = 1 + c \end{cases}$$

$$(a) \begin{cases} 3x - \frac{2}{y} = 5 & (i) \\ x + \frac{4}{y} = 4 & (ii) \end{cases}$$

y চলটি অপনমন করার জন্য (i) নং সমীকরণকে 2 দিয়ে ও (ii) নং সমীকরণকে 1 দিয়ে গুণ করি।

$$\begin{aligned} 6x - \frac{4}{y} &= 10 \\ x + \frac{4}{y} &= 4 \end{aligned}$$

$$\text{যোগ করে পাই,} \quad 7x = 14$$

$$x = \boxed{2}$$

(ii) নং সমীকরণে $x = 2$ বসিয়ে পাই,

$$3 \times 2 - \frac{2}{y} = 5$$

$$\text{বা } \frac{2}{y} = 5 - 6 = -1$$

$$\text{বা } \frac{2}{y} = -1$$

$$y = -2$$

নির্ণেয় সমাধান $x = 2$

$$y = -2$$

$$\begin{aligned} 3x - \frac{2}{y} &= 5 \\ = 3 \times 2 - \frac{2}{-2} \\ &= 6 + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + \frac{4}{y} &= 4 \\ = 2 + \frac{4}{-2} \\ &= 2 - 2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$x = 2$ ও $y = -2$ নং ও (i) নং

সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

$$(b) \begin{cases} 2x + 3y - 5 = 0 & (i) \\ 3x + 2y - 5 = 0 & (ii) \end{cases}$$

যেকোনো বাস্তব সংখ্যামাত্রার বর্গ সর্বদা ধনাত্মক। দুটি ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যামাত্রার বর্গের সমষ্টি শূন্য হলে, তারা পৃথক পৃথকভাবে শূন্য হবে।

$$\begin{aligned} \text{সুতরাং } 2x + 3y - 5 &= 0 & (i) \\ 3x + 2y - 5 &= 0 & (ii) \end{aligned}$$

(i) নং $\times 3$ - (ii) নং $\times 2$ করে পাই,

$$6x - 9y - 15 = 0$$

$$6x + 4y - 10 = 0$$

$$\text{+}$$

$$\text{বিয়োগ করে পাই } -13y - 5 = 0$$

$$\text{বা } -13y = 5 \quad y = -\frac{5}{13}$$

y-এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

$$2x + 3 \times -\frac{5}{13} = 0$$

$$\text{বা } 2x = 2 \quad x = 1$$

সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান $x = 1$ ও $y = -\frac{5}{13}$

(c) $\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 1$

বা. $2 \times \left(\frac{1}{x}\right) + 5 \times \left(\frac{1}{y}\right) = 1$

ধরি, $\frac{1}{x} = p$ এবং $\frac{1}{y} = q$

$x = \frac{1}{p}$ এবং $y = \frac{1}{q}$

সুতরাং, $2p + 5q = 1$ (i)

আবার, $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{19}{20}$

বা $3 \times \left(\frac{1}{x}\right) + 2 \times \left(\frac{1}{y}\right) = \frac{19}{20}$

$3p + 2q = \frac{19}{20}$ (ii)

p চলটি অপসারণ করার জন্য 3 × (i) নং

- 2 × (ii) নং করে পাই,

$6p + 5q = 3$

$6p + 4q = \frac{19}{10}$

$11q = 3 - \frac{19}{10} = \frac{1}{10}$

$q = \frac{1}{110}$

(i) নং সমীকরণে $q = \frac{1}{110}$ বসিয়ে পাই,

$2p + 5q = 1$

$2 \times p + 5 \times \frac{1}{110} = 1$

বা $2p = 1 - \frac{1}{22} = \frac{21}{22}$

$p = \frac{21}{44}$

নির্ণয়ক সমাধান $x = \frac{1}{p} = \frac{44}{21} = 4$ এবং $y = \frac{1}{q} = 110$

যাচাই করি

$\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{2}{4} + \frac{5}{110} = \frac{1}{2} + \frac{1}{22} = \frac{11}{22} + \frac{1}{22} = \frac{12}{22} = \frac{6}{11}$

$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{3}{4} + \frac{2}{110} = \frac{33}{44} + \frac{2}{110} = \frac{330}{440} + \frac{8}{440} = \frac{338}{440} = \frac{169}{220}$

$x = 4$, $y = 110$ নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

নং সমীকরণকে সিদ্ধ করে



d. $ax + by = c$ (i)

$bx + ay = 1 + c$ (ii)

(i) নং × b - (ii) নং × a করে পাই,

$abx + by = bc$

$abx + ay = a + ac$

বিয়োগ করে পাই, $b^2y - ay = bc - a - ac$

বা $y(b^2 - a^2) = bc - a - ac$

$y = \frac{bc - a - ac}{b^2 - a^2}$

এই সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই,

$ax + \frac{b^2 - a^2}{b^2 - a^2} = c$

বা, $ax = c - \frac{b^2 - a^2}{b^2 - a^2} = \frac{b^2 - a^2 - b^2 + a^2}{b^2 - a^2} = \frac{a^2 - b^2}{b^2 - a^2} = -1$

বা $ax = -1$

বা $x = \frac{-1}{a}$

$x = \frac{bc - a - ac}{b^2 - a^2}$

নির্ণয়ক সমাধান

$x = \frac{bc - a - ac}{b^2 - a^2}$

$y = \frac{bc - a - ac}{b^2 - a^2}$

করে দেখি-৩.৩

- ১ নীচের দুইচলনিসিষ্ট একসাথে সহসমীকরণগুলি আপনমন পদ্ধতিতে সমাধান করে ও লম্বচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে যাচাই করি

$$\begin{aligned} \text{a} \quad & 8x + 5y - 1 = 0 & \text{b} \quad & 2x + 3y - 7 = 0 \\ & 3x - 4y - 10 = 0 & & 3x - 2y - 8 = 0 \end{aligned}$$

- ২ $7x - 5y + 2 = 0$ সমীকরণকে কত দিয়ে গুণ করে $2x + 19y - 3 = 0$ সমীকরণের সঙ্গে যোগ করবে যাতে y চলনটিকে অপনীত করতে পারি

- ৩ $4x - 3y = 16$ ও $6x + 9y = 62$ উভয় সমীকরণকে সবথেকে ছোটো কোন কোন স্বাভাবিক সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে দুটি সমীকরণের x এর সহগ সমান হবে তা লিখি

- ৪ নীচের দুইচলনিসিষ্ট সহসমীকরণগুলি আপনমন পদ্ধতিতে সমাধান করে

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & 3x + 2y = 6 \\ & 2x - 3y = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad & 2x + 3y = 32 \\ & 4y - 9x = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad & x + y = 48 \\ & x + 4 = \frac{5}{2}(y + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad & \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 8 \\ & 5x - 3y = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(v)} \quad & 3x - \frac{2}{y} = 5 \\ & x + \frac{4}{y} = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(vi)} \quad & \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \\ & \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(vii)} \quad & \frac{x+y}{2} + \frac{3x-5y}{4} = 2 \\ & \frac{x}{14} + \frac{y}{8} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(viii)} \quad & \frac{xy}{x-y} = \frac{1}{5} \\ & \frac{xy}{x-y} = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ix)} \quad & \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ & \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(x)} \quad & \frac{4}{x+y} + \frac{3}{x-y} = 5 \\ & \frac{2}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(xi)} \quad & \frac{x+y}{5} - \frac{x-y}{4} = \frac{7}{20} \\ & \frac{x+y}{3} - \frac{x-y}{2} + \frac{5}{6} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(xii)} \quad & x + y = a + b \\ & ax - by = a^2 - b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(xiii)} \quad & \frac{a}{x} = \frac{b}{y} \\ & ax - by = a^2 - b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(xiv)} \quad & ax + by = c \\ & a^2x - b^2y = c^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(xv)} \quad & ax + by = \\ & bx + ay = \frac{(a+b)}{a^2-b^2} \end{aligned}$$

$$\text{(xvi)} \quad 7x - y - 6x + 14x - 2y - 16y = 0$$

- ১৫ সুমিডা লার্ডে $x + 2y = 19$ ও $x - 3y = 24$ সমীকরণ দুটি লিখল
 $x + 2y = 19$ (i)
 $x - 3y = 24$ (ii)

আমি একটি চলক অন্য চলক মাধ্যমে প্রকাশ করি ও কী পাই দেখি

$$\begin{aligned} & x + 2y = 19 & \text{আবার} & x + 3y = 24 \\ & x = 19 - 2y & \text{(ii)} & x = 24 - 3y & \text{(iv)} \end{aligned}$$

সুতরাং (i) ও (iv) এর সমীকরণের বামপক্ষ সমান

(i) ও (iv) এর সমীকরণ দুটি তুলনা করে কী পাই লিখি।

$$19 - 2y = 24 - 3y$$

$$\text{বা } -2y + 3y = 24 - 19 \quad \therefore y = 5$$



નિર્દેશ અથવાનિ $x = 9, y = 6$



• ୫ ନଂ ବିଧାନ ସଭା ସମିତିର ନିର୍ଦ୍ଦେଶନା: ପ୍ରାଥମିକ ଶିକ୍ଷା। Method of Comparison। ପୃଷ୍ଠା ୨

• ୫ ନଂ ବିଧାନ ସଭା ସମିତିର ନିର୍ଦ୍ଦେଶନା: ପ୍ରାଥମିକ ଶିକ୍ଷା। Method of Comparison। ପୃଷ୍ଠା ୨

$$4x - 3y = 16 \quad (1) \qquad 6x + 5y = 62 \quad (2)$$

$$\text{or } 6x = 62 \quad 5y$$

$$X = \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix} \quad (V)$$

$$\frac{16 + 3y}{4} = \frac{62 - 5y}{6}$$

दा $38y = 248$ $96 = \square$ $y = \square$

আকরন থেকে পাই $x = \frac{16 - 3y}{4} = \frac{16 + 3 \times 4}{4} = 7$

আমি লেখাচিত্রের সাহায্যে $x = 7$ ও $y = 1$ সমীকরণের সমাধান কাল (কলাহ) $x = 7$ ও $y = 1$ নির্দেশ করি।

• कण्डू रोगचि - 5.4 •

2. $\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ x & y \end{bmatrix} = I$ সমীকরণের y -কে x চলেসর মাধ্যমে প্রকাশ করি।

2. $\frac{2}{x} = \frac{7}{y}$ সমীকরণের y -কে x চলনের মাধ্যমে প্রকাশ করি।

3) নাগের সহস্রাবীকরণগুলি হুসনাখানার পাখি উড়ে সমাধানে কটি এক স্বাধীন হানগুলি স্বীকরণ গুন ক সি করে কিনা যাচাই করি

a) $2(x - y) = 3$ (b) $2x + \frac{3}{y} = 5$ (c) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ (d) $4x - 3y = 18$

$$5x + 8y = 14 \qquad 5x - \frac{2}{y} = 3 \qquad \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \qquad 4y - 5x = 7$$

4 $2x + y = 8$ ও $2y = 3x$ ৭ অনুসারীকরণগুলি তুলনামূলক পদ্ধতিতে সমাধান করি ও সমাধানের মাধ্যমে সমাধান করে যাচাই করি

5. नीचे दिए गए विचारों में से एक को चुनकर अपने विचारों को लिखें।

$$\begin{array}{l} \text{(i)} \quad x + 2y = 2 \\ \quad \quad 7x + 3y = 43 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{(ii)} \quad 2x + 3y = 8 \\ \quad \quad x + \frac{y}{2} = 7 \\ \quad \quad \frac{x}{x} = \frac{y}{y} = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{(iii)} \quad \frac{1}{3}x + y = \frac{1}{4}(y + 1) \\ \quad \quad \frac{1}{7}4x + 5y = x + 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{(iv)} & \begin{array}{l} x+1=4 \\ y+1=5 \\ x=3 \\ y=4 \end{array} & \begin{array}{l} \text{(v)} \quad x+y=11 \\ y+z=\frac{1}{8} \quad | 10y+x \end{array} & \begin{array}{l} \text{(vi)} \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \\ 2x - 4y = 1 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{(v)} & x + y = 11 \\ & y + z = \frac{1}{8} \quad (10y + x) \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{(vi)} & \frac{x}{7} + \frac{y}{4} = 1 \\ & 2x - 4y = 1. \end{array}$$

$$(vi) \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$$

$$(vii) x + \frac{2}{y} = 7$$

$$2x + \frac{6}{y} = 9$$

$$(x) \frac{x+y}{5} + \frac{x-y}{4} = 5$$

$$\frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{5} = 5, \frac{4}{5}$$

$$(viii) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$$

$$(xi) \frac{4}{x} - \frac{y}{2} = 1$$

$$\frac{8}{x} + 2y = 10$$

$$(ix) \frac{x+y}{xy} = 2$$

$$\frac{x-y}{xy} = 1$$

$$x+2-2(3x-y) = 10, 4-y = 5x$$

$$= 4(y-x)$$

- 17 সিন্ড্র সূর্যজান লার্ডে লেগ দুইচলনিশিষ্ট একঘাত সমীকরণগুলি অন্যভাবে সমাধান করার চেষ্টা করতে $x + 2y = 4$ ও $x + 3y = 24$ ।

জামি যদি x না সমীকরণ থেকে x চলকে y চলকের মাধ্যমে প্রকাশ করে এবং y সমীকরণ x এর পরিবর্তে সেটি বসাই তাহলে কী পাওয়া যাবে।

$$x + 2y = 19$$

$$x = 19 - 2y \quad (i)$$

এই সমীকরণ $x =$ বসিয়ে পাই

$$x + 3y = 24$$

$$\text{বা } 19 - 2y + 3y = 24$$

$$\text{বা } 19 + y = 24$$

$$\text{বা } y = 24 - 19 \Rightarrow y = 5 \text{ এই পদ্ধতিতে সমাধান করে পাই } y = 5 \text{ এবং } x = 9$$



এই সমীকরণ $x =$ বসিয়ে পাই

$$x = 19 - 2y$$

$$\text{বা } x = 19 - 2 \times 5$$

$$x = \boxed{9}$$

এইভাবে একটি দুইচলনিশিষ্ট একঘাত সমীকরণের একটি চলকে অপর চলকের মাধ্যমে প্রকাশ করে অন্য দুইচলনিশিষ্ট একঘাত সমীকরণে ওই চলকের পরিবর্তে বসিয়ে সমাধান করার পদ্ধতির নাম কী।

এই পদ্ধতির নাম কী? $x + 2y = 19$ ও $x + 3y = 24$ ।

- 18 অণ্ড পদ্ধতিতে পাতের দুইচলনিশিষ্ট একঘাত সহসমীকরণগুলি সমাধান করি এবং সমাধানের মানগুলি সমীকরণগুলিকে সিদ্ধ করে কিনা যাচাই করি।

$$(a) 5x + 3y = 11 \quad (i), 2x - 7y = -12 \quad (ii)$$

$$\text{বা } 3y = 11 - 5x$$

$$y = \frac{11 - 5x}{3} \quad (iii)$$

$$(i) \text{ এই সমীকরণ } y \text{ এর মান বসিয়ে পাই } 2x - 7 \times \frac{11 - 5x}{3} = -12$$

$$\text{বা } 2x - \frac{77 - 35x}{3} = -12$$

$$\text{বা } 2x - \frac{77 + 35x}{3} = -12$$

$$\text{বা } 6x - 77 + 35x = -36$$

$$\text{বা } 41x - 77 = -36$$

$$\text{বা } 41x = 41 \Rightarrow x = 1$$

$$a) 5x + 3y = 11 \quad (b) 2x - \frac{3}{y} = 5$$

$$2x - 7y = -12 \quad 5x - \frac{3}{y} = 3$$

$$(iii) \text{ না সমীকরণে } x = \text{ বসিয়ে পাই}$$

$$y = \frac{11 - 5 \times 1}{3}$$

$$y = \frac{6}{3} = 2$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান: } x = 1, y = 2$$

যাচাই করি

$$5 \times 1 + 3 \times 2 = \boxed{11} \text{ এবং } 2 \times 1 - 7 \times 2 = \boxed{-12}$$

$x = 1$ ও $y = 2$ মান (i) ও (ii) সমীকরণকে সিদ্ধ করে।



(b) $2x + \frac{3}{y} = 5$ (i) $5x - \frac{2}{y} = 3$ (ii)

বা, $2x = 5 - \frac{3}{y}$

বা, $x = \frac{1}{2} \left(5 - \frac{3}{y} \right)$

(i)।

এখন সমীকরণে x এর পরিবর্তে $\frac{1}{2} \left(5 - \frac{3}{y} \right)$ বসিয়ে পাই

$5x - \frac{2}{y} = 3$

বা, $5 \times \frac{1}{2} \left(5 - \frac{3}{y} \right) - \frac{2}{y} = 3$ বা $\frac{5 \times 4}{2y} = \frac{6 - 25}{2}$

বা $\frac{25}{2} - \frac{15}{2y} - \frac{2}{y} = 3$

বা $\frac{19}{2y} = \frac{9}{2}$

বা $\frac{5}{2y} - \frac{2}{y} = 3 - \frac{25}{2}$

বা $38y = 48$

$y =$

$x = \frac{1}{2} \left(5 - \frac{3}{y} \right)$ $x =$

নির্ণেয় সমাধান $x = 1$ ও $y =$

যাচাই করি

$2 \times 1 - \frac{2}{y} = 3$ এবং $5 \times 1 - \frac{2}{y} = 3$ $x=1$ ও $y=1$ মান, (i) ও (ii) এর সমীকরণকে সিদ্ধ করে

করে দেখি-প্রকৃতি

- $\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 1$ সমীকরণের x -কে y চলেব মাধ্যমে প্রকাশ করি
- $2x + 3y = 9$ সমীকরণ y এর পরিবর্তে $\frac{4x}{5}$ বসিয়ে x এর মান কত হবে লিখি
- নিচের দুইচলকবিশিষ্ট সহসমীকরণগুলি পৃথক পৃথক সমাধান করি ও লেবচিহ্নের সাহায্যে সমাধান করে যাচাই করি

(a) $3x - y = 7$
 $2x - 4y = 0$

(b) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 = \frac{x}{4} - \frac{y}{2}$

- নিচের দুইচলকবিশিষ্ট সহসমীকরণগুলি পৃথক পৃথক সমাধান করি ও সমাধানের মানগুলি সমীকরণগুলিকে সিদ্ধ করে কিনা যাচাই করি

(a) $2x + \frac{3}{y} = 1$ (b) $\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 2$ (c) $\frac{x+y}{xy} = 1$ (d) $\frac{x+y}{x-y} = \frac{7}{3}$
 $5x - \frac{2}{y} = \frac{11}{12}$ $\frac{5}{x} + \frac{10}{y} = 5\frac{5}{6}$ $\frac{x}{xy} - \frac{y}{xy} =$ $x+y = \frac{7}{10}$

- নিচের দুইচলকবিশিষ্ট সহসমীকরণগুলি পৃথক পৃথক সমাধান করি

(i) $2(x-y) = 3$ (ii) $2x + \frac{3}{y} = 5$ (iii) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} =$ (iv) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$
 $5x + 8y = 14$ $5x - \frac{2}{y} = 3$ $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ $7x - 5y = 2$

(v) $\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 1$ (vi) $\frac{1}{3}(x-y) = \frac{1}{4}(y-1)$ (vii) $\frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 1$
 $\frac{3}{x} - \frac{2}{y} = \frac{9}{20}$ $\frac{1}{7}(4x-5y) = x-7$ $\frac{x+y}{2} - \frac{3x-5y}{4} = 2$

(viii) $p(x+y) = q$, $x-y = 2pq$



১৭. লাক্ষ্য ও শ্রুত এই মজা খেল পছন্দাংশের চারা ও লেগাফেঁটা চারা কিনল। লাক্ষ্য ৬২ টাকায় ৪টি লেগাফেঁটা চারা এবং ৫টি পছন্দাংশের চারা কিনল। শ্রুত ৩৬ টাকায় ৩টি পছন্দাংশের চারা এবং ২টি লেগাফেঁটা চারা কিনল। একটি পছন্দাংশের চারার ও লেগাফেঁটা চারার নাম হিসাব কর।
আমি পুথোৎসাহ সহস্রাধী গণনা গঠন করি।

ধরি ৷টি পছন্দাংশের চারার নাম x টাকা এবং ২টি লেগাফেঁটা চারার নাম y টাকা।

$$\text{শর্তানুসারে, } 4x + 5y = 62 \quad (i)$$

$$3x + 2y = 36 \quad (ii)$$

একইভাবে x অপনয়ন করার জন্য $3 \times (i) - 4 \times (ii)$ করে পাই

$$3 \times 4x + 3 \times 5y = 3 \times 62$$

$$4 \times 3x + 4 \times 2y = 4 \times 36$$

$$\text{বা } y(3 \times 5 - 4 \times 2) = 3 \times 62 - 4 \times 36$$

$$y = \frac{36 \times 4 - 3 \times 62}{4 \times 2 - 3 \times 5} = \boxed{\quad}$$

একইভাবে y অপনয়ন করার জন্য

$$2 \times (i) - 5 \times (ii) \text{ করে পাই}$$

$$x = \frac{2 \times 62 - 5 \times 36}{4 \times 2 - 3 \times 5} = \boxed{\quad}$$

এখন $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ দুটি সমীকরণ আছে। a_1 ও a_2 এর মান x ও y এর মান বের করি।

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad (i)$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad (ii)$$

$a_1 \times (ii) - a_2 \times (i)$ করে পাই,

$$a_1a_2x + b_1a_2y + c_1a_2 = 0$$

$$a_2a_1x + b_2a_1y + c_2a_1 = 0$$

$$\text{বা } y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1} = \frac{c_2a_1 - c_1a_2}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad [\text{যেখানে } a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0]$$

$$= \frac{1}{\frac{a_2b_1}{a_1b_2} - \frac{a_1b_2}{a_1b_2}} \quad (vi)$$

একইভাবে $b_2 \times (i) - b_1 \times (ii)$ করে পাই,

$$a_1b_2x + b_1b_2y + b_1c_2 = 0$$

$$a_2b_1x + b_2b_1y + b_2c_1 = 0$$

$$x(a_1b_2 - a_2b_1) = b_1c_2 - b_2c_1$$

$$\text{বা } x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad [a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0]$$

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad (vi)$$

(v) নং ও (vi) নং থেকে পলায়,

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{a_1b_2 - a_2b_1} = \frac{1}{\frac{a_1b_2}{a_1b_2} - \frac{a_2b_1}{a_1b_2}} \quad (vi) \quad [\text{যেখানে } (a_1b_2 - a_2b_1) \neq 0]$$



20. যদি $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ দুই তলবিশিষ্ট এক্ষণে সমীকরণগুলি অপসারণ পদ্ধতিতে সমাধান করা যায়।
 ধাপগুলি নিচের মতো করুন।
 ১. a_1 ও a_2 সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান করি। তাহলে a_1 ও a_2 সহসমীকরণের
 কী সমাধান পাই দেখি।

$$4x + 5y - 62 = 0 \quad (1)$$

$$3x - 2y - 36 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{x}{4 \times 1 - 2 \times (-62)} = \frac{y}{-62 \times 3 - 36 \times 4} = \frac{1}{4 \times 2 - 3 \times 5}$$

$$\text{বা } \frac{x}{56} = \frac{y}{-42} = \frac{1}{-7}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{x}{56} = \frac{1}{-7} \text{ আবার } \frac{y}{-42} = \frac{1}{-7}$$

$$\text{বা } 7x = -56 \quad \text{অথবা } 7y = -42$$

$$x = -8 \quad y = -6$$

এই পদ্ধতিতে নির্ণেয় সমাধান পেলাম, $x = -8, y = -6$

১টি পেয়ারাগাছের চারার দাম ৪ টাকা ও

১টি লেবুগাছের চারার দাম ৬ টাকা



যাচাই করি।
 ১টি পেয়ারাগাছের চারা ও ১টি লেবুগাছের চারা দাম 4×8 টাকা + 6×6 টাকা =
 টাকা আবার, ১টি পেয়ারাগাছের চারা ও ১টি লেবুগাছের চারার মোট দাম 4×8 টাকা + 2×6
 টাকা = টাকা

এইভাবে $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ দুই তলবিশিষ্ট এক্ষণে সমীকরণের সমাধান পদ্ধতি
 নাম কী?

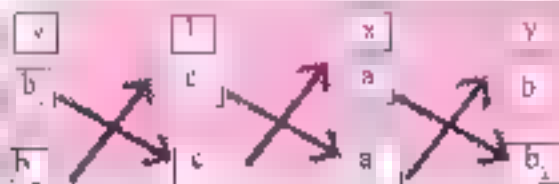
এই পদ্ধতির নাম **বড়পুণন পদ্ধতি**।

$$\text{বুঝেছি, } a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

$$\text{সুতরাং } \frac{x}{\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1a_2 - a_2a_1}} = \frac{y}{\frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1a_2 - a_2a_1}} = \frac{1}{\frac{a_1b_2 - a_2b_1}{a_1a_2 - a_2a_1}} \quad [\text{যেখানে } a_1a_2 - a_2a_1 \neq 0]$$

এই সূত্র সহজে মনে রাখার চেষ্টা করি।



- ২১) মোহন একটি পরীক্ষায় সকল প্রশ্নের উত্তর দিয়ে ১২ নম্বর অর্জিত। প্রতিটি ঠিক উত্তরের জন্য ৫ নম্বর প্রদেয় এবং প্রতিটি ভুল উত্তরের জন্য ১ নম্বর বাদ দেওয়া হয়। যদি মোহন ঠিক উত্তরের জন্য ৫ নম্বর দেওয়া হয় এবং প্রতিটি ভুল উত্তরের জন্য ১ নম্বর বাদ দেওয়া হয়, তবে মোহন মোট কত প্রশ্নের উত্তর দিয়েছিল?

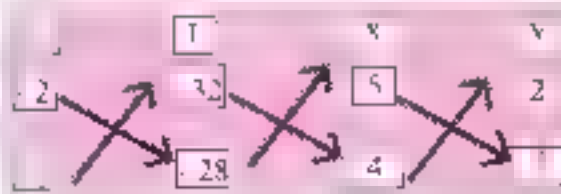
একটি মোহন x টি প্রশ্নের সঠিক উত্তর দিয়েছে এবং y টি প্রশ্নের ভুল উত্তর দিয়েছে।

$$\begin{aligned} 5x - 2y &= 12 \\ 4x - y &= 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x - 2y - 32 &= 0 \\ 4x - y - 28 &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{x}{28} - \frac{y}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{28} &= \frac{1}{12} + \frac{y}{12} \\ \text{বা } 3x &= 28 + 7y \end{aligned}$$



বুঝেছি এই পরীক্ষায় ৪ টি + ৪ টি = ১২টি প্রশ্ন ছিল।

যদিও মোহন প্রথম ক্ষেত্রে ৪টি ঠিক উত্তর ও ৪টি ভুল উত্তরের জন্য মোট প্রাপ্ত নম্বর = $4 \times 5 - 4 \times 2 = 8$ এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে ৪টি ঠিক উত্তর ও ৪টি ভুল উত্তরের জন্য মোট প্রাপ্ত নম্বর = $4 \times 4 - 4 \times 1 = 12$

করে দেখি-৩.৬

নিম্নের দ্বিচলবিশিষ্ট সমীকরণ দুটির সমাধান কর।

১. $8x + 5y = 1$
 $3x - 4y = 0$

২. $3x - 4y = 1$
 $4x = 3y + 6$

৩. $5x + 3y = 1$
 $2x - 7y = 7$

৪. $7x - 3y - 31 = 0$
 $9x - 5y - 41 = 0$

৫. $\frac{x}{6} - \frac{y}{3} - \frac{x}{12} - \frac{y}{4} = 4$

৬. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = \frac{x}{4} - \frac{y}{3} - \frac{3}{20} = 0$ ৭. $\frac{x+2}{7} + \frac{y}{4} - \frac{x}{4} = 2x - 8$
 $\frac{2y - 3x}{3} + 2y = 3x + 4$

৮. $x - 5y = 36$
 $\frac{x+y}{x-y} = \frac{5}{3}$

৯. $13x - 2y + 19 = 0$
 $8x - 7y = 6$

১০. $x + y = 2b$
 $x - y = 2a$

১১. $x - y = 2a$
 $ax + by = a^2 + b^2$

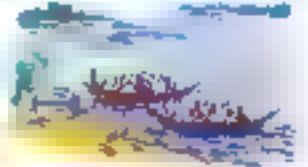
১২. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$
 $ax + by = a^2 + b^2$

১৩. $ax + by = 1$
 $bx + ay = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$



যাক আমরা তিন ধরনের সমস্যা: (ক) ১, দুই ধরনের সমস্যা: (খ) এবং (গ) হিসেবে চিহ্নিত করে দেখা যাবে।
একটি সমস্যা হল: একটি নৌকা এবং একটি মোটর বোট একই সময় গাংনোতে বের হয়েছিল। একটি নৌকা ঘন্টায় ১০ কিমি.
গোড়ায় বসে এবং অন্য নৌকা প্রতি ঘন্টায় ১০ কিমি. গাংনোতে বসে।

এই সমস্যা হল: একটি নৌকা ঘন্টায় ১০ কিমি. গাংনোতে বসে এবং একটি মোটর বোট ঘন্টায় ১০ কিমি. গাংনোতে বসে।



২২. আমি সহসমীকরণ গঠন করে ও সমাধান করে। এখন জেনে আনন্দে নৌকার বেগ ও মোটর বোটের বেগ জানতে পারি।

ধরি মিটার জলে নৌকার বেগ x কিমি./ঘন্টা এবং মোটর বোটের বেগ y কিমি. ঘন্টা।

মোটর বোটের ১ ঘন্টায় নৌকা যায় $(x + y)$ কিমি.

মোটর বোটের ১ ঘন্টায় নৌকাটি $(x + y)$ কিমি. যায়।

$$1 \text{ কিমি. যায় } \frac{1}{x+y} \text{ ঘন্টায়}$$

$$44 \text{ কিমি. যায় } \frac{44}{x+y} \text{ ঘন্টায়}$$

আবার, মোটর বোটের প্রতি ঘন্টায় $x - y$ কিমি.

মোটর বোটের প্রতি ঘন্টায় নৌকাটি $(x - y)$ কিমি. যায়।

$$1 \text{ কিমি. যায় } \frac{1}{x-y} \text{ ঘন্টায়}$$

$$30 \text{ কিমি. যায় } \frac{30}{x-y} \text{ ঘন্টায়}$$

শর্তানুসারে, $\frac{44}{x+y} + \frac{30}{x-y} = 10$ (i) একইভাবে পাই, $\frac{55}{x+y} + \frac{40}{x-y} = 13$ (ii)

২৩. আমি (i) ও (ii) সহসমীকরণ দুটি অপসারণ পদ্ধতিতে সমাধান করে x ও y এর মান পরস্পর পরীক্ষা করি।



ধরি $x + y = p$ এবং $x - y = q$

$$\frac{44}{p} + \frac{30}{q} = 10$$

(i)

$$\frac{55}{p} + \frac{40}{q} = 13$$

(ii)

$4 \times (i)$ নং $3 \times (ii)$ নং করে পাই,

$$\frac{176}{p} + \frac{20}{q} = 40$$

$$\frac{165}{p} + \frac{20}{q} = 39$$

$$\frac{11}{p} = 1 \quad p = 11$$

$$\text{পেলাম, } x + y = 11 \quad (iii)$$

$$x - y = 5 \quad (iv)$$

যোগ করে, $2x = 16$

$$x = 8 \quad (ii) \text{ থেকে পাই } y = 11 - 8 = 3$$

মিটার জলে আমাদের নৌকার বেগ ঘন্টায় ৪ কিমি. এবং মোটর বোটের বেগ ঘন্টায় ৩ কিমি.

$$1) \text{ নং সমীকরণ থেকে পাই } \frac{55}{11} + \frac{40}{q} = 13$$

$$\text{বা, } 5 + \frac{40}{q} = 13$$

$$\text{সে, } \frac{40}{q} = 8$$

$$\text{বা, } 8q = 40 \quad q = 5$$



24. আমার যদি তার সাথে একটি ভগ্নাংশের লব ও হরের সাথে ৩ যোগ করে লব ভগ্নাংশটি $\frac{7}{9}$ হবে। আরও তই তাকে লব ও হর থেকে ৩ বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{5}{7}$ হবে। তাহলে ভগ্নাংশটি কী লিখতে না দেখে হিসাব করে লিখি।



ধরি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$

শর্তানুসারে, $\frac{x+2}{y+2} = \frac{7}{9}$ ————— (i)

$\frac{x-3}{y-3} = \frac{1}{3}$ ————— (ii)

(i) নং থেকে পাই $9x + 18 = 7y + 14$

$9x - 7y = -4$ ————— (1)

(ii) নং থেকে পাই $2x - 6 = y - 3$

$2x - y = 3$ ————— (iv)

আমি অপসারণ পদ্ধতিতে (1) নং ও (iv) নং সমীকরণ সমাধান করে পেলাম,

$x = 5$ এবং $y = 7$ [নিজে করি]

ভগ্নাংশটি $\frac{5}{7}$

আমি যাচাই করে দেখি ঠিক ভগ্নাংশ কতখানেক।



ভগ্নাংশের লব ও হরের সাথে ২ যোগ করে পাই $\rightarrow \frac{5+2}{7+2} = \frac{7}{9}$

ভগ্নাংশের লব ও হর থেকে ৩ বিয়োগ করে পাই $\rightarrow \frac{5-3}{7-3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

25. আমার বাবু জাফর বাহাদুর একটি দুই অঙ্কের সংখ্যা লেখল। জাফরবাবু লেখা দুই অঙ্কের সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ৮। আরও তই সংখ্যার লবের ৪ যোগ করে লব গুণিত অঙ্কদ্বয়ের স্থানীয় লবের সমান হবে। আমি হিসাব করে জাফরের লেখা দুই অঙ্কের সংখ্যাটি লিখি।

ধরি, জাফরের লেখা দুই অঙ্কের সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y

সংখ্যাটি $10y + x$

দশক একক

শর্তানুসারে $x + y = 8$ ————— (i)

y x

অঙ্কদ্বয় পরস্পর স্থান বিনিময় করে অর্থাৎ $10y + x$ সংখ্যাটি হবে $10x + y$

শর্তানুসারে, $10y + x + 18 = 10x + y$

বা $10y - y + x - 10x + 18 = 0$

দশক একক

বা $9y - 9x + 18 = 0$

x y

$y - x + 2 = 0$ ————— (ii)

আমি (i) নং ও (ii) নং সমীকরণদ্বয় অপসারণ পদ্ধতিতে সমাধান করে পাই, $x = 6$ এবং $y = 2$ [নিজে করি]

সংখ্যাটি $10 \times 2 + 6 = 26$

আমি যাচাই করে দেখি, $2 + 6 = 8$ এবং $26 + 18 = 44$

26. এবার একটি দুই অঙ্কের সংখ্যা লিখতে যাঁর অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ৬। এই সংখ্যাটির লবের ৬ যোগ করে লব গুণিত অঙ্কদ্বয়ের স্থানীয় লবের সমান হবে। এই সমীকরণ সমাধান করে সমাধান করি ও নির্ণয় দুই অঙ্কের সংখ্যাটি লিখি। [নিজে করি]



করে দেখি-৫.৭

- আমাদের স্কুলের পাশে বই এর দোকান থেকে আমার বন্ধু রীতা ১৪ টাকায় ৭টি পেন ও ২টি পেনসিল কিনেছে। কিন্তু সুমিত এই একই দোকান থেকে একই দরজে ৭ টি পেন ও ৬টি পেনসিল ৭২ টাকায় কিনেছে। আমি সহসমীকরণ গঠন করে প্রতিটি পেন ও প্রতিটি পেনসিলের দাম হিসাব করে লিখি।
- আমার বন্ধু জায়েশা ও রফিকের ওজন একত্রে ৪৫ কিগ্রা। জায়েশার ওজনের অর্ধেক রফিকের ওজনের $\frac{1}{3}$ অংশের সমান হলে সহসমীকরণ গঠন করে তাদের পৃথকভাবে ওজন হিসাব করে লিখি।
- আমার কাকাবাবুর বর্তমান বয়স আমার বোনের বর্তমান বয়সের দ্বিগুণ। ১০ বছর আগে আমার কাকাবাবুর বয়স আমার বোনের বয়সের তিনগুণ ছিল। সহসমীকরণ গঠন করে তাদের বর্তমান বয়স পৃথকভাবে হিসাব করে লিখি।
- আমাদের গ্রামের দেবকুমারকাকু ৫০ টাকার একটি চেক ব্যাঙ্ক থেকে ভাঙালেন। তিনি যদি ব্যাঙ্ক থেকে পাঁচ টাকার ও দশ টাকার মোট ৭০ খানা নোট পেয়ে থাকেন তবে তিনি ব্যাঙ্ক থেকে কতগুলি পাঁচ টাকার নোট এবং কতগুলি দশ টাকার নোট পেলেন হিসাব করে লিখি।
- আমি স্কুলের ব্ল্যাকবোর্ডে এমন একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ লিখব যার হ্রস্ব লব অপেক্ষা ৭ বেশি এবং লব ও হ্রস্বের সংক্ষেপ যদি ২ যোগ করি তবে ভগ্নাংশটি $\frac{3}{4}$ হবে। সহসমীকরণ গঠন করি ও সমাধান করে প্রকৃত ভগ্নাংশটি ব্ল্যাকবোর্ডে লিখি।
- মাখিয়া ওরা সংখ্যা দুটি এমন সংখ্যা লিখেছে যে প্রথম সংখ্যার সংক্ষেপ ২। যোগ করলে তা দ্বিতীয় সংখ্যার দ্বিগুণ হয়। আবার দ্বিতীয় সংখ্যার সংক্ষেপ ২ যোগ করলে তা প্রথম সংখ্যার দ্বিগুণ হয়। হিসাব করে মারিয়ার লেখা সংখ্যা দুটি লিখি।
- লালিমা ও রমেন দুজনেই তাদের বাড়ির বাগানে পরিষ্কার করে। লালিমা ৭ দিন ও রমেন ৬ দিন একসঙ্গে বাগান পরিষ্কার করলে কাজটির $\frac{2}{3}$ অংশ সম্পন্ন হয়। আবার লালিমা ৩ দিন ও রমেন ৬ দিন একসঙ্গে বাগান পরিষ্কার করলে কাজটির $\frac{1}{2}$ অংশ সম্পন্ন হয়। সহসমীকরণ গঠন করি এবং সমাধান করে লালিমা ও রমেন পৃথকভাবে কাজটি করতে কতদিনে শেষ করতে হিসাব করে লিখি।
- আমার বা দু-বরনের শরবত তৈরি করতে দুই ধরনের ১০০ লিটার শরবতে ৫ কিগ্রা চিনি এবং দ্বিতীয় ধরনের ১০০ লিটার শরবতে ৪ কিগ্রা চিনি আছে। আমি দু ধরনের শরবত মিশিয়ে ১৫০ লিটার শরবত তৈরি করব যাতে চিনি থাকবে $9\frac{2}{3}$ কিগ্রা। সহসমীকরণ গঠন করে হিসাব করে দেখি ১৫০ লিটার শরবতে দু ধরনের শরবত কতটা পরিমাণে মেশাব।
- গত বছরে বকুলতলা গ্রামপঞ্চায়েত নির্বাচনে অখিলবাবু ও চন্দ্রদেবী প্রার্থী ছিলেন। অখিলবাবু চন্দ্রদেবীকে ৭৫ ভোটে পরাজিত করলেন। অখিলবাবুকে যত ভোট দিয়েছেন তাদের ২০% যদি চন্দ্রদেবীকে ভোট দিতেন, তাহলে চন্দ্রদেবী ১৭ ভোটে হেরে যেত। সহসমীকরণ গঠন করে সমাধান করে দেখি, কে গত ভোট পেয়েছেন।
- রফিকের আয়তক্ষেত্রাকার ঘরের দৈর্ঘ্য ২ মিটার এবং প্রস্থ ৩ মিটার বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল ৭৫ বর্গমিটার বৃদ্ধি পায়। কিন্তু দৈর্ঘ্য ২ মিটার হ্রাস এবং প্রস্থ ৩ মিটার বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল ৫ বর্গমিটার বৃদ্ধি পায়। সহসমীকরণ গঠন করে রফিকের ঘরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করি।



11. অম্বর বন্ধু ঘের ঠিকানা কে বলল। তাম্বাব টাকার $\frac{1}{4}$ অম্বর দাত ওই ল অম্বর ২৫০ টাকা হ'ল। ঠিকানা কেবলকৈ বলল। তাম্বাব টাকার অর্ধেক অম্বাক দিলে অম্বর ২৫০ টাকা হবে। সহস্রায়িকরণ গঠন করে হিসাব করে দেখি কার কাছে কত টাকা আছে।
12. অজা লাল ও তার কিছু বন্ধুরা একসাথে খেলায় যাবে। তাই অম্বর দাদু তাদের মাঝে কিছু টাকা সমান ভাগে ভাগ করে দিলেন। দেখছি যদি ২ জন বন্ধু কম থাকত তবে তাড়াতাড়ি ১৪ টাকা ৩০০ অম্বর যদি ৩ জন বন্ধু বেশি থাকত তবে তাড়াতাড়ি ১২ টাকা ৩০০ লাদারা কতজন অম্বর গারছিল এবং দাদু যেটা কত টাকা ওদের মাঝে সমান ভাগে ভাগ করে দিচ্ছিল। লন হিসাব করে লিখি।
13. অম্বর দাদর একটি খিলিতে ১ টাকার মুদ্রা ও ৫০ পয়সার মুদ্রা ছিল। অম্বর ২৫০ টাকা আত্ম আত্মা বোন ওই টাকার যদি থেকে এক তৃতীয়াংশ ৫০ পয়সা বের করে তার জায়গায় সমসংখ্যক ১ টাকার মুদ্রা রাখ দিল এবং এখন ওই খিলিতে অম্বর টাকার পরিমাণ ৪০০ টাকা হ'ল। প্রথমে দাদর খিলিতে অম্বর-ভাগে ১ টাকার মুদ্রা ও ৫০ পয়সার মুদ্রা কতগুলি ছিল হিসাব করে লিখি।
14. অজা মাঝের বড়ি যাব। তাই একটি মোটরসাইকেল আত্মর বাড়ি থেকে সমস্ত অম্বর মাঝের বাড়ির নিকট বন্ধু লিখ। যদি গাড়ির গতিবেগ ঘণ্টায় ৫ কিমি বেশি হ'লে তবে ওই পথ অতিক্রম করতে তার ৩ ঘণ্টা সময় কম লাগত। আবার গতিবেগ যদি ঘণ্টায় ৬ কিমি কম হ'লে তবে ওই পথ অতিক্রম করতে তার ৩ ঘণ্টা বেশি সময় লাগত। অম্বর-লিখ থেকে মাঝের বাড়ির দূরত্ব এবং গাড়ির গতিবেগ ঘণ্টায় কত কিমি ছিল হিসাব করে লিখি।
15. অম্বর ও এখন একটি দুই অঙ্কের সংখ্যা লিখবে যেটা তার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ৪ এবং অঙ্কদ্বয়ের ৩ বোলে এবং সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে য সংখ্যা হয় তা মূল সংখ্যার চেয়ে ১৪ বেশি হিসাব করে দেখি যেহি কোন সংখ্যা লিখবে।
16. অম্বর একটি দুই অঙ্কের সংখ্যা লিখবে যার অঙ্কদ্বয়টির সমষ্টি ৪ এবং সংখ্যাটি থেকে ২৭ বাদান করলে অঙ্কদ্বয়টি সমান হ'ল। সহস্রায়িকরণ গঠন করে দেখি দুই অঙ্কের সংখ্যাটি কী হ'ল।
17. বহুত চাচা তার নৌকা নিয়ে প্রোতর অনুকূলে ৬ ঘণ্টার ৩০ মাইল গিয়ে এই পথ প্রোতর প্রতিকূলে ১০ ঘণ্টায় ফিরে এলেন। স্থির জলে বহুত চাচার নৌকার গতিবেগ ও প্রোতর প্রতিবেশ হিসাব করে লিখি।
18. হাওড়া স্টেশন থেকে একটি ট্রেন ছাড়া ১ ঘণ্টা পরে বিলাস জাফান। ঘণ্টা দাঁড় করে এবং তারপর পূর্বের বাগন $\frac{3}{4}$ অংশ বেগে চলে নির্দিষ্ট সময়ের ৩ ঘণ্টা পরে গন্তব্যস্থানে পৌঁছায়। যদি বাগন কারগটি পূর্বস্থান থেকে অবধি ৫০ কিমি দূরত্বের স্থানে হ'লে তাহলে ট্রেনটি আগের চেয়ে ১ ঘণ্টা ২০ মিনিট পূর্ব গন্তব্যস্থানে পৌঁছায়। ট্রেনটি অর্ধ কত পথ চলেছিল এবং পূর্বের বেগ কত ছিল হিসাব করে লিখি।
19. মৌসুমি দুই অঙ্কের একটি সংখ্যক অঙ্কদ্বয়টির সমষ্টি নিয়ে ভাগ করে ভাগফল ৬ এবং ভাগশেষ ৬ পায়। যদি মৌসুমি অঙ্ক দুটি স্থান বিনিময় করে সংখ্যাটিকে অঙ্ক দুটি সমষ্টি দ্বারা ভাগ করে তাহলে ভাগফল ৪ এবং ভাগশেষ ৭ হয়। সহস্রায়িকরণ গঠন করে মৌসুমি সংখ্যাটি নির্ণয় করে।
20. ফরিদাবাদি কায়কটি লাক্ষ কলকালবু রাখতে গিয়ে দেখলেন যে তিনি যদি প্রত্যেকটি লাক্ষ ২৫ টি কলকালবু বেশি রাখেন তাহলে ৩টি লাক্ষ কম লাগে। আবার তিনি যদি প্রত্যেকটি লাক্ষ ৫টি কলকালবু কম রাখেন তাহলে ৩টি লাক্ষ বেশি লাগে। সহস্রায়িকরণ গঠন করে হিসাব করে ফরিদাবাদি কায়ক কতগুলি কলকালবু এবং কতগুলি লাক্ষ ছিল।



21. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

- যদি $x = 1$, এবং $y = \frac{21}{5}$ হয়, তাহলে x -এর কোন মানের জন্য $x = 3y$ হবে?
- x -এর কোন মানের জন্য $2x + 5y = 8$ এবং $2x - 6y = 3$ সমীকরণদ্বয়ের কোনো সমাধান থাকবে না?
- x, y বাস্তব সংখ্যা এবং $x^2 + y^2 = 1$ হলে, x এবং y -এর মান কত?
- $x^2 + y^2 - 2x + 4y = -5$ হলে x এবং y এর মান কত?
- x এর কোন মানের জন্য $rx - 3y = 0$ এবং $(4 - r)x - y + 1 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান সম্ভব নয়?
- $ax + by + c = 0$ সমীকরণকে $y = mx + c$ আকারে লিখি যেখানে m এবং c ধ্রুবক
- k এর কোন মানের জন্য $kx - 21y + 15 = 0$ এবং $8x - 7y = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটিমাত্র সমাধান থাকবে?
- a এবং b এর কোন মানের জন্য $5x + 8y = 7$ এবং $(a+b)x + (a-b)y = (2a+b+)$ সমীকরণদ্বয়ের অসংখ্য সমাধান থাকবে?

22. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.)

- $x + y = 7$ ও $x - y = 4$ সমীকরণদ্বয়
 - একটি নির্দিষ্ট সমাধান আছে
 - অসংখ্য সমাধান আছে
 - কোনো সমাধান নেই
 - কোনোটিই নয়
- $3x + 6y = 15$ এবং $6x + 12y = 30$ সমীকরণদ্বয়ে
 - একটি নির্দিষ্ট সমাধান আছে
 - অসংখ্য সমাধান আছে
 - কোনো সমাধান নেই
 - কোনোটিই নয়
- $4x + 4y = 20$ এবং $5x + 5y = 30$ সমীকরণদ্বয়ে
 - একটি নির্দিষ্ট সমাধান আছে
 - অসংখ্য সমাধান আছে
 - কোনো সমাধান নেই
 - কোনোটিই নয়
- নিচের দুটি সমীকরণপূর্ণার কোনটির সমাধান

(a) $2x + 3y = 9$	(b) $6x + 2y = 9$
(c) $3x + 2y = 5$	(d) $4x + 6y = 8$
- $4x + 3y = 29$ এবং $5x - 2y = 14$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান

(a) $x = 4, y = 3$	(b) $x = 3, y = 4$
(c) $x = 3, y = 3$	(d) $x = 4, y = 3$
- $x + y = 7$ সমীকরণের সমাধানগুলি হলো

(a) $(1, 6), (3, 4)$	(b) $(1, -6), (4, 3)$
(c) $(1, 6), (4, 3)$	(d) $(-1, 6), (-4, 3)$



6

সামান্তরিকের ধর্ম

PROPERTIES OF PARALLELOGRAM

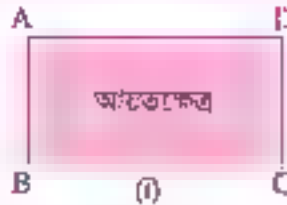
আমরা জানি, পঞ্চকোণ যুগ্মক, বহু-অংকক চতুর্ভুজের বিপরীত বাহু সমান্তরাল এবং দু'টি কোণ সমকোণ।
এই বৈশিষ্ট্যের সাহায্যে আমরা চতুর্ভুজের সমান্তরাল বাহুকে চিহ্নিত করতে পারি।
এছাড়া, সমান্তরাল বাহুসম্পন্ন চতুর্ভুজকে সামান্তরিক বলে ডাকা হয়।



আমরা অনেকগুলি প্রকোনা পিচাবোর্ডের বাস্তু জড়ো করেছি। এগুলির সাহায্যে আমরা কেউ বাড়ি তৈরি করব
কেউ ব্রিজ তৈরি করব, কেউ বা নানান ধরনের মডেল তৈরি করব।



আমি দুটি পিচাবোর্ডের বাস্তুর মডেল ধরছি। খালি ফলনামা কী বন্ধ জ্যামিতিক আকার
পলম নিয়ে আঁক।



দেখি, দুটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্র ABCD ও PQRS পলম।

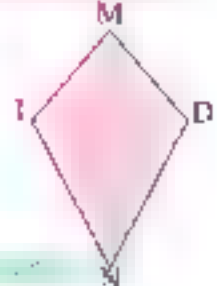
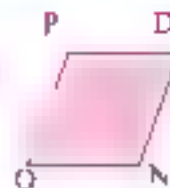
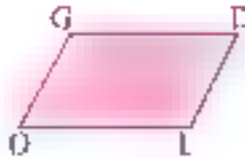
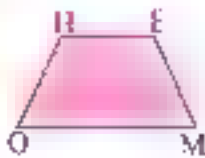
চতুর্ভুজের ক্ষেত্র ABCD এর চারটি শীর্ষবিন্দু A, B, C, D এবং চতুর্ভুজের ক্ষেত্র PQRS এর চারটি শীর্ষবিন্দু P, Q, R, S।
চতুর্ভুজের ক্ষেত্র ABCD এর চারটি বাহু AB, BC, CD, DA এবং চতুর্ভুজের ক্ষেত্র PQRS এর চারটি বাহু PQ, QR, RS, SP।

চতুর্ভুজের ক্ষেত্র PQRS এর চারটি শীর্ষবিন্দু P, Q, R, S এবং চতুর্ভুজের ক্ষেত্র PQRS এর চারটি বাহু PQ, QR, RS, SP।

চতুর্ভুজের ক্ষেত্র PQRS এর কোণগুলি ও কর্ণগুলি লিখি।

আমরা লম্বু বর্ণিতা তাল পিচাবোর্ডের বাস্তুটি খলন এবং উলগুলি কাট দিই। কাট বানান জ্যামিতিক আকারের
ক্ষেত্র তৈরি করব।

সে করল



আমরা জানি, চতুর্ভুজের ক্ষেত্র HEMO, GLOD, POND, IMDN চতুর্ভুজের ক্ষেত্র।

HOMD চতুর্ভুজ আকারের ক্ষেত্র একটি ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্র।

যে চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল, তাকে ট্রাপিজিয়ামে বলা হয়।

কিন্তু বর্ণিতার তেবি HOMD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রের HOMD এবং OD OM।

HOMD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রটি একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র।

যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান্তরাল তাকে সামান্তরিক বলা হয়।

আমরা, POND চতুর্ভুজের ক্ষেত্রের PO, DN, PD || ON এবং PO = ON।

POND চতুর্ভুজের ক্ষেত্রটি □ আকারের ক্ষেত্র।

যে সামান্তরিকের একজোড়া বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান তাকে রম্বস বলা হয়।





১. ৩ নং ABCD ও PQRS চতুর্ভুজাবার ক্ষেত্রফল বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান্তরাল
এরাত্তি কি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র?

আমরা জানি ABCD এবং বর্গক্ষেত্র PQRS এরাত্তি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র
দুটোই, যে সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ তাকে **আয়তাকার চিত্র** বলা হয়
যে আয়তাকার চিত্রের একজোড়া সমিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হয় তাকে **বর্গাকার চিত্র** বলা হয়
অথবা বর্গক্ষেত্রের একটি কোণ সমকোণ হলে তাকে **বর্গাকার চিত্র** বলা হয়

পেনাম

- (i) প্রতিটি বর্গাকার চিত্রই আয়তাকার চিত্র এবং রম্বস
- (ii) প্রতিটি আয়তাকার চিত্র বর্গাকার চিত্র এবং রম্বসই সামান্তরিক।
- (iii) প্রতিটি সামান্তরিকই ☐ আয়তাকার চিত্র/ত্রিপিণ্ডিয়াম, ☐ বিন্দু কতি

আপে দেখছি MIND চতুর্ভুজাবার ক্ষেত্র এবং $MI = MD$ এবং $NI = ND$

MIND চতুর্ভুজাবার ক্ষেত্র কাইট আকারের ক্ষেত্র

পেনাম, যে চতুর্ভুজের এক জোড়া সমিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং বাকি দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যও সমান তাকে
কাইট বলা হয়

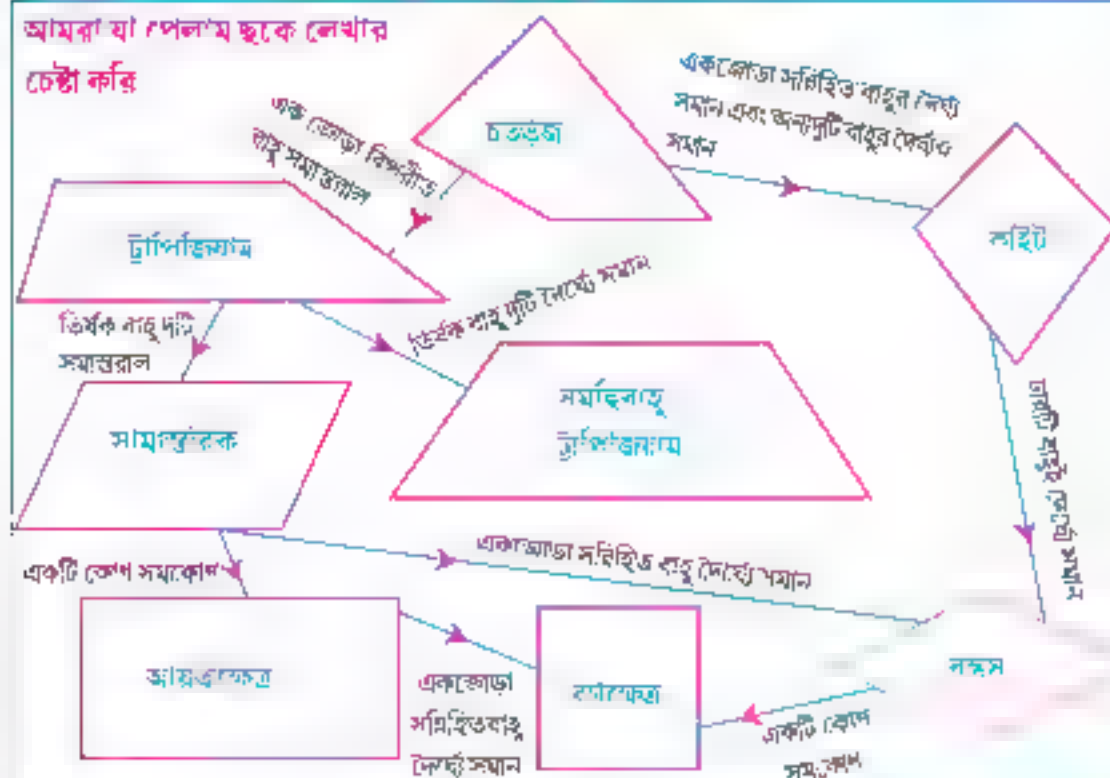


মিহিন একটি চিত্রাবলি করে এমন একটি আকার তৈরি করেন

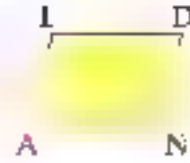


সেবডি, HAKN চতুর্ভুজের একটি বর্গাকার চতুর্ভুজের ক্ষেত্রের চেয়ে বড় হলে তাকে **অকব্জ (concave)**
চতুর্ভুজ বলা হয় এই ধরনের চতুর্ভুজ নিয়ে এখানে কোনো আলোচনা নেই।

আমরা যা পেনাম ছকে লেখার
চেষ্টা করি



সামন্তর গার লিচবোর্ডের টুকরোগুলি কাটি দিয়ে কেটে কেটে নানান আকারের রঙিন সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র তৈরি করুন



আমি হলুম রঙের সামান্তরিক ক্ষেত্র LAND-এর বাহুগুলি মাপে দেখছি, $LA = DN$ $LD = AN$ এবার চীলর সহায়ে মাপে দেখছি, $\angle LAN = \angle LDN$ এবং $\angle ALD = \angle AND$

পরের দুই সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের মাপের মতো দুইটি লিচবোর্ড কাটতে পারেন

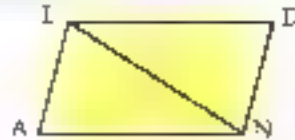


আমিও মেনে নেবছি হলুদ রঙের COMB সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য ও বিপরীত কোণগুলির মান সমান **নিরূপণ করি**

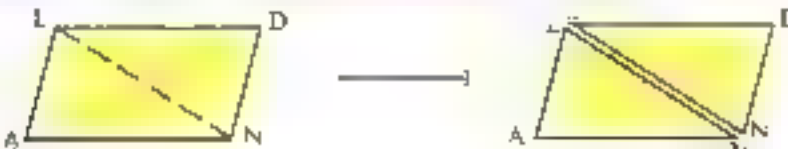
হাতেকলমে সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের প্রতিটি কর্ণ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রটিকে দুটি সর্বসম ত্রিভুজকার ক্ষেত্রে বিভক্ত করে এবং সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান

i প্রথমে হলুদ রঙের LAND সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের মতো আরো দুটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র একে কেটে নিলাম

(ii) এবার LAND সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের L ও N বিন্দু বরাবর ভাঁজ করে কর্ণ LN আঁকলাম



(iii) এরপর নীচের ছবির মতো LN বরাবর কেটে দুটি ত্রিভুজকার ক্ষেত্র $\triangle LAN$ ও $\triangle NDL$ পেলাম

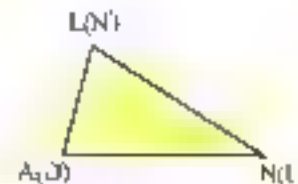


iv এবার LAN ত্রিভুজকার ক্ষেত্র অপর ত্রিভুজকার ক্ষেত্র NDL-এর উপর এমনভাবে রাখলাম যাতে নীচের ছবির মতো হয়

$\triangle LAN$ -এর A বিন্দু $\triangle NDL$ -এর D বিন্দুতে

$\triangle LAN$ -এর L বিন্দু $\triangle NDL$ -এর N বিন্দুতে এবং

$\triangle LAN$ -এর N বিন্দু $\triangle NDL$ -এর L বিন্দুতে সঙ্গাপতিত হয়



দেখছি $\triangle LAN$ ও $\triangle NDL$ সম্পূর্ণভাবে একটির সাথে অপরটি মিলে গেছে

পেলাম $\triangle LAN \cong \triangle NDL$ এবং $LA = ND$ এবং $AN = DL$

হাতেকলমে যাচাই করলাম যে সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের প্রতিটি কর্ণ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রটিকে দুটি সর্বসম ত্রিভুজকার ক্ষেত্রে বিভক্ত করে এবং সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান



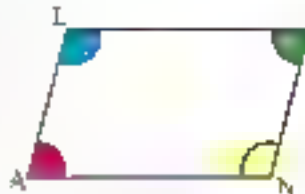
- ১ আমের LAND সামান্তরিক অংশের ক্ষেত্র বিপরীত কোণগুলির মান পরস্পর সমান। এই ঘটি হাতেকলমে যাচাই করার জন্য LAND সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের একটি অংশে দুটি সামান্তরিক আকার ক্ষেত্র একে করে তৈরি করা।

হাতেকলমে

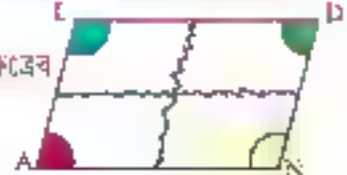
- i) একটি আর্মি পাশের চারিদিক মতো একটি LAND সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের চারটি কোণ একে রঙিন করলাম ও কেটে নিলাম।

- ii) এরপরে অপর LAND সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র বোর্ডে আটকে দিলাম এবং কেটে নেওয়া চারটি কোণের টুকরো বোর্ডে আটকানো সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের সাথে মিলিয়ে কী পেলোমি।

দেখছি $\angle A = \angle D$ এবং $\angle C = \angle N$



বোর্ডে আটকানো সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র



চার টুকরো করা সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র

হাতেকলমে পেলোম সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলির মান সমান।

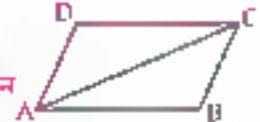
- ২ আমি এবইভাবে অপর একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র আঁকি ও কাটি নিয়ে হাতেকলমে যাচাই করি। যখন প্রতিটির অংশ সমান্তরিক আকারে তৈরি করব। এভাবে তৈরি করা এক সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলির মান সমান। [নিজে করি]

যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি

উপপাদ্য- ১৩ কোনো সামান্তরিকের

প্রতিটি কর্ণ সমান্তরিকের দুটি সর্বসম ত্রিভুজ তৈরি করে।

ii বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান। iii বিপরীত কোণগুলির মান সমান।



প্রদত্ত: দেওয়া আছে: যদি ABCD সামান্তরিক অর্থাৎ $AB \parallel DC$ এবং $AD \parallel BC$

AC কর্ণ সামান্তরিকের দুটি ত্রিভুজ $\triangle ABC$ ও $\triangle CDA$ তৈরি করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে:

$$(i) \triangle ABC \cong \triangle CDA \quad \therefore AB = DC, BC = AD$$

এবং

$$(ii) \angle ABC = \angle ADC, \angle BAD = \angle BCD$$

প্রমাণ: $\triangle ABC$ ও $\triangle CDA$ এর মধ্যে, $\angle ACB =$ একান্তর $\angle CAD$ [$\because AD \parallel BC$ এক AC উহাদের ছেদক] (1)

AC [সাধারণ বাহু]

এবং $\angle BAC =$ একান্তর $\angle ACD$ [$\because AB \parallel DC$ এবং AC উহাদের ছেদক]

(2)

$$\triangle ABC = \triangle CDA \text{ [সর্বসমতার A-S-A শর্তানুসারে]} \quad (i) \text{ প্রমাণিত।}$$

$$AB = DC \text{ ও } BC = AD \text{ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু]} \quad (ii) \text{ প্রমাণিত।}$$

অতএব $\angle ABC = \angle ADC$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ]

$$\angle BAC + \angle CAD = \angle ACB + \angle ACD \quad [(1) \text{ ও } (2) \text{ থেকে পেশায়}]$$

$$\angle BAD = \angle BCD \quad (i) \text{ প্রমাণিত।}$$



3. PQRS একটি সামান্তরিক হোক এবং PR টানলম এবং এর যুগ্ম নিয়ে প্রমাণ করি যে $\angle PQR \cong \angle RSP$
 $\angle QPS \cong \angle RPS$ এবং $\angle PQR \cong \angle PSR$ $\angle PSR \cong \angle QRS$ [নিজে করি]

প্রায়োগ 1 আমি যুক্তি নিয়ে প্রমাণ করি যে অঙ্কনকাল চিত্রের বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান এবং
 প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ

চিত্র ১২.১০.১ যে সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ সেটি একটি আয়তাকার চিত্র যদি $\angle BAD = 90^\circ$
 আবার $\angle BAD + \angle ABC = 180^\circ$ $\therefore AD \parallel BC$ এবং AB উহাদের ছেদক
 $\angle ABC = 90^\circ$

যেহেতু সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলি সমান

$$\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ \quad \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$$



রাণ্ডা সমান্তরাল তৈরি সনুত রাঙের AMH সমান্তরাল আঁকার ক্ষেত্রে দুটি কর্ণ AC ও BD অঙ্কন
 করবার দ্বারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করাই

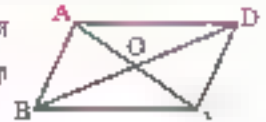
স্কেল ও কীট কনসাসের সাহায্যে দেখাছি, $OA = OM$ এবং $OB = ON$



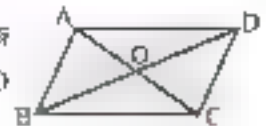
সমস্ত জিনিস একটি আঁক কাল হিসাবে করা যায় এবং যখন দুইজন লোক একসাথে কাজ করে তখন
 সময় কম লাগে এবং সমান্তরিকের বিন্দু পরস্পরকে অর্ধেক করে

হাতে কলমে আমি হাতে কলমে যাচাই করি যে সামান্তরিকের কর্ণ দুটি পরস্পরকে সমবিভাজিত করে

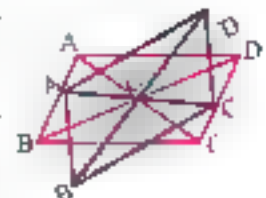
- (১) আমি সাদা আঁট পেপারে একটি সামান্তরিক ABCD অঙ্কন করলাম কাগজ
 ভাঁজ করে এই সামান্তরিকের দুটি কর্ণ AC ও BD অঙ্কন করলাম যাঁরা পরস্পরকে
 O বিন্দুতে ছেদ করল



- (২) এবার একটি ট্রেসিং পেপার একই মাপের সামান্তরিক ABCD অঙ্কন করলাম। ভাঁজ
 করে এই সামান্তরিকের দুটি কর্ণ AC ও BD অঙ্কন করলাম যাঁরা পরস্পরকে O
 বিন্দুতে ছেদ করেছে



- (৩) এবার একটি বোর্ডে আঁট পেপারে আঁকা সামান্তরিকটি অটিকে দিলাম এবং তার
 উপরে ট্রেসিং পেপারে আঁকা সামান্তরিকটি একটি পিনের সাহায্যে অটিকে দিলাম



- (৪) O বিন্দুতে পিন অটিকে ট্রেসিং পেপারটি যত্নে কাটাও নিন। তা যত্নে কাটাও
 বিপরীত দিকে, একবার 180° ঘোড়লাম যত্নে মীচেন ছবিব এভাবে ট্রেসিং পেপারের
 আঁকা সামান্তরিক আঁটপেপারে আঁকা সামান্তরিকের সঙ্গে সমাপত্তি হয়



- (৫) দেখাছি, $AO = OC$ এবং $BO = OD$

২. একটা সামান্তরিকের কর্ণ দুটি পরস্পরকে অর্ধেক করে

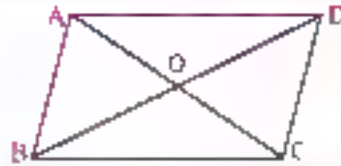
4. সাদা PQRS একটি সামান্তরিক অঙ্কন করলাম এবং এই সামান্তরিকের দুটি কর্ণ PR ও QS অঙ্কন করলাম
 যাঁরা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে

আমি হাতে কলমে যাচাই করি $PO = OR$, $QO = OS$ [নিজে করি]



যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি

উপপাদ্য 15 সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে



প্রদত্ত ABCD সামান্তরিকের দুটি কর্ণ AC ও BD পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে

প্রমাণ করতে হবে যে $AO = OC$ এবং $BO = OD$

প্রমাণ $\triangle AOD$ ও $\triangle BOC$ এর মধ্যে

$\angle CAD =$ একান্তর $\angle ACB$ [$AD \parallel BC$ এবং AC উহাদের ছেদক]

অর্থাৎ $\angle OAD =$ একান্তর $\angle OCB$

$AD = BC$ [\because সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]

এবং $\angle AOD =$ বিপ্রতীপ $\angle BOC$ [AC ও BD কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে]

$\triangle AOD \cong \triangle BOC$ [সর্বসমতার A-S-A শর্তানুসারে]

$AO = OC$ এবং $BO = OD$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু, প্রমাণিত]

5 PQRS সামান্তরিকের দুটি কর্ণ PR ও QS পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করলে যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে $PO = OR$ এবং $QO = OS$ [নিষ্ক্রে করি]

প্রমাণ 2 আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে

প্রদত্ত PQRS রম্বসের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে

প্রমাণ করতে হবে যে $PO = OR$, $QO = OS$ এবং $\angle POS = 90^\circ$

প্রমাণ PQRS রম্বসের $PO = OR$ এবং $QO = OS$ [সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং রম্বস একটি সামান্তরিক]

$\triangle POQ$ ও $\triangle POS$ এর মধ্যে

$QO = SO$

$PQ = PS$ [রম্বসের বাহু]

এবং PO সাধারণ বাহু

$\triangle POQ \cong \triangle POS$ [সর্বসমতার S-S-S শর্তানুসারে]

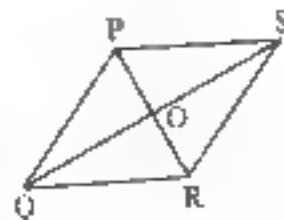
$\angle POQ = \angle POS$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ]

কিন্তু $\angle POQ + \angle POS = 180^\circ$ [সরলকোণ]

বা $2 \angle POS = 180^\circ$

$\angle POS = 90^\circ$

রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে। প্রমাণিত



প্রয়োগ 3 অমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে অমৃতাকার চিত্রের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান

উত্তর সমস্যা



$ABCD$ অমৃতাকার চিত্রের $\angle ABC = 90^\circ$

$AB \parallel DC$ এবং BC ছেদক $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$

$\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$

$\triangle ABC \cong \triangle DCB$ [প্রমাণ নিজে করি] $AC = BD$



প্রয়োগ 4 অমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে বর্গাকার চিত্রের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান এবং পরস্পরকে লম্বভাবে সম্বন্ধযুক্ত করে [নিজে করি]

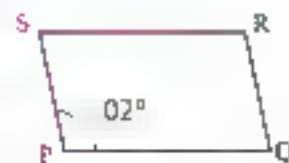
প্রয়োগ 5 দিকের $PQRS$ একটি সমান্তরাল চিত্র যার $\angle P = 102^\circ$

এই দুইটি কোণ PQR সমান্তরাল কন অপর কোণগুলির এবং নিচ

$\angle SPQ = 102^\circ$ $\angle SRQ$ [সমান্বিতিকের বিপরীতকোণ]

$\angle SPQ + \angle PSR = \boxed{}$ [$PQ \parallel SR$ এবং PS ছেদক]

$\angle PSR = 180^\circ - 102^\circ = 78^\circ = \angle PQR$



প্রয়োগ 6 যদি দিকের $PQRS$ সমান্তরালক $\angle PQR = 75^\circ$ হলে $\angle QRS$ এর মান কত হতো হিসাব করে লিখি [নিজে করি]

প্রয়োগ 7 সমান্তরাল একটি অমৃতাকার চিত্র $ABCD$ চিত্র যার দুটি কর্ণ AC ও BD পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে $\angle OAB = 32^\circ$ হলে $\angle OBC$ এর মান হিসাব করে লিখি

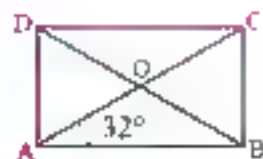
$ABCD$ অমৃতাকার চিত্রের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান এবং তারা

পরস্পরকে O বিন্দুতে সম্বন্ধযুক্ত করে

সুতরাং $OA = OC = OB = OD$

$\triangle AOB$ সমদ্বিবাহু সুতরাং $\angle OAB = \angle OBA$

$\angle OAB = 32^\circ = \angle OBA$ $\angle OBC = 90^\circ - 32^\circ = \boxed{}$ [$AB \parallel DC$ অমৃতাকার চিত্র]

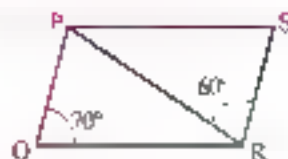


প্রয়োগ 8 অমি পাশের $PQRS$ সমান্তরালকর ছবি লিখ ও $\angle QPR = 50^\circ$ ও $\angle PRQ = 60^\circ$ এর মান হিসাব করে লিখি

$PQRS$ সমান্তরালকের $PQ \parallel SR$ এবং PR ছেদক

$\angle QPR =$ একান্তর $\angle PRS = 60^\circ$

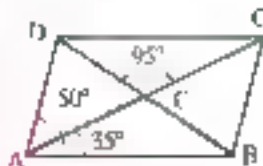
একইভাবে $\angle SPR = \angle PRQ =$ [নিজে করি]



প্রয়োগ 9 পাশের ছবিতে $ABCD$ সমান্তরালকের $\angle BAO = 50^\circ$

$\angle DAO = 50^\circ$ এবং $\angle ODC = 35^\circ$ অমি হিসাব করে $\angle ABO$

এবং $\angle A$ ও $\angle C$ এর মান লিখি [নিজে করি]



প্রমাণ 10 ABCD সমান্তরাল চতুর্ভুজের পার্শ্বীয় BC 12 সেমি এবং AB 14 সেমি হলে AD বাহুর দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

$$AB = DC = 12 \text{ সেমি. এবং } AD + BC = 14 + 2 \times 12 \text{ সেমি} = 28 \text{ সেমি.}$$

$$AD = BC = \frac{28}{2} \text{ সেমি.} = 14 \text{ সেমি.}$$



প্রমাণ 11 ABCD সমান্তরাল চতুর্ভুজের পার্শ্বীয় BC 15 সেমি এবং AB 9 সেমি হলে AC বাহুর দৈর্ঘ্য কী হবে হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

প্রমাণ 12 যদি একটি বৃত্তের এককেন্দ্র যার কেন্দ্রের নাম O যথাক্রমে 14 সেমি ও 8 সেমি জ্যামি হিসাব করে বৃত্তের প্রস্থের দৈর্ঘ্য বাহুর দৈর্ঘ্য লিখি।

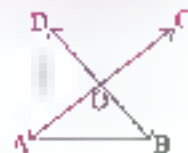
$$\text{যদি } ABCD \text{ বৃত্তের } AC = 24 \text{ সেমি এবং } BD = 18 \text{ সেমি}$$

বৃত্তের কেন্দ্রের পরস্পরকে সমকোণে সম্বন্ধিত করে

$$AO = \frac{24}{2} \text{ সেমি} = 12 \text{ সেমি এবং } BO = \frac{18}{2} \text{ সেমি} = 9 \text{ সেমি এবং } \angle AOB = 90^\circ$$

$$\text{সমকোণী ত্রিভুজ } AOB \text{ এর } AB^2 = OA^2 + OB^2 = (12^2 + 9^2) \text{ সেমি}^2 = 144 + 81 \text{ সেমি}^2 = 225 \text{ সেমি}^2$$

$$AB = \sqrt{225 \text{ সেমি}^2} = 15 \text{ সেমি}$$



সুতরাং ABCD বৃত্তের প্রস্থের দৈর্ঘ্য 15 সেমি

প্রমাণ 13 যদি ABCD বৃত্তের কেন্দ্রের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 8 সেমি ও 6 সেমি হয় তবে ABCD বৃত্তের প্রস্থের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখ। [নিজে করি]



প্রমাণ 14 যদি ABCD সমান্তরাল চতুর্ভুজের $\angle BAC$ ও $\angle BDC$ কোণের দুটি সম্বন্ধিতক ঠিক আছে যা $\angle BAC$ বাহুর ওপর P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে তবে $\angle PAQ$ একটি সমকোণীক

প্রমাণ ABCD সমান্তরাল চতুর্ভুজের $\angle BAD$ ও $\angle BCD$ কোণের সম্বন্ধিতক দুটি AP ও CQ যথাক্রমে DC ও AB বাহুরে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে

প্রমাণ করতে হবে যে APCQ একটি সমান্তরাল

প্রমাণ ABCD সমান্তরাল চতুর্ভুজের DC AB এবং AP ছেদক

$$\text{সুতরাং } \angle DPA = \text{একজোড় } \angle PAQ$$

$$\text{আবার } \angle PAQ = \frac{1}{2} \angle DAB \quad \text{AP } \angle A \text{ এর সম্বন্ধিতক}$$

$$= \frac{1}{2} \angle DCB \quad [\because \text{সমান্তরাল চতুর্ভুজের বিপরীত কোণের সমান}]$$

$$= \angle PCQ \quad [\because CQ \angle C \text{ এর সম্বন্ধিতক}]$$

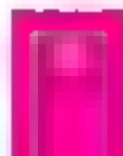
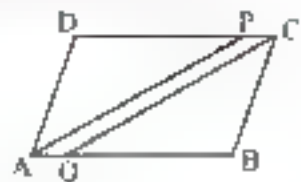
$$\text{সুতরাং } \angle DPA = \angle PCQ$$

কিন্তু PA ও CQ সরলরেখাংশ দুটিকে AC সরলরেখাংশ ছেদ করায় অনুরূপ কোণদুটি সমান

$$\angle PAQ = \angle PCQ$$

আবার AQ PC যেহেতু সমান্তরাল চতুর্ভুজের বিপরীত বাহু AB ও DC সমান্তরাল

APCQ চতুর্ভুজের AP CQ এবং AQ PC, সুতরাং APCQ একটি সমান্তরাল



প্রমাণ 15 আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে দুটি সমান্তরাল সরলরেখা ও তাদের একটি ছেদকের অন্তর্গত অথবা কোণগুলির সমদ্বিখলভগুলি একটি আয়তাকার চিত্র উৎপন্ন করে।

প্রদত্ত AB ও CD দুটি সমান্তরাল সরলরেখাকে PQ ছেদক যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করেছে। EG ও FH যথাক্রমে $\angle BEF$ ও $\angle AFE$ কোণ দুটিকে এবং FG ও FH যথাক্রমে $\angle DFE$ ও $\angle CFE$ কোণ দুটিকে সমদ্বিখলভিত করে।

প্রমাণ করতে হবে যে EHFH একটি আয়তাকার চিত্র।

প্রমাণ $\angle AEF =$ একান্তর $\angle EFD$ [AB \parallel CD এবং EF ছেদক]

$$\text{সুতরাং } \frac{1}{2} \angle AEF = \frac{1}{2} \angle EFD$$

$\angle HEF = \angle EFG$ [কিছু একান্তর কোণ]

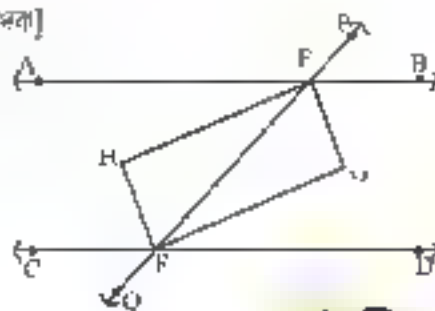
HE \parallel FG

অনুরূপে, HF \parallel GE

EHFG একটি সামান্তরিক।

আবার, $\angle HEG = \frac{1}{2} \angle AEF + \angle BEF = \frac{1}{2} \times 2$ সমকোণ

$\angle HEG =$ সমকোণ। সুতরাং, EHFH একটি আয়তাকার চিত্র।



প্রমাণ 16 সাক্ষ্য তত্ত্ব খাঁড়ায় ABCD কহিট এঁকে AC ও BD কর্ণ দুটি এঁকান হাল পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে AC \perp BD এবং উপর লম্ব এবং BO = OD।

প্রদত্ত ABCD কহিটে AC ও BD কর্ণ দুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে AC \perp BD এবং উপর লম্ব এবং BO = OD।

প্রমাণ ABCD একটি কহিট যাব AB = AD এবং BC = CD।

$\triangle ABC$ ও $\triangle ADC$ এর মধ্যে AB = AD, BC = CD এবং AC সাধারণ বাহু।

$\triangle ABC \cong \triangle ADC$ [সর্বসমতার S-S-S শর্তানুসারে]

$\angle BAC = \angle DAC$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ]

সুতরাং, $\angle BAO = \angle DAO$ (1)

$\triangle ABO$ ও $\triangle ADO$ — এর মধ্যে

AB = AD, $\angle BAO = \angle DAO$ [(1) থেকে পেলাম]

এবং AO সাধারণ বাহু।

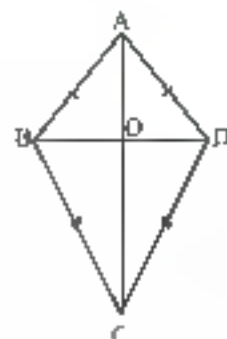
$\triangle ABO \cong \triangle ADO$ (সর্বসমতার S-A-S শর্তানুসারে)

BO = DO (সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু) (প্রমাণিত)

আবার, $\angle AOB = \angle AOD$ (সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ)

এবং $\angle AOB + \angle AOD = 180^\circ$ সুতরাং $\angle AOB = \angle AOD = 90^\circ$

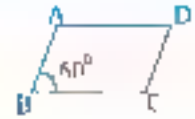
AO, BD এর উপর লম্ব অর্থাৎ AC \perp BD এর উপর লম্ব প্রমাণিত।



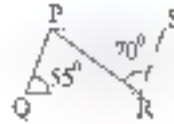


নিজের করি 6.1

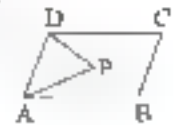
- 1 ABCD সামান্তরিকের কোণগুলি হিসাব করে লিখি যেখানে $\angle B = 60^\circ$



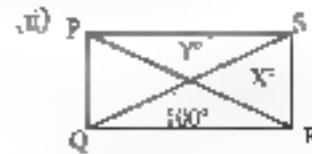
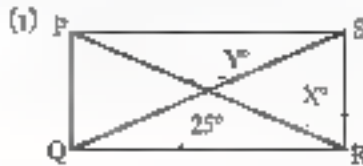
- 2 পাশের ছবির PQRS সামান্তরিকের $\angle PRQ$ এর মান হিসাব করে লিখি



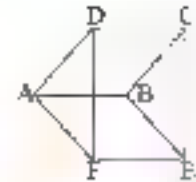
- 3 পাশের ছবির ABCD সামান্তরিকের AP ও DP যথাক্রমে $\angle BAD$ ও $\angle ADC$ এর সমদ্বিখণ্ডক হলে, $\angle APD$ এর মান হিসাব করে লিখি



- 4 অধি নীচের PQRS আয়তাকার চিত্রে X ও Y এর মান হিসাব করে লিখি

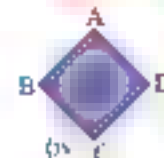
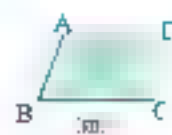
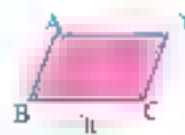
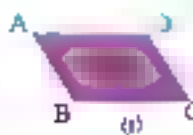


- 5 পাশের চিত্র ABCD এবং ABCE দুটি সামান্তরিক। আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে, CDFE ও একটি সামান্তরিক



- 6 ABCD সামান্তরিকের $AB = AD$ হলে যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে, $\angle BAC < \angle DAC$

একটি সামান্তরিকের দুটি বিপরীত কোণ সমান হয়। একইভাবে একটি সামান্তরিকের দুটি বিপরীত বাহু সমান হয়। অর্থাৎ সামান্তরিকের বিপরীত কোণ সমান এবং বিপরীত বাহু সমান।

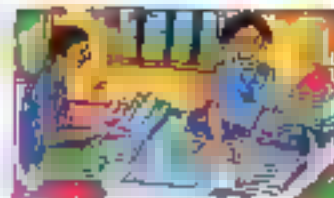


সামান্তরিক, দ্বিঘনিত আঁক চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রগুলির বাহুগুলির দৈর্ঘ্য জোড়ের সাহায্যে মেপে দেখল (i), (ii) ও (iv) নম্বর চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান কিন্তু (iii) নং চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান নয়





আমিরা নানাভাবে হাতকলামে যা-ই করে দেখেও সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান কিন্তু এই সমান চতুর্ভুজ যাদের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান তারা কি সামান্তরিক হবে? হাতকলামে যাচাই করি



আমি হাতকলামে প্রথমে বেগুনি রঙের নং চতুর্ভুজের কেটে সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র কিনা যাচাই করি

বেগুনি রঙের নং ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রের $AB=DC$ এবং $AD=BC$

• ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান কিনা যাচাই করি

হাতকলামে

I) আমি প্রথমে (I) নং ABCD চতুর্ভুজের চারটি কোণ রঙিন করলাম ও কোট বিভাজ্য



II) এবারে $\angle A$ ও $\angle B$ পাশাপাশি বসিয়ে পেলাম \rightarrow দেখছি, $\angle A + \angle B = 180^\circ$

III) এবারে $\angle B$ ও $\angle C$ পাশাপাশি বসিয়ে পেলাম \rightarrow দেখছি $\angle B + \angle C = 180^\circ$

সিদ্ধান্ত II) নং থেকে পেলাম, AD ও BC সমলরেখা দুটিকে AB ছেদ করায় অন্তঃস্থ সম্বন্ধিত কোণ দুটির যোগফল 180° হয়েছে $AD \parallel BC$

একইভাবে (III) নং থেকে পেলাম $AB \parallel DC$

ই-নং থেকে পেলাম, $\angle A = \angle C$ এবং $\angle B = \angle D$ নং চতুর্ভুজের বিপরীত কোণ দুটির যোগফল 360°

একইভাবে $\angle A$ ও $\angle C$ নং চতুর্ভুজের বিপরীত কোণ দুটিকে AB ছেদ করায় অন্তঃস্থ সম্বন্ধিত কোণ দুটির যোগফল 180° হয়েছে $AD \parallel BC$

চতুর্ভুজের ক্ষেত্র	বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য	$\angle A + \angle B$	AD ও BC বাহুর প্রকৃতি	$\angle B + \angle C$	AB ও DC বাহুর প্রকৃতি	সিদ্ধান্ত
(I) নং পাশাপাশি চতুর্ভুজের ক্ষেত্র AB=DC	$AB=DC = \square$ $AD=BC = \square$	$\angle A + \angle B = \square$	$AD \parallel BC$	$\angle B + \angle C = 180^\circ$	$AB \parallel DC$	সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র
(II) নং পাশাপাশি চতুর্ভুজের ক্ষেত্র $AB \neq DC$	$AB \neq DC$ $AD \neq BC$	$\angle A + \angle B \neq 180^\circ$	$AD \nparallel BC$	$\angle B + \angle C \neq 180^\circ$	$AB \nparallel DC$ পরস্পর সমান্তরাল নয়	সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র নয়
(III) নং মূল চতুর্ভুজের ক্ষেত্র ABCD	\square	\square	\square	\square	\square	\square

নির্ভর করি



সমান্ত্রিকের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান হয়। এই উপপাদ্যের বিপরীতে আমরা 'চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান হলে চতুর্ভুজটি সমান্ত্রিক হবে' উপপাদ্যটি। এই দ্বিতীয় উপপাদ্যটিকে প্রথমটির বিপরীত উপপাদ্যও বলা হয়।

প্রমাণ 12 ABCD অষ্টকোণের চিত্রে AB, BC, CD, DA বাহুগুলির উপর যথাক্রমে E, F, G, H বিন্দুগুলি এমনভাবে অবস্থিত যে $AE = CG$ ও $BF = DH$ । যুক্তি দিয়ে প্রমাণ কর যে EFGH একটি সমান্ত্রিক।

প্রদত্ত ABCD অষ্টকোণের চিত্রে $AE = CG$ এবং $BF = DH$

প্রমাণ করতে হবে যে EFGH চতুর্ভুজটি একটি সমান্ত্রিক।

প্রমাণ $AB = DC$, $AE = CG$

সুতরাং $AB - AE = DC - CG$

$BE = DG$

$\triangle DHG$ ও $\triangle BEF$ এর মধ্যে,

$DG = BE$

$\angle GDH = \angle EBF = 1$ সমকোণ

$DH = BF$

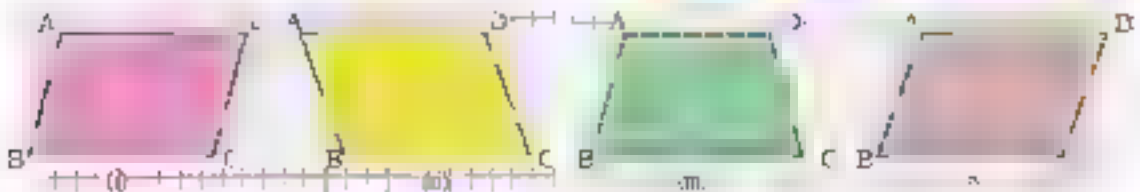
$\triangle DHG \cong \triangle BEF$ [সর্বসমতার S-A-S শর্তানুসারে]

সুতরাং $HG = EF$ (i)

অনুরূপে প্রমাণ করা যায় যে $HE = GF$ (ii) $\triangle AHE \cong \triangle CGF$

∴ (i) ও (ii) থেকে পাই, EFGH একটি সমান্ত্রিক।

আমরা বাস্তব জীবনেও অনেক সময় সমান্ত্রিক চিহ্নিত করতে পারি। যেমন: একটি ঘরের দেয়ালে দেওয়া পিচবোর্ডের প্রান্তের দৈর্ঘ্য সমান হলে চতুর্ভুজটি সমান্ত্রিক হবে।
তাই সে তার পুরানো ছক আঁকা পিচবোর্ড অনেকগুলি ছোটো বাঁটা রঙিন চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্র তৈরি করল যাদের বিপরীত কোণগুলি সমান।
এইমত করল।



আমি চিত্রের সহায়ে মনে দাঁড়ি উপরে $\angle A = \angle C$ এবং $\angle B = \angle D$ অর্থাৎ, (i) বা ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি সমান।





আমরা যদি জানি যে, $\angle A = \angle C$ এবং $\angle B = \angle D$ হলে, $ABCD$ চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রের কোণগুলি কী নিয়ে গঠিত হতে পারে? এটা নিয়ে আমরা আলোচনা করব।

হাতে কলমে

আমরা প্রথমে $ABCD$ চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রের কোণগুলি বন্টন করে চারটি $\triangle ABC$ এবং $\triangle DCB$ তৈরি করব। $ABCD$ চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রের কোণগুলি পরস্পর সমান্তরাল কিনা

- (i) প্রথমে $ABCD$ চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রের কোণগুলি বন্টন করে চারটি কোণ কেটে নিলাম



- (ii) এবার $\angle A$ ও $\angle B$ পাশাপাশি বসিয়ে নীচের ছবির মতো পেলাম
অর্থাৎ, $\angle A + \angle B = 180^\circ$



পেলাম, AD ও BC সরলরেখাংশকে AB ছেন করায় একই পার্শ্বস্থ অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি 180°
 $AD \parallel BC$

- (iii) এবার $\angle B$ ও $\angle C$ পাশাপাশি বসিয়ে পাশের ছবির মতো পেলাম
অর্থাৎ, $\angle B + \angle C = 180^\circ$



পেলাম AB ও DC সরলরেখাংশকে BC ছেন করায় একই পার্শ্বস্থ অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি 180°
 $AB \parallel DC$

সুতরাং আমরা দেখতে পাই যে, $ABCD$ চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রের কোণগুলি কী নিয়ে গঠিত হতে পারে? এটা নিয়ে আমরা আলোচনা করব।

একইভাবে আমরা বহুভুজের ক্ষেত্রের কোণগুলি কী নিয়ে গঠিত হতে পারে? এটা নিয়ে আমরা আলোচনা করব।

চতুর্ভুজটির ক্ষেত্র	বিপরীত কোণের পরিমাপ	$\angle A + \angle C$	AD ও BC বাহুর প্রকৃতি	$\angle B + \angle D$	AB ও DC বাহুর প্রকৃতি	সিদ্ধান্ত
(i) যে হলুদ রঙের $ABCD$ চতুর্ভুজটির ক্ষেত্র	$\angle A = \angle C = 90^\circ$ $\angle B = \angle D = 90^\circ$	180°	$AD \parallel BC$	180°	$AB \parallel DC$	চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রটি সমান্তরিক আকারের ক্ষেত্র
(ii) যে সবুজ রঙের $ABCD$ চতুর্ভুজটির ক্ষেত্র	$\angle A \neq \angle C$ $\angle B \neq \angle D$	180°	$AD \parallel BC$	$\angle B + \angle D \neq 180^\circ$	AB ও DC বাহুর পরস্পর সমান্তরাল নয়	চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রটি সমান্তরিক আকারের ক্ষেত্র নয়
(iii) যে লাল রঙের $ABCD$ চতুর্ভুজটির ক্ষেত্র						(নিজে করি)

হাতে কলমে দেখছি, চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রের বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সমান হলে চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রটি একটি সমান্তরিক আকারের ক্ষেত্র হবে



আমি আরও দুটি চতুর্ভুজ-আকলম যাদের বিপরীত কোণগুলি সমান এলাক দু'হাত কলামে ঘাই করে 'দু'খোঁচ চতুর্ভুজকাল কেত্র দুটি সামান্তরিক অবগারেল কেত্র কিনা [নিজে করি]

যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি.

উপপাদ্য 17) কোনো চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সমান হলে চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক হলে

প্রদত্ত ABCD চতুর্ভুজের $\angle BAD = \angle BCD$ এবং $\angle ABC = \angle ADC$

প্রমাণ করতে হবে যে: ABCD একটি সামান্তরিক।

প্রমাণ একটি চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি 4 সমকোণ

সুতরাং $\angle BAD + \angle ABC + \angle BCD + \angle ADC = 4$ সমকোণ

বা. $\angle BAD + \angle ABC + \angle BAD + \angle ABC = 4$ সমকোণ

বা. $2(\angle BAD + \angle ABC) = 4$ সমকোণ

$\angle BAD = \angle ABC = 2$ সমকোণ



যেহেতু AD ও BC পরস্পরোৎকর্ষ দুটিকে AB সরলরেখাংশ ছেদ করায় তখনকের একই পাশে উৎপন্ন অন্তঃস্থ কোণদুটির সমষ্টি 2 সমকোণ সুতরাং AD || BC

একইভাবে প্রমাণ করতে পারি যে AB || DC

ABCD একটি সামান্তরিক [প্রমাণিত]



প্রয়োগ 18) প্রমাণ করি যে কোনো সামান্তরিকের একটি কোণের সমদ্বিখণ্ডকগুলি পরস্পর মিলিত হতে আয়তাকার চিত্র গঠন করে

প্রদত্ত ABCD সামান্তরিকের $\angle BAD, \angle ABC, \angle BCD$ ও $\angle ADC$ এর সমদ্বিখণ্ডকগুলি যথাক্রমে AP, BR, CR ও DP পরস্পর মিলিত হয়ে PQRS চতুর্ভুজ তৈরি করেছে

প্রমাণ করতে হবে যে: PQRS একটি আয়তাকার চিত্র।

প্রমাণ ABCD সামান্তরিকের AB || DC এবং AD || BC

$\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$

বা. $\frac{1}{2} \angle BAD + \frac{1}{2} \angle ADC = 90^\circ$

$\angle PAD + \angle PDA = 90^\circ$

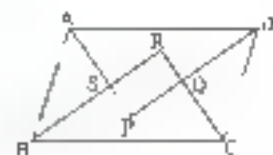
সুতরাং, ΔAPD -তে, $\angle APD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

একইভাবে প্রমাণ করা যায়, $\angle BRC = 90^\circ, \angle ASB = 90^\circ = \angle RSP, \angle CQD = 90^\circ = \angle RQP$

PQRS চতুর্ভুজের $\angle PSR = \angle PQR = 90^\circ$ এবং $\angle SRQ = \angle SPQ = 90^\circ$

যেহেতু PQRS চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি সমান, সুতরাং PQRS একটি সামান্তরিক

আবার PQRS সামান্তরিকের প্রত্যেক কোণের মান 90° সুতরাং PQRS একটি আয়তাকার চিত্র



প্রমাণ করা যে একটি চতুর্ভুজ দুটি বিপরীত কোণ সমান এবং এক কোণে বিপরীত বাহু সমান্তরাল হলে চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক হবে [নিজে প্রমাণ করি]



সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলি সমান হয়। এই উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য: কী? (মনে করি) অর্থাৎ যখন $\angle A = \angle C$ এবং $\angle B = \angle D$ তখন $AB \parallel DC$ এবং $AD \parallel BC$ হয়।

() যদি চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান হয়

() যদি চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সমান হয়

কিন্তু যদি চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হয়, তবে কি চতুর্ভুজটি সামান্তরিক হবে?

আমাদের বিদ্যালয়ে নবম ও দশম শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীদের বিতর্কসভা হবে।

প্রধান শিক্ষক মহাশয় আমাদের শ্রেণির সহপাঠীর উপর দাবি করেছিলেন বিতর্ক সভায় পক্ষে ও বিপক্ষে যারা অংশগ্রহণ করবে তাদের নামের তালিকা একটি আর্ট পেপারে লিখে নোটবোর্ডে টাঙিয়ে দিতে।



দেখছি: সহপাঠী সমান দৈর্ঘ্যের ২ টি মীল সুতো নিয়ে আর্ট পেপারের উপরে ও নিচে ধার বরাবর জাঠা নিয়ে আটকে মিল। তারপর সে একই ধারের মীল সুতোর দুটো প্রান্ত জব্ব একটা মীল সুতো বসিয়ে জাঠা নিয়ে আটকাল এবং অপর ধারদুটোও একইভাবে মীল সুতো দিয়ে আটকে দিল।

চলুন একে মীল সুতোর বর্জার দিয়ে সে আর্ট পেপারের চারধারের বর্জার বরাবর আর্ট পেপারটি ঝুঁটি দিয়ে কেটে উপরেই চাপি মতো করল। এরপর বিতর্কসভায় পক্ষে ও বিপক্ষে যারা অংশগ্রহণ করবে তাদের নাম লিখল।

আজি আর্ট পেপারের উপর মীল সুতা বরাবর আর্ট পেপারটির দৈর্ঘ্য সমান এবং তাই সমান্তরাল।

এই ধরনের চতুর্ভুজের ক্ষেত্রে কী বলব?



আমিও একই রকম চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্র তৈরি করলাম যার একজোড়া বিপরীত বাহু দৈর্ঘ্য সমান এবং তাই পরস্পর সমান্তরাল।

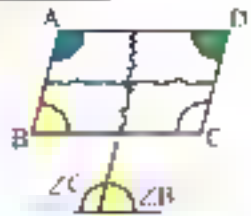
হ্যাঁ একলায়ে যাওঁই করি চতুর্ভুজাকার একটি কী ধরনের চতুর্ভুজ?

আগের মতো $\angle B$ এবং $\angle C$ কেটে পাশাপাশি বসিয়ে

দেখছি: $\angle B + \angle C = 180^\circ$ অর্থাৎ অপর জোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল।

$AB \parallel DC$

হ্যাঁ একলায়ে পেলো: ABCD একটি সামান্তরিক।



আমরা বললাম: $\angle B + \angle C = 180^\circ$ অর্থাৎ অপর জোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল।

যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি

উপপাদ্য 18 যে কোনো চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীত বাহু সমান ও সমান্তরাল হলে চতুর্ভুজটি সামান্তরিক হবে।

প্রদত্ত ABCD চতুর্ভুজের $AB = DC$ এবং $AB \parallel DC$

প্রমাণ করতে হবে যে ABCD একটি সামান্তরিক।

অঙ্কন AC করি অঙ্কন করলাম।

প্রমাণ $\triangle ABC$ ও $\triangle CDA$ এর মধ্যে $AB = DC$ [প্রদত্ত]

$\angle BAC =$ একান্তর $\angle ACD$ [$AB \parallel DC$ এবং AC ছেদক] এবং AC উভয়দেব সাধারণ বাহু।

$\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (S-A-S সর্বসমতার সর্তানুসারে)

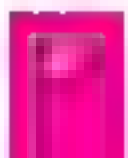
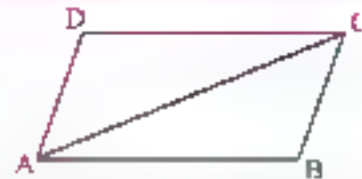
সুতরাং $\angle ACB = \angle DAC$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ]

কিন্তু BC ও AD সমল রেখাংশকে AC ছেদ করায় দুটি একান্তর কোণ সমান হয়েছে।

$BC \parallel AD$

যেহেতু ABCD চতুর্ভুজের $AB \parallel DC$ এবং $BC \parallel AD$,

ABCD একটি সামান্তরিক। (প্রমাণিত)



নিজে করি 6.2

1. ফিরোজ PQRS একটি চতুর্ভুজ অঙ্কন করেছে যার $PQ = SR$ এবং $PQ \parallel SR$ । আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে PQRS একটি সামান্তরিক।
2. সাক্ষা এমন দুটি সমলরেখাংশ AD ও BC এঁকেছে যে, $AD \parallel BC$ এবং $AD = BC$ । আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে $AB = DC$ এবং $AB \parallel DC$ ।

প্রয়োগ 19 নীচের ছাঁদের $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ এর $AB = DE$ এবং $AC = DF$ । এক্ষেত্রে $\triangle ABC$ এবং $\triangle DEF$ শীর্ষদ্বিপূর্ণের মধ্যে অঙ্গকত্রে $\triangle DEF$ এর DE ও DF শীর্ষদ্বিপূর্ণের যোগফলের প্রমাণ কালক $\triangle ABC$ চতুর্ভুজ $ABED$ একটি সামান্তরিক। চতুর্ভুজ $BCFE$ একটি সামান্তরিক। চতুর্ভুজ $ACFD$ একটি সামান্তরিক এবং $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ।



প্রমাণ (a) চতুর্ভুজ $ABED$ এর $AB = DE$ এবং $AB \parallel DE$ [প্রদত্ত]

চতুর্ভুজ $ABED$ একটি সামান্তরিক।

(b) $BEFC$ চতুর্ভুজের $BC \parallel EF$ এবং $BC = EF$ [প্রদত্ত]

চতুর্ভুজ $BEFC$ একটি সামান্তরিক [নিজে লিখি]

(c) $ABED$ একটি সামান্তরিক

$BE = AD$ এবং $BE \parallel AD$

অর্থাৎ, $BEFC$ একটি সামান্তরিক

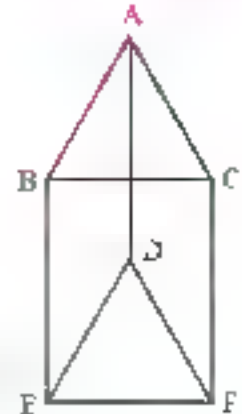
$BE = CF$ এবং $BE \parallel CF$ [প্রদত্ত]

(d) (b) থেকে পাই, $AD \parallel CF$ এবং $AD = CF$ । $ADFC$ একটি সামান্তরিক।

(e) $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ এর মধ্যে $AB = DE$ [প্রদত্ত] $BC = EF$ [প্রদত্ত]

এবং $AC = DF$ [$ADFC$ একটি সামান্তরিক]

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (S-S-S সর্বসমতার শর্তানুসারে)



প্রয়োগ 20 PQRS একটি সামান্তরিক। A ও B যথাক্রমে PS ও QR এর মধ্যবিন্দু। P, B, Q, A, R, A এবং B, S যোগ কবলায় PB ও QA পরস্পরকে C বিন্দুতে এবং RA ও BS পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে (a) চতুর্ভুজ AQBS একটি সামান্তরিক (b) চতুর্ভুজ PBRA একটি সামান্তরিক (c) চতুর্ভুজ ACBD একটি সামান্তরিক।

প্রমাণ (a) PQRS একটি সামান্তরিক

সুতরাং, $PS \parallel QR$ এবং $PS = QR$

$$\frac{1}{2}PS = \frac{1}{2}QR$$

সুতরাং, $PA = BR$ এবং $AS = QB$

AQBS চতুর্ভুজের $AS \parallel QB$ [$PS \parallel QR$]

এবং $AS = QB$

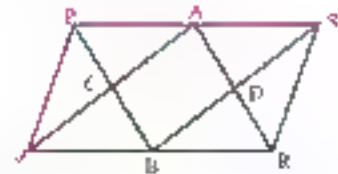
AQBS চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।

(b) একইভাবে প্রমাণ করে পাই, PBRA চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক। [নিজে করি]

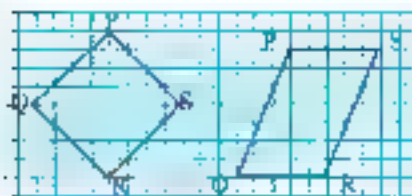
(c) ACBD চতুর্ভুজের $AC \parallel DB$ AQBS সামান্তরিক

$BC \parallel DA$ [PBRA সামান্তরিক]

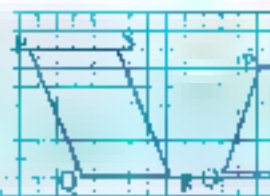
ACBD একটি সামান্তরিক।



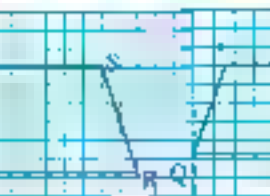
আমরা যখন বিভিন্ন শিটার্ডাই কেটে নানা ধরনের ও ছোটো-বড় যত্নপূর্ণ চতুর্ভুজের ক্ষেত্র তৈরি করে সামগ্রিকের ধর্ম যাচাই করছি এবং কোন কোন ক্ষেত্রে চতুর্ভুজগুলি সামগ্রিক হচ্ছে তা দেখার চেষ্টা করছি তখন সাব্বার তাই সালেম তার চক কাগজ অনেকগুলি চতুর্ভুজ একেছে



(i)



(ii)

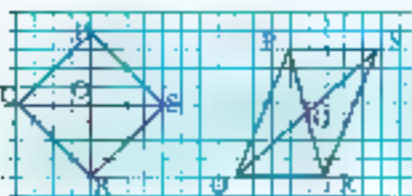


(iii)

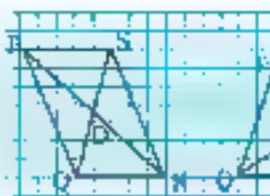


(iv)

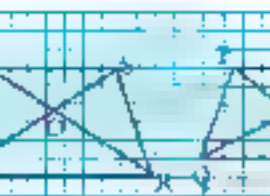
আমি সালেমের আঁকা PQRS চতুর্ভুজের কর্ণ PR ও QS আঁকলাম এবার 'মাপে' 'জি' কোন চতুর্ভুজের কর্ণগুলি পরস্পরকে সমদ্বিখলিত করছে



(i)



(ii)



(iii)



(iv)

(v)

চক কাগজের ঘর গুলে দেখছি (i) নং PQRS চতুর্ভুজের কর্ণ PR ও QS পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেঁদ করেছে এবং $PO = OR = \square$, $QO = OS = \square$ অর্থাৎ \square নং চতুর্ভুজের কর্ণের পরস্পরকে সমদ্বিখলিত করেছে

PQRS চতুর্ভুজের চারটি কোণ $\angle P = \square$, $\angle Q = \square$, $\angle R = \square$ ও $\angle S = \square$ টুকারা করে পাশ পাশ তৈরি হয়েছে দেখলাম $\angle P = \angle Q = 80^\circ$ এবং $\angle R = \angle S = 80^\circ$

সুতরাং, পেলাম PS = QR এবং PQ || SR. অর্থাৎ PQRS চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক



আমি \square ও \square নং চতুর্ভুজগুলির চারটি কোণ $\angle P$, $\angle Q$, $\angle R$ ও $\angle S$ টুকরা করে পাশ পাশ তৈরি হয়েছে দেখলাম $\angle P = \angle Q = 80^\circ$ এবং $\angle R = \angle S = 80^\circ$

সুতরাং পেলাম PS = QR এবং PQ || SR অর্থাৎ PQRS চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক

\square নং চতুর্ভুজের ক্ষেত্র নিজ নিজ \square ও \square এবং \square এর দৈর্ঘ্য যাক \square ও চারটি কোণ টুকরা করে হাতের কলম সামগ্রিক তৈরি করি 'মাপে' 'জি' \square নং চতুর্ভুজের ক্ষেত্র

আমি চক কাগজে \square নং কোনও চতুর্ভুজ আঁক এভাবেই হাতে কলমে যাচাই করে পেলাম

\square নং চতুর্ভুজের ক্ষেত্র নিজ নিজ \square ও \square এবং \square এর দৈর্ঘ্য যাক \square ও চারটি কোণ টুকরা করে হাতের কলম সামগ্রিক তৈরি করি 'মাপে' 'জি' \square নং চতুর্ভুজের ক্ষেত্র



বুঝি দিয়ে প্রমাণ করি।

উপপাদ্য 19 একটি চতুর্ভুজের দুটি কর্ণ পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে চতুর্ভুজটি সামান্তরিক হ'বে।

প্রদত্ত ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করেছে অর্থাৎ AO = OC এবং BO = OD

প্রমাণ করতে হবে যে ABCD একটি সামান্তরিক।

প্রমাণ $\triangle AOD$ ও $\triangle BOC$ -এর মধ্যে, AO = OC

$$\angle AOD = \angle BOC \text{ [বিরোধী কোণ]}$$

$$BO = OD$$

$$\triangle AOD \cong \triangle BOC \text{ [সর্বসমতার S-A-S শর্তানুসারে]}$$

সুতরাং, AD = BC [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু]

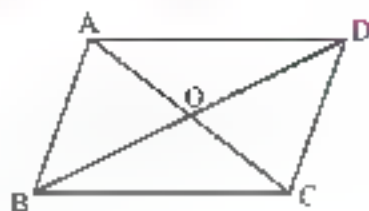
এবং $\angle OAD = \angle OCB$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ]

কিন্তু AD ও BC সরলরেখাংশকে AC ছেদ করার ফলে এই দুটি একান্তর কোণ সমান।

সুতরাং, AD || BC

যেহেতু, ABCD চতুর্ভুজের AD || BC এবং AD = BC,

ABCD একটি সামান্তরিক [প্রমাণিত]



উপরের উপপাদ্যটি অর্থাৎ চতুর্ভুজের দুটি কর্ণ পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে চতুর্ভুজটি সামান্তরিক হবে। এই উপপাদ্যটি কান উপপাদ্যের (পরবর্তী উপপাদ্য) দ্বিখি। [মিলে গিয়েছে]

প্রমাণ 21 ABCD একটি সামান্তরিক। এই সামান্তরিকের A ও C কর্ণদুটি বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। AC কর্ণের ওপর P ও R দুটি এমন বিন্দু থাকে যে AP = CR এবং প্রমাণ কর যে চতুর্ভুজ PBRD একটি সামান্তরিক।

প্রদত্ত (i) ABCD একটি সামান্তরিক।

(ii) AC কর্ণের ওপর P ও R দুটি এমন বিন্দু যেখানে AP = CR

প্রমাণ করতে হবে যে চতুর্ভুজ PBRD একটি সামান্তরিক।

প্রমাণ যেহেতু ABCD একটি সামান্তরিক, সুতরাং তর কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

$$AO = CO \text{ এবং } BO = DO$$

লেখা আছে, AP = CR

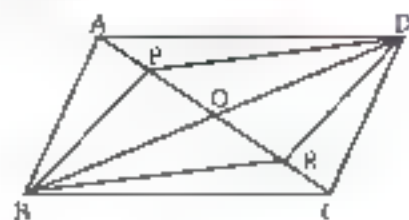
$$\text{সুতরাং, } AO - AP = CO - CR$$

$$OP = OR$$

$$\text{অর্থাৎ, } BO = DO$$

সুতরাং চতুর্ভুজ PBRD এর কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করেছে।

PBRD একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ 22 কোনো বৃত্তে AB ও CD দুটি ব্যাস সমান করি য AC BD একটি আয়তাকার চিত্র

প্রদত্ত O কেন্দ্রীয় বৃত্তের দুটি ব্যাস AB ও CD

প্রমাণ করতে হবে যে $ACBD$ একটি আয়তাকার চিত্র

হিন্দু $ACBD$ চতুর্ভুজটির $OA=OB$ এবং $OC=OD$; [কারণ OA, OB, OC, OD একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
যেহেতু $ACBD$ চতুর্ভুজের কর্ণের AB ও CD পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

সুতরাং $ACBD$ একটি সামান্তরিক।

ΔADB ও ΔCBD তে $AB=CD$ [যেহেতু একই বৃত্তের ব্যাস]

$AD=CB$ [যেহেতু $ACBD$ সামান্তরিকের বিপরীত বাহু] এবং BD সাধারণ বাহু।

$\Delta ADB \cong \Delta CBD$ S-S-S সর্বসমতা অনুসারে]

$\angle ADB = \angle CBD$ সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ।

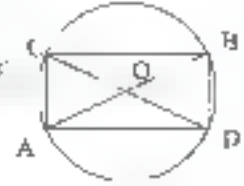
আবার $\angle ADB + \angle CBD = 80^\circ$ [$AD \parallel CB$ এবং DB তাদের ছেদক]

বা $\angle ADB + \angle ADB = 180^\circ$

বা $2 \angle ADB = 180^\circ$ $\angle ADB = 90^\circ$

সুতরাং, সামান্তরিক $ACBD$ এর একটি কোণ সমকোণ

আয়তাকার চিত্রের সংজ্ঞা থেকে পাই, $ACBD$ একটি আয়তাকার চিত্র (প্রমাণিত)



প্রমাণ 23 $ABCD$ একটি সামান্তরিক DA ও DC বাহু দুটিকে P ও Q পর্যন্ত এমনভাবে বাড়ানো হলো যাতে

$AP=DA$ এবং $CQ=DC$ হয়।

প্রমাণ করি যে P, B ও Q বিন্দু তিনটি সমরেখ।

প্রদত্ত i) $ABCD$ একটি সামান্তরিক

ii) $AP=DA$ এবং $CQ=DC$

প্রমাণ করতে হবে যে P, B ও Q বিন্দু তিনটি সমরেখ

অঙ্কন P, B, Q এবং A, C যুক্ত করলাম

প্রমাণ যেহেতু $ABCD$ একটি সামান্তরিক,

সুতরাং $DA=CB$ এবং $DA \parallel CB$, দেওয়া আছে $AP=DA$

$AP=CB$ এবং $AP \parallel CB$

$APBC$ চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল

সুতরাং, $APBC$ একটি সামান্তরিক $\therefore PB \parallel AC$

অনুরূপভাবে পাই, যেহেতু $AB=DC$ একটি সামান্তরিক

সুতরাং $DC=AB$ এবং $DC \parallel AB$, দেওয়া আছে $CQ=DC$

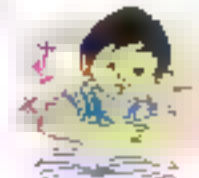
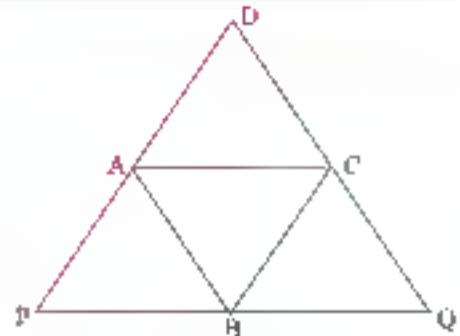
$CQ=AB$ এবং $CQ \parallel AB$ সুতরাং $ABQC$ একটি সামান্তরিক

$BQ \parallel AC$

যেহেতু $PB \parallel AC$ এবং $BQ \parallel AC$ $\therefore PB \parallel BQ$

আবার যেহেতু B বিন্দুটি PB ও BQ দুটি সরলরেখাংশেই আছে, সুতরাং PB ও BQ একই সরলরেখায়

আছে সুতরাং P, B ও Q বিন্দু তিনটি সমরেখ (প্রমাণিত)



প্রমাণ ২৪ ABCD একটি সামান্তরিক। AP এবং CQ মধ্যকার দীর্ঘস্থূল A এবং C থেকে কর্ণ BD এর উপর লম্ব প্রদান করি যে $\triangle APB \cong \triangle CQD$ । $AP = CQ$ এবং $AQCP$ একটি সামান্তরিক।

প্রদত্ত (i) ABCD একটি সামান্তরিক
(ii) $AP \perp BD$ এবং $CQ \perp BD$

প্রমাণ করতে হবে যে (i) $\triangle APB \cong \triangle CQD$ (ii) $AP = CQ$ এবং
(iii) AQCP একটি সামান্তরিক।

প্রমাণ $\triangle APB$ ও $\triangle CQD$ এর মধ্যে,

$\angle BPA = \angle CQD = 90^\circ$ [যেহেতু $AP \perp BD$ এবং $CQ \perp BD$]

$\angle ABP = \angle CDQ$ [ABCD সামান্তরিক এবং BD কর্ণ DC AB এবং DB ছেদক]

$AB = DC$ [ABCD সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]

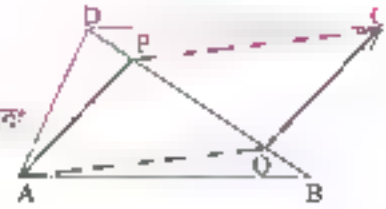
$\triangle APB \cong \triangle CQD$ [A-A-S সর্বসমতা বশত অনুসারে] [প্রমাণিত]

সূত্রানুসারে, $AP = CQ$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু] [প্রমাণিত]

আবার $AP = CQ$ । AP ও CQ সরলরেখাংশ দুটিই BD সরল রেখাংশের উপর লম্ব

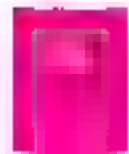
সূত্রানুসারে, AQCP চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীত বাহু সমান এবং সমান্তরাল।

AQCP একটি সামান্তরিক [প্রমাণিত]



কয়েকটি নোট

1. প্রমাণ করি যে একটি সামান্তরিকের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান হলে, সামান্তরিকটি একটি আয়তাকার চিত্র।
2. প্রমাণ করি যে একটি সামান্তরিকের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান হলে এবং কর্ণদ্বয় পরস্পরকে লম্বভাবে ছেদ করলে, সামান্তরিকটি একটি বর্গাকার চিত্র।
3. প্রমাণ করি যে একটি সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে লম্বভাবে ছেদ করলে সামান্তরিকটি একটি রম্বস।
4. ABCD সামান্তরিকের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। O বিন্দুগামী যেকোনো সরলরেখা AB ও DC বাহুকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করি যে $OP = OQ$ ।
5. প্রমাণ করি যে একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের যেকোনো সমান্তরাল বাহুসংলগ্ন দুটি কোণ পরস্পর সমান।
6. ABCD বর্গাকার চিত্রে BC বাহুর উপর P যেকোনো একটি বিন্দু। B বিন্দু থেকে AP-এর উপর অঙ্কিত লম্ব DC বাহুকে Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করি যে $AP = BQ$ ।
7. প্রমাণ করি যে একটি চতুর্ভুজের দুটি বিপরীত কোণ পরস্পর সমান ও দুটি বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল হলে, চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।
8. $\triangle ABC$ এর BP ও CQ মধ্যমা দুটি যথাক্রমে R ও S বিন্দু পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করা হলে যে $BP = PR$ এবং $CQ = QS$ হয়। প্রমাণ করি যে, S, A, R বিন্দু তিনটি সমরেখ।
9. PQRS সামান্তরিকের SQ কর্ণ K ও I বিন্দুতে সমান তিনভাগে বিভক্ত হয়েছে। PK, SR কে M বিন্দুতে এবং RL, PQ কে N বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করি যে PMRN একটি সামান্তরিক।
10. ABCD ও AECF দুটি সামান্তরিকেরই AC একটি কর্ণ। B, E, D, F বিন্দুগুলি সমরেখ না হলে, প্রমাণ করি যে, BEDF একটি সামান্তরিক।



11. ABCD একটি চতুর্ভুজ। ABCE ও BADE দুটি সামান্তরিক আঁকন করা হলো। প্রমাণ করি যে, CD ও EF পরস্পরকে সমদ্বিখলিত করে।
12. ABCD সামান্তরিকের AB = 2 AD। প্রমাণ করি যে $\angle BAD$ ও $\angle ABC$ এর সমদ্বিখলকদ্বয় DC বাহুর মধ্যবিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়।
13. ABCD সামান্তরিকের AB ও AD বাহুর উপর যথাক্রমে ABPQ ও ADRS বর্গাকার চিত্র আঁকন করা হলো। যথা সামান্তরিকটির বাইরে অবস্থিত। প্রমাণ করি যে PRC ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।
14. ABCD সামান্তরিকের $\angle BAD$ শূন্যকোণ। AB ও AD বাহুর উপর দুটি সমবাহু ত্রিভুজ ABP ও ADQ আঁকন করা হলো। যথা সামান্তরিকের বাইরে অবস্থিত। প্রমাণ করি যে CPQ একটি সমবাহু ত্রিভুজ।
15. OP, OQ ও OR তিনটি সরলরেখা। OPAQ, OQBR এবং ORCP সামান্তরিক তিনটি আঁকন করা হলো। প্রমাণ করি যে AR, BP ও CQ পরস্পরকে সমদ্বিখলিত করে।

16. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M. C. Q.)

- i) ABCD সামান্তরিকের $\angle BAD = 75^\circ$ এবং $\angle CBD = 60^\circ$ হলে, $\angle BDC$ -এর পরিমাপ
(a) 60° (b) 75° (c) 45° (d) 50°
- ii) নিম্নলিখিত জ্যামিতিক চিত্রগুলির কোনটির কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান তা লিখি
(a) সামান্তরিক (b) রম্বস (c) ট্র্যাপিজিয়াম (d) আয়তাকার চিত্র
- iii) ABCD সামান্তরিকের $\angle BAD = \angle ABC$ হলে ABCD সামান্তরিকটি
(a) রম্বস (b) ট্র্যাপিজিয়াম (c) আয়তাকার চিত্র (d) কোনোটিই নয়
- iv) ABCD সামান্তরিকের BD কর্ণের মধ্যবিন্দু M। BM $\angle ABC$ কে সমদ্বিখলিত করলে, $\angle AMB$ এর পরিমাপ
(a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 75°
- v) ABCD রম্বসের $\angle ACB = 40^\circ$ হলে, $\angle ADB$ এর পরিমাপ
(a) 50° (b) 110° (c) 90° (d) 120°

17. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

- i) ABCD সামান্তরিকের $\angle A : \angle B = 3 : 2$ হলে সামান্তরিকটির কোণগুলির পরিমাপ লিখি।
- ii) ABCD সামান্তরিকের $\angle A$ ও $\angle B$ -এর সমদ্বিখলকদ্বয় CD বাহুর উপর E বিন্দুতে মিলিত হয়। BC বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সেমি হলে AB বাহুর দৈর্ঘ্য কত তা লিখি।
- iii) ABCD বর্গাকার চিত্রের ভিতর সমবাহু ত্রিভুজ AOB অবস্থিত। $\angle COD$ এর পরিমাপ লিখি।
- iv) ABCD বর্গাকার চিত্রের AD বাহুর উপর M একটি বিন্দু যাতে $\angle CMD = 30^\circ$ হয়। কর্ণ BD, CM কে P বিন্দুতে ছেদ করলে, $\angle DPC$ এর পরিমাপ কত তা লিখি।
- v) ABCD রম্বসের AB বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেমি এবং $\angle BCD = 60^\circ$ হলে, কর্ণ BD এর দৈর্ঘ্য কত তা লিখি।



7 বহুপদী সংখ্যামালা (POLYNOMIAL)

এ পেনসিল ক্রয় করতে গিয়ে মামা কতটা টাকা খরচ করে জানতে চাইলে মামা বলে দিলেন, 'আজকে ৫ টাকার পেনসিল ৪ জনের প্রত্যেককে ৫ টাকা করে দিলে আমার মোট 8×5 টাকা = ৪০ টাকা উঠবে।'



তাই আটপেপার, কং পেনসিল, আঠা, বক্টিন কাগজ ইত্যাদি কেনার জন্য আমরা প্রত্যেকে ৫ টাকা করে দেবো।
আমরা ৪ জনের প্রত্যেককে ৫ টাকা করে দিলে আমাদের মোট 8×5 টাকা = ৪০ টাকা উঠবে।

কিন্তু আমাদের এই কাজে আরও কিছুজন যোগ দেন। সমস্ত কাজে টাকা উঠবে হিসাব করি।
যদি এই কাজে মোট x জন যোগ দেয় ও প্রত্যেকে ৫ টাকা করে দিলে মোট $5x$ টাকা উঠবে।

$5x$ এ ৫ ধ্রুবক (Constant) এবং x চল (Variable)।

আমরা অনেকগুলি নান্দ্রাজন বর্ণক্ষেত্রাকার ও অমাত্রাক্রমের ছোটো কাডা করে তৈরি করতে চাই। নিম্নে যখন দেখানো নীচ লম্বের বর্ণক্ষেত্রাকার কার্ডের একটি লম্বের দৈর্ঘ্য ৪ সেমি।

এই নীচ লম্বের বর্ণক্ষেত্রাকার কার্ডের পরিসীমা 4×8 সেমি।



আবার, ফিলাজ অন্য একটি সবুজ রঙের বর্ণক্ষেত্রাকার করে যখন দেখানো প্রতিটি লম্বের দৈর্ঘ্য ৬ সেমি।

এই সবুজ রঙের বর্ণক্ষেত্রাকার কার্ডের পরিসীমা 4×6 সেমি।

অর্থাৎ, 'নিম্নলিখিত বর্ণক্ষেত্রাকার কার্ডের দৈর্ঘ্য ৪ সেমি এবং $4x$ সেমি। অর্থাৎ বর্ণক্ষেত্রাকার কার্ডের পরিসীমা হবে $4 \times 4x$ ।'

$4x$ এ ৪ ধ্রুবক এবং x চল।

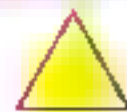


'ভনিগা' আমরা কিছু কার্ড তৈরি করতে যাব। আমাদের কিছুজনকে 'মামা' নামেই জানাব। তখন এই ত্রিভুজ ক্ষেত্রাকার কার্ডের প্রতিটি লম্বের দৈর্ঘ্য ৬ সেমি। অর্থাৎ লম্বের সমগ্র ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র।

এই সমগ্র ত্রিভুজ ক্ষেত্রাকার কার্ডের পরিসীমা 3×6 সেমি।

সমগ্র ত্রিভুজের একটি লম্বের দৈর্ঘ্য x একক হলে পরিসীমা হবে $3x$ একক।

$3x$ এ ৩ ধ্রুবক এবং x চল।



১. $5x$, $4x$, $3x$ এগুলি কী?

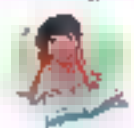
$5x$, $4x$, $3x$ এগুলি লীজগাণিতিক সংখ্যামালা (Algebraic Expression)। এদের চল x এবং ৫, ৪, ৩ ধ্রুবক।

সাম্প্রতিক চলকে x , y , z , দিয়ে এবং ধ্রুবককে a , b , c দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

চল ও ধ্রুবক ইংরেজি বর্ণমালায় বর্ণ দিয়ে লেখা হলেও একই পরিমিত্রিত ধ্রুবকের মান একই থাকে। কিন্তু চলের মানের পরিবর্তন হতে পারে।

[যেমন বর্ণক্ষেত্রের পরিসীমা $4x$ একক। এখানে x একক (লম্বের দৈর্ঘ্য) পরিবর্তিত হতে পারে কিন্তু ৪ অপরিবর্তিত থাকে।]

বর্ণক্ষেত্রের পরিসীমা $4x$ একক হলে $4 \times ১ = ৪$ একক। $4 \times ২ = ৮$ একক। $4 \times ৩ = ১২$ একক। $4 \times ৪ = ১৬$ একক।



3 x^2 কি একটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালা?

x একটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালা। একে x এর ঘিঁষাত বলা হয় x^2 এ নিধান x ও সূচক 2.

- 4 বৃদ্ধ বাপন চন্দ্রসহর দিন আনকণ্ঠিক চাকগাছ লাগাই আঁলা হাটোত্রীরা কিছু চাকগাছ বাপন করত আঁমি ও মুখার চিত্রকলাও x টি সাংলাত কিছু ফুলের চাকগাছ বাপন করত হাটন ও সাহন আমানত চিক করা x টি সাংলর প্রতি সাংলাত x টি ফুলের চাকগাছ লাগল কিন্তু এগারও ৪টি ফুলের চাকগাছ পাড় আঁক আঁমি ওই বাকি ৪টি ফুলের চাকগাছ বাপন করত অন্য জায়গায় বাপন করলাম হিসাব করে দিই আমরা আঁমি করতুনি ফুলের চাকগাছ লাগায়তি



আমরা মোট (x^2+8) টি ফুলের চাকগাছ লাগিয়েছি

x^2+8 কি বীজগাণিতিক সংখ্যামালা?



$x^2 = x \times x$, $x^2 = 5x + 2$, $x^2 = x^2 - x + 1$ এগুলি সবই বীজগাণিতিক সংখ্যামালা যাদের চলের সূচকগুলি অংক সংখ্যা

5 এইরকম বীজগাণিতিক সংখ্যামালা যাদের চলের সূচকগুলি অংক সংখ্যা এদের কী বলা হয়

মকল বীজগাণিতিক সংখ্যামালা যাদের চলের সূচক অখণ্ড সংখ্যা এদের বহুপদী সংখ্যামালা (Polynomial) বলা হয়

$x^2 = x^2 + 8$, $x^2 = 5x + 2$, $x^2 = x^2 - x + 1$, $5x$, $4x$, $3x$ এবা মকলই বহুপদী সংখ্যামালা যাদের চল x অর্থাৎ এরা মকলই এক চল বিশিষ্ট বহুপদী সংখ্যামালা

6 $x^2 + 8$ এই বহুপদী সংখ্যামালার x এনা ৪ ক কী বলা হয়

$x^2 + 8$ কে $x^2 + 8$ এই বহুপদী সংখ্যামালার পদ বলা হয়

$x^2 + 8$ বহুপদী সংখ্যামালার পদ টি (2/3)



$x^2 + 8$ একটি দ্বিপদী সংখ্যামালা (Binomial),

$5x$, $4x$, $3x$ এদের একপদী সংখ্যামালা Monomial বলা হয়

$x^2 = 5x + 2$ এটিকে ত্রিপদী সংখ্যামালা (Trinomial) বলা হয়।

$x^2 = 5x + 2$ বহুপদী সংখ্যামালার পদগুলি হলো x^2 , $-5x$ ও 2

এবা $x^2 = x^2 - x + 1$ বহুপদী সংখ্যামালার পদগুলি হলো x^2 , $-x$ ও 1 (নিজে লিখি)

একটি বহুপদী সংখ্যামালার প্রতিটি পদে একটি সহগ (Coefficient) থাকে

$x^2 = 5x + 2$ বহুপদী সংখ্যামালাকে লিখতে পারি $1 \cdot x^2 + (-5)x + 2 \cdot x^0$ | $x^0 = 1$ (যেখানে $x \neq 0$)

$x^2 = 5x + 2$ বহুপদী সংখ্যামালার x^2 এর সহগ 1, x -এর সহগ -5 এবং x^0 এর সহগ 2

$x^2 + x^2 = x + 1$ বহুপদী সংখ্যামালার x এর সহগ [1] এবং x^0 এর সহগ



৭ ৪, ১, -৫, ১০, ০ এবং ০ কি বহুপদী সংখ্যামাল?

৪, ১, -৫, ১০, ০ এবং ০ হলক বহুপদী সংখ্যামাল (Constant Polynomials)

কিন্তু ০ (শূন্য) এক শূন্য বহুপদী সংখ্যামাল (Zero Polynomial) বলা হয়

বহুপদী সংখ্যামালকে চল অনুযায়ী সাধারণত $p(x)$, $q(y)$, $r(x, y)$ ইত্যাদি দ্বারা চিহ্নিত করা হয়

যেমন $p(x) = x^2 + x - x + ১$

$q(y) = y^2 + ৫y$

$r(x, y) = 2x^2 - ১xy - y^2$ ইত্যাদি



৪ আমরা যেটি $x + ৪$ টি চরোগাত লাগিয়েছি কিন্তু শিক্ষক শিক্ষিলারা এর আন্তর্গত লাগিয়েছেন যথোক্ত $৩x^2 + ৩x + ৫$ টি এবং $x + ১$ টি চরোগাত আমরা সবাই মিলে মোট কতগুলি চরোগাত লাগিয়েছি হিসাব করে দেখি

ধরি $f(x) = x^2 + ৪$, $g(x) = ৩x^2 + 2x + ৫$ এবং $p(x) = x + ১$

$$\begin{aligned} f(x) + g(x) + p(x) &= (x^2 + ৪) + (৩x^2 + 2x + ৫) + (x + ১) \\ &= x^2 + (৩x^2 + ৩x^2) + 2x + ৪ + ৫ + ১ \\ &= x^2 + 4x^2 + 2x + ১০ \end{aligned}$$

আমরা সবাই মিলে মোট $x^2 + 4x^2 + 2x + ১০$ টি চরোগাত লাগিয়েছি

বহুপদী সংখ্যামালগুলির সমষ্টি বহুপদী সংখ্যামাল পলায়

৯ আমি $f(x) = ৩x^3 - 2x^2 + ৫$ ও $q(y) = 2y^3 - ৩y + ১$ যোগ করি

$$f(x) + q(y) = (৩x^3 - 2x^2 + ৫) + (2y^3 - ৩y + ১) = ৩x^3 - 2x^2 + 2y^3 - ৩y + ৬$$

আমরা বহুপদী সংখ্যামাল দুটির সমষ্টি বহুপদী সংখ্যামাল পলায়

১০ আমি যে কোনো দুটি বহুপদী সংখ্যামালকে যোগ করে দেখছি বহুপদী সংখ্যামাল এর সমষ্টি বহুপদী সংখ্যামাল দুটি বহুপদী সংখ্যামাল লিখে যোগ করি [নিজে করি]

১১ $g(x) = ৩x^2 - 2x + ৫$ এবং $f(x) = x^2 + ৪$ দুটি বহুপদী সংখ্যামাল লিখে যোগ করি বহুপদী সংখ্যামাল হতে কিনা হিসাব করে দেখি

$$\begin{aligned} g(x) + f(x) &= (৩x^2 - 2x + ৫) + (x^2 + ৪) \\ &= ৩x^2 - 2x + 2x + ৫ + ৪ = ৩x^2 - 2x + ৯ \end{aligned}$$

দুটি বহুপদী সংখ্যামাল যোগ করলেও বহুপদী সংখ্যামাল পলায়

১২ আমি যে কোনো দুটি বহুপদী সংখ্যামাল যোগ করে দেখছি বহুপদী সংখ্যামাল লিখে যোগ করি বহুপদী সংখ্যামাল হতে দুটি বহুপদী সংখ্যামাল লিখে নিরূপণ করি [নিজে করি]

১৩ আমি $f(x) = x^2 + 2x - ৩$ ও $q(x) = x^2 - 2x - ৩$ বহুপদী সংখ্যামাল দুটি গুণ করি

$$\begin{aligned} f(x) \cdot q(x) &= (x^2 + 2x - ৩) \cdot (x^2 - 2x - ৩) \\ &= x^2(x^2 - 2x - ৩) + 2x(x^2 - 2x - ৩) + ৩(x^2 - 2x - ৩) \\ &= x^4 - 2x^3 - ৩x^2 + 2x^3 - 4x^2 - 6x + ৩x^2 - 6x - ৯ = x^4 - 4x^2 - 12x - ৯ \end{aligned}$$

সুতরাং বহুপদী সংখ্যামালদ্বয়ের গুণফল বহুপদী সংখ্যামাল হতে নিজে দুটি বহুপদী সংখ্যামাল লিখে গুণ করি



নিজেকে কবি: 7.

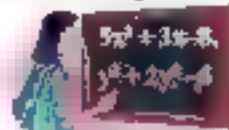
১. যদি $f(x) = x^5 + 3x^3 + 7x^2 + 6$, $g(x) = x + 8x + 7$, $h(x) = x + 1$
 $p(x) = x^2 + x$ এবং $q(z) = z^3 + 5z^2 + 6$

হাল বিভিন্ন বহুপদী সংখ্যামালগুলি কে হারে হিসাব করে লিখি

(i) $f(x) + g(x)$ (ii) $f(x) - h(x)$ (iii) $f(x) - p(x)$
 (iv) $f(x) + p(x)$ (v) $p(x) + g(x) + f(x)$ (vi) $p(x) - q(y)$
 (vii) $f(x) - g(x)$ (viii) $p(x) - g(x)$

আজ সন্ধ্যা ৬ সাহস্রম কলিকাতার ব্র্যাকবোর্ড অনেকগুলি বীজগণিতিক সংখ্যামাল লিখেছে। সেগুলি হলো:

$5x^5 + 3x + 8$, $y^3 + 2y^2 - 5$, $z^3 + 5z^2 + 6$, $x + \frac{1}{x}$
 $u + \sqrt{u}$, $7 - v - v + v - \sqrt{x} + x$, $x^3 - y + 4xy$,
 $a + b + 6uv$, $x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$



সন্ধ্যা ৬ সাহস্রমের লেখা সকল বীজগণিতিক সংখ্যামালই কি বহুপদী সংখ্যামাল? বীজগণিতিক সংখ্যামাল চলের সূচক দেখে বহুপদী সংখ্যামালগুলি লিখি

$p(x) = 5x^5 + 3x + 8$, $g(v) = 7 - v + v^3 + v$, $h(y) = y + 2y^2 - 5$, $f(x, y) = x^3 + y^3 + 4xy$,
 $q(z) = z^3 + 5z^2 + 6$, $S(u, v) = u + v + 6uv$, $t(x) = x + x^3 + x^4 + x + x^3 + x + 1$

(i) $x + \frac{1}{x} = x + x^{-1}$ (ii) $u + \sqrt{u} = u + u^{\frac{1}{2}}$ এবং (iii) $\sqrt{x} + x = x^{\frac{1}{2}} + x$

১২. ১ ও ৩ নং বীজগণিতিক সংখ্যামালগুলি চলের সূচক অথবা সংখ্যা নয় [অর্থাৎ শূন্য বা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা নয়] তাহি $x + \frac{1}{x}$, $u + \sqrt{u}$ ও $\sqrt{x} + x$ এই বীজগণিতিক সংখ্যামালগুলি বহুপদী সংখ্যামাল নয়

১৩. অর্থাৎ ৪ টি বীজগণিতিক সংখ্যামাল লিখি যা নয় বহুপদী সংখ্যামাল। এন অপর দুটি বহুপদী সংখ্যামাল লিখি [নিজে কবি]

১৪. অর্থাৎ লিখি ৩টি বহুপদী সংখ্যামাল পদসংখ্যা লিখি এবং তিনটি বহুপদী সংখ্যামাল সর্বোচ্চ ঘাতের চলের সূচকের মান চলের সূচক লিখি

বহুপদী সংখ্যামাল	পদসংখ্যা	সর্বোচ্চ ঘাতের চলের সূচকের মান
$P(x) = 5x^5 + 3x + 8$	৩	২
$f(y) = y^3 + 2y^2 - 5$	<input type="text"/>	৩
$q(z) = z^3 + 5z^2 + 6$	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$g(v) = 7 - v + v + v$	৪	৭
$t(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x + x^2 + x + 1$	<input type="text"/>	<input type="text"/>

কোন বহুপদী সংখ্যামাল সর্বোচ্চ ঘাতের চলের সূচকের মান বহুপদী সংখ্যামাল কে বলা হয়?

তাকে বহুপদী সংখ্যামাল ঘাত Degree বলা হয়

$p(x) = 5x + 3x + 8$ বহুপদী সংখ্যামাল ঘাত ২

অর্থাৎ $q(z) = z^3 + 5z^2 + 6$ এর ঘাত

(i) $g(v)$, (ii) $h(y)$ এবং (iii) $t(x)$ এর ঘাতগুলি যথাক্রমে , ও [নিজে লিখি]



১৬ শূন্য ছাড়া যে কোনো ধ্রুবক বহুপদী সংখ্যামাত্রার মাত্র ০।

শূন্য ছাড়া যে কোনো ধ্রুবক বহুপদী সংখ্যামাত্রার মাত্র ০: যেমন $5 = 5x^0$, $7 = 7x^0$

কিন্তু শূন্য বহুপদী সংখ্যামাত্রার মাত্রা অসংজ্ঞাত। যেহেতু, $0 = 0x^0$, $0 = 0x^1$

১৭ জামি ১টি বহুপদী সংখ্যামাত্রা লিখি যাদের মাত্রা

১. $5x + 2$, ২. $y + \sqrt{7}$, ৩. $8 - 3x + 4y$ (নিজে লিখি) ৪. \square (নিজে লিখি)

যে বহুপদী সংখ্যামাত্রার মাত্রা তাদের চল সর্বোচ্চ এক ঘাতের হয়। এই সব বহুপদী সংখ্যামাত্রার কি একঘাত বহুপদী সংখ্যামাত্রা বলা হয়?

যে সকল বহুপদী সংখ্যামাত্রার চল সর্বোচ্চ এক ঘাতের হয় তাদের একঘাত বহুপদী সংখ্যামাত্রা বা বৈখিক বহুপদী সংখ্যামাত্রা বলা হয়।

উপরের $5x + 2$, $y + \sqrt{7}$, $8 - 3x$, \square , \square সকলেই একঘাত বহুপদী সংখ্যামাত্রা।

x চলের একঘাত বহুপদী সংখ্যামাত্রার বা বৈখিক বহুপদী সংখ্যামাত্রার সাধারণ রূপ $ax + b$

[a, b ধ্রুবক এবং $a \neq 0$]

y চলের একঘাত বহুপদী সংখ্যামাত্রার বা বৈখিক বহুপদী সংখ্যামাত্রার সাধারণ রূপ \square

[a, b ধ্রুবক এবং $a \neq 0$]

সহম ৬ নম্বর উত্তরগুলি বহুপদী সংখ্যামাত্রা লিখ।

$x^2 + 9$, $2 + x$, $x^2 - 2x^2$, $7x + 1$, $4y + \sqrt{2}$, $y^2 - \frac{1}{2}$, $z^2 - 4z$

সোহমের লেখা বহুপদী সংখ্যামাত্রাগুলির মাত্রা \square ; অর্থাৎ এই বহুপদী সংখ্যামাত্রার চল সর্বোচ্চ দুই ঘাতের ০।

অর্থাৎ, বহুপদী সংখ্যামাত্রার মাত্রা ২।

১১ এই সব বহুপদী সংখ্যামাত্রাগুলিকে তি ঘাতের বহুপদী সংখ্যামাত্রা বলা হয়?

$x + 9$, $2 + x$, $x^2 - 2x$, $7x + 1$, $4y + \sqrt{2}$, $y^2 - \frac{1}{2}$, $z^2 - 4z$ এরা সকলেই তি ঘাতের বহুপদী সংখ্যামাত্রা।

x চলের তি ঘাতের বহুপদী সংখ্যামাত্রার সাধারণরূপ $ax^2 + bx + c$ [a, b, c ধ্রুবক এবং $a \neq 0$]

১২ জামি পাঁচটি ত্রিঘাত বহুপদী সংখ্যামাত্রা বিবেচনা করি।

$9x^3 - 1$, $x^3 + x^2$, $x^3 + \frac{1}{2}$, $(1 + 3 - 2x - 3x^2)$ (iv) \square (নিজে লিখি) (v) \square (নিজে লিখি)

x চলের ত্রিঘাত বহুপদী সংখ্যামাত্রার সাধারণরূপ $ax^3 + bx^2 + cx + d$ যেখানে a, b, c, d ধ্রুবক এবং $a \neq 0$ ।

এ ত্রিঘাত একঘাতবিশিষ্ট বহুপদী সংখ্যামাত্রা হলে $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

যেখানে a_3, a_2, a_1, a_0 ধ্রুবক এবং $a_3 \neq 0$ ।

এই বহুপদী সংখ্যামাত্রার পদ \square টি এবং মাত্রা \square ।

যদি $a_3 = a_2 = a_1 = a_0 = \dots = a_0 = 0$ (সব ধ্রুবকই শূন্য) হয় তখন তাই শূন্য বহুপদী সংখ্যামাত্রা।

20. ମୂଲ୍ୟ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ ଓ ସଂରକ୍ଷଣ ବାଟ୍ ମିଳିତ ନିଧି

આલંકાર $f(x, y) = x^4 + y^2 + 4xy$ તરફની અંશધારાનાર ડગ ! 20

* $f(x, y)$ মুঠে চাৰোটা বহুপদী সংখ্যাবোৰ।

ନିମ୍ନ ଏକାଧିକ ଡର୍ଜନିଂସି ନୟନମି ୫ ପ୍ରାୟାଗର ସାତ କୀର୍ତ୍ତନ ଗାନ

[illegible]

$\text{E}(\hat{\beta}) = \beta$, $\text{Var}(\hat{\beta}) = \sigma^2(X'X)^{-1}$. The variance-covariance matrix of $\hat{\beta}$ is given by:

$f(x, y) = x^4 + y^4 + 4xy$ এর ক্ষেত্রে 4

উদাহরণ ১.৭.৪) $U = 4 + 6uv$ এই বহুপদী সাংখ্যমানক যাত্রা 2

21 ଆଦିଂ ନିତ୍ତ ଏକାନ୍ତେ ଗୁଣେ ସ ଶାନ୍ତିନାମ ଗ୍ରନ୍ଥ ନିଧି

(i) $2x^2 + 4y^2 + 3x^2y^2$ (ii) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ (iii) $a^2 + b^2 + 2ab$ विभक्त करें।

12. **সিঁচুর বীজগণিতিক সংখ্যালার মাধ্যম কামগনি বহুপদী সখাম'ল নিখি এব' এই লুপন' সংখ্যগ্গলগনিব প্রত্যেকটির ক্ষত্রা নিখি**

$$1 - x^2 - x(4y - y) - 3(4y - y + 4y - y) - y^2 = 7 + 2 - 13$$

i) $x^2 + 1$ x একটি বহুপদী সংখ্যাবলী। কারণ এই বীজগাণিতিক সংখ্যাবলীতে x -এর সূচক সংখ্যা অংক। যেহেতু x এর সর্বোচ্চ সূচক ১। সুতরাং $x^2 + 1$ x এবং যাক্স ১।

(ii) $4y^2 + \sqrt{7}y + 3$ একটি বহুপদী সংখ্যামাত্র। কারণ এই বীজসামিকের সংখ্যামাত্র y এবং মূলক অক্ষর সংখ্যা যেহেতু y -এর সর্বোচ্চ মূলক $\boxed{\quad}$ মূলক $4y^2 + \sqrt{7}y + 3$ এর একত্র 3

১১) $\sqrt{y} + 4y$ বহুপদী সংখ্যামাত্রা নয়। কারণ এই বীজপাণিতিক সংখ্যামাত্রায় চল y -এর একটি পদেব সূচক ভগ্নাংশ $(\sqrt{y} = y^{1/2})$

(iv) 0 একটি শূন্য বহুপদী সংখ্যামালা যার মাত্রা [] [নিষ্কল লিখি]

(৭) ও (৮) নিম্নে করি

23. कश्चिं एकापि एककलनिंशिष्टे विभक्तौ न शब्दानां निंशे यात यात। 25

একটি একঘনবিশিষ্ট ত্রিঘনী সংখ্যাবাহী যার মান 25 সেটি হলো $2x^6 + 5x^{10} + 9$

24 આચં એકાદિ એકહરત્તશઃ દુકબદી મન્થાયાલા નિર્ગ યત ચત્ર ૪

5x⁴ একটি একচলদ্বিঘাতী একঘটি সংখ্যমান। যার মান 8

25 'આધિ એકાદિ એકાદલિ'નું શ્રીમદ્ભગવદ્ગીતામાં ક્યાં ક્યાં વર્ણવેલું છે ?

$2x + 3x$ একটি একঘটকবিশিষ্ট দ্বিপদী সংখ্যামালা দ্বারা 7

26 জাম্বা একটা একচলারিংশটি ত্রিঘাত বহুপলীস নাম্বালা এবং একটা ত্রিঘাত বহুপলীস নাম্বালা লিখি।

একটি একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত বহুপলীসংখ্যার জন্য হার্না $9y^2 + 7y + 8$

একটি একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর মূলদ্বয় α ও β হলে $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ ও $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ ।

27. कसिम $5x^2 - 2x + \frac{1}{5}x$ र एरि नदुनकी अ-धामिलत $x^2 + x + 5x^2$ दादन अइश लाय

$5x^4 - 2x^3 + \frac{1}{2}x + 3$ বহুপদীর সংখ্যামাত্র x -এর সহগ 5 , 2 x -এর সহগ $\frac{1}{2}$ এবং x^0 -এর সহগ 3



করে দেখি—৭১

১. নীচের কোন কোন ক্ষেত্রে বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি বহুপদী সংখ্যামালা লিখি যেগুলি বহুপদী সংখ্যামালা তাদের প্রত্যেকের মাত্রা লিখি

(i) $2x^4 - 4x^5 + 7x^6 + 3$ (ii) $x^2 - 2x + 4$ (iii) $y - \frac{3}{4}y - \sqrt{7}$ (iv) $\frac{1}{x} - x - 2$
 (v) $x^6 - 1$ (vi) $\sqrt[3]{1 + \frac{1}{27}}$ (vii) 15 (viii) 0
 (ix) $z + \frac{3}{z} + 2$ (x) $x^2 + 4$ (xi) $\frac{1}{\sqrt{2}}x^2 - \sqrt{2}x + 2$

২. নীচের বহুপদী সংখ্যামালার মধ্যে কোনটি একচলবিশিষ্ট একমাত্র সংখ্যামালা কোনটি একচলবিশিষ্ট দ্বিমাত্র সংখ্যামালা এবং কোনটি একচলবিশিষ্ট ত্রিমাত্র সংখ্যামালা লিখি

i. $2x + 17$ ii. $x - x^2 + x + 1$ iii. $3 + 2y^2 + 5xy$
 iv. $5 - x - x$ (v) $\sqrt{2} + 1 - 1$ (vi) $\sqrt{5}x$

৩. নীচের বহুপদী সংখ্যামালাগুলির নির্দেশ অনুযায়ী সহক লিখি

(i) $5x - 13x^2 + 2$ -এর x^3 -এর সহক (ii) $x^2 - x + 2$ -এর x -এর সহক
 (iii) $8x - 19$ -এর x -এর সহক (iv) $\sqrt{1} - 3\sqrt{1}x + x^2$ -এর x^2 -এর সহক

৪. আমি নীচের বহুপদী সংখ্যামালাগুলির প্রত্যেকটির মাত্রা লিখি

i. $x^4 + 2x + x - x$ ii. $7x - 5$ iii. $16 + 2 - y - y$ iv. $71 - 5 - x^4 - x^{19}$

৫. আমি দুটি আলাদা একচলবিশিষ্ট ত্রিপদী সংখ্যামালা লিখি যাদের মাত্রা ৭

৬. আমি দুটি আলাদা একচলবিশিষ্ট একপদী সংখ্যামালা লিখি যাদের মাত্রা ৭

৭. আমি দুটি আলাদা একচলবিশিষ্ট ত্রিপদী সংখ্যামালা লিখি যাদের মাত্রা ৩

৮. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির মধ্যে কোনগুলি একচলবিশিষ্ট বহুপদী সংখ্যামালা কোনগুলি দুইচলবিশিষ্ট বহুপদী সংখ্যামালা এবং কোনগুলি বহুপদী সংখ্যামালা নয় তা লিখি

(i) $x^4 + 3x + 2$ (ii) $x^4 + y + 8 + 1$ (iii) $y^4 - 4yx$ (iv) $x + y + 2$ (v) $x^6 + y^2 + x^3y^2$
 (vi) $x + \frac{5}{x}$

সাহানা ও মোহম ব্র্যাকবোর্ডে যে বহুপদী সংখ্যামালাগুলি লিখেছিল আমরা সব বসুরা সেগুলি খাতায় লিখে নিচ্ছি। আমরা এই বহুপদী সংখ্যামালাগুলি এক-একটি মনে মনে পড়ছি।

আমরা প্রত্যেক চালের এক একটি মান বলব এবং চালের ওই নির্দিষ্ট মান অনুযায়ী বহুপদী সংখ্যামালাগুলির মান নির্ণয়ের চেষ্টা করবো।

প্রথম চালের, $x = 2$

$p(x) = 5x + 3x - 8$

$x = 2$ বসিয়ে পাই $p(2) = 5(2) + 3 \times 2 - 8$
 $= 20 + 6 - 8 = 18$

আমরা প্রত্যেকেই $p(2) = 18$ পেলুম।

এবার ফিলোজ বলল $y = 1$



29. y এর জন্য $f(y) = y^3 - 2y + 5$ এর মান নির্ণয় করি।

$$f(y) = y^3 - 2y + 5$$

$$y = 1 \text{ বসিয়ে পাই, } f(1) = (1)^3 + 2(1) + 5 = 8$$

30. একটি x এর জন্য $g(x) = x^3 - 5x + 6$ এর মান নির্ণয় করি।

$$g(x) = x^3 - 5x + 6$$

$$g(-1) = (-1)^3 + 5(-1) + 6 = -1 - 5 + 6 = 0 \quad [\text{নিষ্কল লিখি}]$$

31. একটি x এর জন্য $h(x) = x^3 - 7x + 8$ এর মান নির্ণয় করি।

32. একটি x এর জন্য $p(x) = 5x^2 + 3x - 8$ এর মান নির্ণয় করি যখন $x = 1$ ।

$$p(1) = 5(1)^2 + 3(1) - 8 = 0$$

অর্থাৎ $p(1) = 0$ । অর্থাৎ $x = 1$ এর জন্য $p(x)$ এর মান 0। অর্থাৎ $x = 1$ একটি $p(x)$ বহুপদীর শূন্য বিন্দু।

যেহেতু $x = 1$ এর জন্য $p(x) = 5x^2 + 3x - 8$ এর মান 0।

সুতরাং $x = 1$ কে $p(x)$ বহুপদীর শূন্য বিন্দু বলা হয়।

একটি সংখ্যা c কে $f(x)$ বহুপদীর শূন্য বিন্দু বলা হবে যদি $f(c) = 0$ হয়।

33. $f(x) = 8 - x$ বহুপদীর শূন্য বিন্দু নির্ণয় করি।

$$f(1) = 8 - 1 = 7$$

$$f(2) = 8 - 2 = 6$$

$$f(8) = 8 - 8 = 0$$

$x = 8$ এর জন্য $f(x)$ এর মান 0 হবে।

অতএব 8 $f(x)$ বহুপদীর শূন্য বিন্দু।

34. $g(x) = 2x + 16$ বহুপদীর শূন্য বিন্দু নির্ণয় করি।

$$g(x) = 2x + 16 = 0 \quad \text{বা, } 2x = -16 \quad \text{বা, } x = -8$$

$$2x + 16 = 0$$

$$\text{বা, } 2x = -16$$

$$x = -8$$

সুতরাং $x = -8$ এর জন্য $g(x)$ এর মান 0 হবে।

অতএব -8 $g(x)$ বহুপদীর শূন্য বিন্দু।

সহ-উদাহরণ: $x = 1$ সম্বন্ধে $g(x)$ বহুপদীর শূন্য বিন্দু নির্ণয় করি। অর্থাৎ $x = 1$ কে $g(x)$ বহুপদীর শূন্য বিন্দু বলা হবে যদি $g(1) = 0$ হয়।

$g(x) = 0$ কে বহুপদীর শূন্য বিন্দু বলা হয় এবং $x = -8$ $g(x) = 0$ বহুপদীর শূন্য বিন্দু বলা হবে যদি $g(-8) = 0$ হয়।

অতএব -8 $g(x)$ বহুপদীর শূন্য বিন্দু।

অতএব -8 $g(x) = 0$ বহুপদীর শূন্য বিন্দু বলা হবে যদি $g(-8) = 0$ হয়।



৩৫ এদর ৪ এই ধ্রুবক বহুপদী সংখ্যার শূন্য কী হবে নয়

৪ এই ধ্রুবক বহুপদী সংখ্যার কোনো শূন্য নেই কারণ ৪ অর্থাৎ $4x^0$ তে x এর পরিবর্তে কোনো সংখ্যা বসিয়ে শূন্য পাব না।

শূন্য নয় এমন কোনো ধ্রুবক বহুপদী সংখ্যার শূন্য নেই।

কিন্তু শূন্য বহুপদী সংখ্যার শূন্য কী হবে?



জ্যেদক বাস্তব সংখ্যার শূন্য বহুপদী সংখ্যার শূন্য কারণ $0 \cdot x^n = 0$ এর পরিবর্তে যেকোনো বাস্তব সংখ্যা বসালে $0 \cdot x^n$ এর মান শূন্য হবে যেমন $0 \cdot 0^5 = 0$, $0 \cdot 2^5 = 0$ $0 \cdot \frac{4}{5} = 0$ ইত্যাদি কিন্তু $0 \cdot x^0$ এর ক্ষেত্রে $x \neq 0$ বসালে হবে কারণ 0^0 অসংজ্ঞাত

৩৬ নীচের ছকটি দেখি ও কোনটি বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য হবে হিসাব করে লিখি

বহুপদী সংখ্যামালার	বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য
$x - 5$	5, 0, 2
$0 - 5x$	7, 0, 2
$2y + 2$	0, 1, 1, 2
$5z$	5, 2, 0, 2



$x - 5$ এর কোন মানের জন্য $x - 5 = 0$ হবে দেখি

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5$$

5, $x = 5$ বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য

$0 - 5x$, $2y + 2$ ও $5z$ বহুপদী x সংখ্যামালার শূন্য হিসাব করে লিখি

দেখছি, উপরের সব বৈধিক বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য একটি মাত্র সংখ্যা

৩৭ আর্ম $f(x) = ax + b$ $a \neq 0$ বৈধিক বহুপদী x সংখ্যামালার শূন্য কী হবে হিসাব করে

$$f(x) = ax + b = 0$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

দেখছি $x = -\frac{b}{a}$, $f(x)$ বৈধিক বহুপদী সংখ্যামালার একমাত্র শূন্য

পেলাম একটি বৈধিক বহুপদী সংখ্যামালার কেবলমাত্র একটিই শূন্য থাকবে

৩৮ একটি দ্বিঘাত বহুপদী সংখ্যামালার $q(x) = x^2 - 4$ এর শূন্য কী হবে হিসাব করে লিখি

$$q(x) = x^2 - 4 \text{ এর } x = 2 \text{ বসিয়ে পাই, } q(2) = 2^2 - 4 = 0$$

$$q(x) = x^2 - 4 \text{ এর } x = -2 \text{ বসিয়ে পাই, } q(-2) = (-2)^2 - 4 = 0$$

2 ও -2 দুটিই $q(x) = x^2 - 4$ বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য

কী কী পেলাম লিখি

(i) একটি বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য, সর্বদা শূন্য বা 0 হতে পারে

(ii) 0 একটি বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য হতেও পারে।

(iii) প্রতিটি বৈধিক বহুপদী সংখ্যামালার একটি এবং কেবলমাত্র একটি শূন্য থাকবে

(iv) একটি বহুপদী x সংখ্যামালার একাধিক শূন্য থাকতে পারে।



করে দেখি-৭.৩

১. যদি $f(x) = x^2 + 3x - 4$ হলে $f(2)$ ও $f(-1)$ এর মান হিসাব করে লিখ।

২. নিচের বহুপদী সংখ্যামাল $f(x)$ এর $f(1)$ ও $f(-1)$ এর মান হিসাব করে লিখ।

(i) $f(x) = 2x^2 - x + x^2 - 4$ (ii) $f(x) = 3x^2 - 5x + x + 8$

(iii) $f(x) = 4 + 7x - x + 5x^2$ (iv) $f(x) = 6 - 10x - 7x^2$

৩. নিচের বিবৃতিগুলি যাচাই করি।

(i) $P(x) = x - 1$ বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য 1

(ii) $P(x) = 3 - x$ বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য 3

(iii) $P(x) = 5x - 1$ বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য $\frac{1}{5}$

(iv) $P(x) = x^2 - 9$ বহুপদী সংখ্যামালার শূন্যদ্বয় 3 ও -3

(v) $P(x) = x^2 - 4x$ বহুপদী সংখ্যামালার শূন্যদ্বয় 0 এবং 5

(vi) $P(x) = x^2 - 2x - 8$ বহুপদী সংখ্যামালার শূন্যদ্বয় 4 এবং -2

৪. নিচের বহুপদী সংখ্যামালগুলির শূন্য নির্ণয় করি।

(i) $f(x) = 2 - x$

(ii) $f(x) = 7x + 2$

(iii) $f(x) = x + 9$

(iv) $f(x) = 6 - 2x$

(v) $f(x) = 2x$

(vi) $f(x) = ax + b, (a \neq 0)$

৩৯. ১৭ টি ২০ টা, ১২০ টা ১০ টা এবং ১০০ টা ৫ টা সেরা সেরা
সাপ্পাতে গুঁড়ি গুঁড়ি আমদানি বেশ কিছু টাকা সংগ্রহ কাসছি।

৩৯. কত আমদানি করে ১১ টি এবং ১০ টি আমদানি পাই
আমরা ২৪ জনের মধ্যে গুঁড়ি ১১ টাকা সমান ভাগ ভাগ
করে দোহা হিসাব করে দেখি প্রত্যেককে কত টাকা লেবা



$$\begin{array}{r} 2 \\ 24 \overline{) 55} \\ \underline{48} \\ 7 \end{array}$$

দেখছি প্রত্যেককে ২ টাকা দেওয়ার পর আরও ৭ টাকা পাড়ে রইল।

২. পেলাম $55 = 24 \times 2 + 7$ এবং $7 < 24$

ভাগ্য-ভাগ্যক-ভাগ্যক-ভাগ্যক-ভাগ্যক এবং ০-৬ ভাগ্যক-৬ ভাগ্যক

একটি, ভাগ্যক-ভাগ্যক-ভাগ্যক-ভাগ্যক-ভাগ্যক এবং ভাগ্যক-ভাগ্যক-ভাগ্যক-ভাগ্যক-ভাগ্যক

কিন্তু যদি আমদানি করে ৭ টি টাকা টাকা পাড় লকত তবে আমরা ২৪ জনকে টাকাটি
সমান ভাগ ভাগ করে দিতাম কিনা হিসাব করে দেখি

$$\begin{array}{r} 3 \\ 24 \overline{) 72} \\ \underline{72} \\ 0 \end{array}$$

এখানে ভাগশেষ 0

৭২ = ২৪ × ৩ + ০

দেখছি, ২৪, ৭২ এর উৎপাদক এবং

৭২, ২৪ এর গুণিতক



৪০. আমরা যদি $3x^3 + 2x^2 + x$ এই বীজক x ভাগ করি, সমান ভাগে ভাগ করে নেওয়া এখানে প্রকৃত কত টাকার পাতলা হিসাব করে দেখি।

কুথোজি, প্রত্যেক $(3x^3 + 2x^2 + x)$ টাকার পাঁচ
এখানে ভাগ্য = $3x^3 + 2x^2 + x$ ভাজক = x ভাগফল = $3x^2 + 2x +$
এবং ভাগশেষ = ০

$$3x^3 + 2x^2 + x = (3x^2 + 2x + 1) \times x + 0$$

ভাজককে ভাগফল দিয়ে গুণ করে ভাগশেষ যোগ করলে

এবং ভাগশেষ ০ (শূন্য) অথবা ভাগশেষের মাত্রা < ভাজকের মাত্রা।

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 2x + \\ x \overline{) 3x^3 + 2x^2 + x} \\ \underline{3x^3} \\ 2x^2 \\ \underline{2x^2} \\ x \\ \underline{x} \\ 0 \end{array}$$

আবার দেখছি, $(3x^3 + 2x^2 + x)$ -এর প্রতিটি পদে x আছে
এই লিখতে পারি $3x^3 + 2x^2 + x = x(3x^2 + 2x + 1)$ যেখানে x ও $3x^2 + 2x + 1$ দুটিই বহুপদী সংখ্যাখানা
কমতে পারি $x \cdot (3x^2 + 2x + 1) = 3x^3 + 2x^2 + x$ একটি উৎপাদক এবং $3x^3 + 2x^2 + x$ এর গুণিতক

আবার একইভাবে $3x^3 + 2x^2 + x = (3x^2 + 2x + 1) \times x + 0$ অর্থাৎ একটি উৎপাদক

এবং $(3x^3 + 2x^2 + x)$, $(3x^2 + 2x + 1)$ এর গুণিতক

$$\text{যদি, } f(x) = 3x^3 + 2x^2 + x \text{ এবং } g(x) = x$$

$$f(x) = g(x) \times q(x) + r(x) \text{ যেখানে } r(x) = 0$$

এবার $f(0)$ এর মান কী পাই দেখি

$$f(0) = 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 0 = 0$$

এখন $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + x$ কে $g(x) = x$ দিয়ে ভাগ করে ভাগফল $3x^2 + 2x + 1$ পেলাম

$$\text{যদি } q(x) = 3x^2 + 2x$$

$$\text{অর্থাৎ } f(x) = g(x) \times q(x) + f(0)$$



৪১. যদি আমরা $3x^3 + 2x^2 + 1$ কে x দ্বারা ভাগ করতাম, বহুপদী কী পতম পাই?

$$\text{পেলাম } 3x^3 + 2x^2 + 1 = x(3x^2 + 2x) + 1$$

$$\text{যদি } f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 1 \text{ এবং } g(x) = x$$

$$\text{এখানে, } f(0) = 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 1 = 1$$

এখানে $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 1$ কে $g(x) = x$ দিয়ে ভাগ করে ভাগফল

$$3x^2 + 2x \text{ পেলাম যেখানে } q(x) = 3x + 2x$$

$$\text{অর্থাৎ } f(x) = g(x) \times q(x) + f(0)$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 2x \\ x \overline{) 3x^3 + 2x^2 + 1} \\ \underline{3x^3} \\ 2x^2 \\ \underline{2x^2} \\ 1 \end{array}$$

৪২. আমি যদি $x = 3x + 5x$ বোলে $x = x$ হলে বহুপদী সংখ্যাখানা নিচ ভাগ করে
তাহলে কী পাই দেখি

$$\begin{array}{r} 3x + 8 \\ x - 1 \overline{) 3x^2 + 5x + 1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 5x + 1 \\ \underline{3x^2 + 3x} \\ 8x + 1 \\ \underline{8x + 8} \\ -7 \end{array}$$

$$\text{এখানে, ভাগ্য} = 3x^2 + 5x + 1, \text{ ভাজক} = x - 1,$$

$$\text{ভাগফল} = 3x + 8 \text{ এবং ভাগশেষ} = 9$$

$$\text{আবার, } 3x^2 + 5x + 1 = (x - 1)(3x + 8) + 9$$

[নিজে হিসাব করে যাচাই করি]

$$\text{ভাজ্য} = \text{ভাজক} \times \text{ভাগফল} + \text{ভাগশেষ}$$



অর্থাৎ যদি $f(x)$ এবং $g(x)$ দুটি বহুপদী সংখ্যামাল হয় এবং $g(x) \neq 0$ হয় তবে দুটি অনন্য (unique) বহুপদী $q(x)$ এবং $r(x)$ পাওয়া যাতে $f(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$ হয় অর্থাৎ $r(x) = 0$ অথবা $r(x)$ -এর মাত্রা $< g(x)$ -এর মাত্রা।

দেখি, $f(x) = 3x^2 + 5x + 1$ $g(x) = x - 1$ এবং

$g(x)$ রৈখিক বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য।

$$\text{এবং } f(-1) = 3(-1)^2 + 5(-1) + 1 = 9$$

$f(x) = 3x^2 + 5x$ বহুপদী সংখ্যামালকে $g(x) = x - 1$ রৈখিক বহুপদী সংখ্যামাল দিয়ে ভাগ করার ক্ষেত্রে একটি বহুপদী সংখ্যামাল $q(x) = 3x + 8$ পেলাম যাতে

$$f(x) = g(x) \times q(x) + f_1(x) \text{ হয় এবং } f_1(x) \text{-এর মাত্রা } < g(x) \text{-এর মাত্রা}$$

অর্থাৎ একেত্রেও সহজে ভাগশেষ $= f_1(x)$ পেলাম।

43. $1x^2 - 2x$ কে $x - 1$ দিয়ে ভাগ করে দ্বি-ভাগশেষ 7 অর্থাৎ 7 হচ্ছে কিন? [নিজে করি]

44. যদি $f(x) = x^2 + x - 2x$ কে $g(x) = x - 1$ দিয়ে ভাগ করে দেখি

$$\begin{aligned} \text{ভাগশেষ} = f_1(x) &= x^2 + x - 2x \\ &= x^2 - x + 2x - 1 \\ &= x^2 - x + 2x - 1 \end{aligned} \quad \text{[নিজে করি]}$$



আমরা উপরবর্তী উদাহরণ থেকে দেখছি কোনো বহুপদী সংখ্যামাল $f(x)$ কে কোনো রৈখিক বহুপদী সংখ্যামাল $g(x)$ দিয়ে ভাগ করার ক্ষেত্রে ভাগ না করেই খুব সহজেই ভাগশেষ নির্ণয় করাও পাচ্ছি।



ভাগশেষ নির্ণয় করার এই সহজ পদ্ধতি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি

ভাগশেষ উপপাদ্য (Remainder Theorem):

$f(x)$ একটি বহুপদী সংখ্যামাল যার মাত্রা $n, n \geq 1$ এবং $g(x)$ যেকোনো একটি রৈখিক সংখ্যামাল $f(x)$ কে $g(x)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $R(a)$ ।

প্রমাণ যদি $f(x)$ একটি বহুপদী সংখ্যামাল।

$f(x)$ কে $(x - a)$ দিয়ে ভাগ করলে অনন্য (unique) ভাগফল $q(x)$ এবং অনন্য (unique) ভাগশেষ $r(x)$ পাঠি

$$\text{এবং } f(x) = (x - a)q(x) + r(x), \quad (1) \text{ এবং } r(x) = 0 \text{ অথবা } r(x) \text{ এর মাত্রা } < x - a, \text{ এর মাত্রা}$$

$(x - a)$ -এর মাত্রা 1 এবং $r(x)$ -এর মাত্রা $x - a$ -র মাত্রার কম

$$r(x) \text{ এর মাত্রা } = 0 \text{ অথবা } r(x) = 0$$

$r(x)$ একটি ধ্রুবক সংখ্যা

$$\text{যদি } r(x) = R$$

$$(1) \text{ নাথেকে পেলাম } f(x) = (x - a)q(x) + R \text{ (এটি একটি অভেদ)}$$

$$x = a \text{ বসিয়ে পাঠি } f(a) = a - a q(a) + R = R, \quad f(a) = R \text{ প্রমাণিত।}$$



- ৪৫ $f(x) = x^2 - 2x + 6$ বহুপদী সংখ্যামালকে $x = 2$ দিয়ে ভাগ করলে কী ভাগশেষ পাবে ভাগশেষ নির্ণয় প্রয়োগ করে সহজে হিসাব করে লিখ।

প্রথমে $(x-2)$ রৈখিক বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য খুঁজি

$$x - 2 = 0 \text{ সুতরাং } x = 2$$

ভাগশেষ উপপাদ্য থেকে জানি, $f(x) = x^2 - 2x + 6$ কে $x = 2$ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $f(2)$

$$\text{নির্ণেয় ভাগশেষ} = f(2)$$

$$= (2)^2 - 2 \cdot 2 + 6 = 2 - 2 + 6 = 6$$

- ৪৬ $2x^3 + x^2 + 5$ বহুপদী সংখ্যামালকে $2x + 1$ দিয়ে ভাগ করলে কী ভাগশেষ পাবে লিখ

$$2x + 1 = 0 \text{ সুতরাং } x = -\frac{1}{2}$$

$2x + 1$ রৈখিক বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য হলো $-\frac{1}{2}$

$$\text{যদি } f(x) = 2x^3 + x^2 + 5$$

$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় ভাগশেষ} &= f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 5 \\ &= -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 5 = -\frac{1}{4} + 5 = 4\frac{3}{4} \end{aligned}$$

- ৪৭ $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 4$ কে $x = 1$ দিয়ে ভাগ করলে কী ভাগশেষ পাবে লিখ [নিজে করি]

- ৪৮ $f(x) = 4x^3 + 9x^2 + 5$ কে $2x + 1$ দিয়ে ভাগ করলে কী ভাগশেষ পাবে লিখ [নিজে করি]

- ৪৯ $f(x) = x^3 + 8x^2 + 3$ বহুপদী সংখ্যামালকে $2x + 3$ এর গুণিতক কিসে হিসাব করে লিখ

$$2x + 3 = 0$$

$$\text{বা } 2x = -3 \quad x = -\frac{3}{2}$$

$(2x + 3)$ রৈখিক বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য $-\frac{3}{2}$

$$\text{যদি } f(x) = x^3 + 8x^2 + 3$$

$$2x + 3 \text{ এর গুণিতক } f(x) \text{ হবে যদি } f\left(-\frac{3}{2}\right) = 0 \text{ হয়}$$

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 + 8 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 3 = -\frac{27}{8} + 18 + 3 = 18\frac{3}{8}$$

$$f(x), (2x + 3) \text{ এর গুণিতক}$$

- ৫০ হিসাব করে দেখি $x = 2$ $f(x) = x^3 + x^2 + 6$ এর উৎপাদক কিনা

$(x-2)$ রৈখিক বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য 2

$$f(x) = x^3 + x^2 + 6$$

$$\text{সুতরাং } f(2) = \quad \quad \quad \text{[নিজে করি]}$$

$$f(2) = \quad$$

$(x-2), f(x)$ এর একটি উৎপাদক

- ৫১ যদি $ax^2 + 3x + 5$ এবং $x^2 + 2x + 8$ বহুপদী সংখ্যামালদ্বয়কে $x^2 + 3$ দ্বারা ভাগ করলে একই ভাগশেষ থাকে, তবে a -এর মান হিসাব করে লিখ

$$\text{যদি } f(x) = ax^2 + 3x + 5 \text{ এবং } g(x) = x^2 + 2x + 8$$

$$f(x) \text{ কে } (x+3) \text{ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ পাই } f(-3) = 9a + 9 + 5 = 9a + 14$$

$$g(x) \text{ কে } (x+3) \text{ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ পাই } g(-3) = 9 - 6 + 8 = 11$$

$$\text{যেহেতু } f(-3) = g(-3)$$

$$\text{সুতরাং } 9a + 14 = 11 + a$$

$$\text{অর্থাৎ } 8a = -3$$

$$a = -\frac{3}{8}$$

52. যদি $ax^2 + 3x - 5$ এবং $2x^2 - x + 3$ বহুপদী সংখ্যামালাকে $x - 2$ দ্বারা ভাগ করলে একই ভাগশেষ থাকে তবে a -এর মান হিসাব করে লিখি [নিজে করি]

করে দেখি-৭৫৬--

- ভাগশেষ উপপাদ্য প্রয়োগ করে $x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ কে $(x - 2)$ দ্বারা $x^2 + 2x + 1$ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিফলিত কত ভাগশেষ পাবে হিসাব করে লিখি
- ভাগশেষ উপপাদ্য প্রয়োগ করে $x^3 - 3x^2 + 4x - 5$ দ্বারা নিচের বহুপদী সংখ্যামালাকে ভাগ করলে কী কী ভাগশেষ পাবে হিসাব করে লিখি
 - $x^3 - 6x^2 + 13x + 60$
 - $x^3 - 3x^2 + 4x - 50$
 - $4x^3 + 4x^2 - x + 1$
 - $11x^3 - 12x^2 - x + 7$
- ভাগশেষ উপপাদ্য প্রয়োগ করে ভাগশেষ লিখি যখন
 - $(x - 3)$ দ্বারা $x^3 - 6x^2 + 9x - 8$ বহুপদী সংখ্যামালাকে ভাগ করা হয়।
 - $(x - 2)$ দ্বারা $x^3 - 2x^2 + 2x - 2$ বহুপদী সংখ্যামালাকে ভাগ করা হয়।
- ভাগশেষ উপপাদ্য প্রয়োগ করে $p(x) = 4x^3 + 4x^2 - x + 1$ বহুপদী সংখ্যামালা $2x + 1$ -এর গুণিতক কিনা হিসাব করি
- $x - 4$ দ্বারা $ax^3 - 3x^2 - 3$ এবং $2x^3 - 9x - 2$ বহুপদী সংখ্যামালাকে ভাগ করলে যদি একই ভাগশেষ থাকে তবে a -এর মান কী হতে হিসাব করে লিখি
- $x^3 - 2x^2 - px + 7$ এবং $x^3 + px^2 - 2x + 6$ এই দুটি বহুপদী সংখ্যামালাকে যথাক্রমে $(x + 1)$ ও $(x - 2)$ দ্বারা ভাগ করলে যদি R_1 ও R_2 ভাগশেষ পাওয়া যায় এবং যদি $2R_1 + R_2 = 6$ হয়, তবে p এর মান কত হিসাব করি
- $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + b$ বহুপদী সংখ্যামালাকে $(x - 1)$ এবং $(x + 1)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ যথাক্রমে 9 এবং 19 হয়। এই বহুপদী সংখ্যামালাকে $(x + 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হলে হিসাব করি
- যদি $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x}$ হয়, তাহলে দেখি যে $f(a) + f(b) = f(a + b)$
- $f(x) = ax + b$ এবং $f(0) = 3$, $f(2) = 5$ হলে, a ও b এর মান নির্ণয় করি
- $f(x) = ax + bx + c$ এবং $f(0) = 2$, $f(1) = 1$ ও $f(4) = 6$ হলে, a , b ও c এর মান নির্ণয় করি।

11. বহু নিকটীয় প্রশ্ন (M.C.Q.)

- নিচের কোনটি একচলবিশিষ্ট বহুপদী সংখ্যামালা?
 - $x + \frac{2}{x} - 3$
 - $3\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + 5$
 - $\sqrt[3]{x} - \sqrt{x} + 6$
 - $x^{10} + y^5 + 8$
- নিচের কোনটি বহুপদী সংখ্যামালা?
 - $x + 1$
 - $\frac{x}{x+1}$
 - $x + \frac{2}{x^2} + 9$
 - $x^2 + \frac{2x^3}{\sqrt{x^2}} + 6$
- নিচের কোনটি বৈধ বহুপদী সংখ্যামালা?
 - $x + x^2$
 - $x + 1$
 - $5x^2 - x + 3$
 - $x + \frac{1}{x}$
- নিচের কোনটি দ্বিঘাত বহুপদী সংখ্যামালা?
 - $x^2 + 4$
 - $x + x$
 - $x + 2x + 6$
 - $x + 5x + 6$
- $\sqrt{3}$ বহুপদী সংখ্যামালার মাত্রা
 - $\frac{1}{2}$
 - 2
 - 1
 - 0



১২. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

- (i) $p(x) = 2x - 3$ বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য কতটি লিখি
(ii) $p(x) = x + 4$ হলে $p(x) + p(-x)$ এর মান কত লিখি
(iii) $x^3 + 4x^2 + 4x - 3$ বহুপদী সংখ্যামালাকে x দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে লিখি
(iv) $(3x^3 - 11x^2 + 8x^3 + 3x^3 + \dots + 2x + 20)$ হলে $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ এর মান কত লিখি (যেখানে a_1, a_2, \dots, a_n ধ্রুবক)

১৩. বৃক্ষাংশের অনুষ্ঠানের পর যদি ৭৬ টকা পড়ে থাকত এবং অথবা ২৪ জনকে সেই টকা সমান ভাগে ভাগ করে দিতাম তাহলে প্রত্যেককে কত করে দিতাম দেখি

$$৭৬ \text{ টকা} - 24 = ৫২ \text{ টকা}$$

আবার $৭৬ = 24 \times 4 + ৪, 0 < ৪ < 24$ এবং এখানে ভাগশেষ ৪, ২৪, ৭৬-এর উৎপাদক।

২৪, ৭৬-এর উৎপাদক হল ৭৬ কে ২৪ দিয়ে ভাগ করায় রময় ভাগশেষ শূন্য হবে

১৪. $3x + 1$ ও $6x^2 + 17x + 5$ টকা ২৫ জনের মাধ্যমে সমান ভাগে ভাগ করে 'বলাব পল কত টকা' অংশটি থাকলে দেখি



$$\begin{array}{r} 3x + 1 \overline{) 6x^2 + 17x + 5} \\ \underline{6x + 2x} \\ 15x + 5 \\ \underline{15x + 5} \\ 0 \end{array}$$

ভাগশেষ = ০

$$(3x + 1), (6x^2 + 17x + 5)$$

-এর একটি উৎপাদক

অন্যভাবে বলতে পারি $3x + 1$ বৈধিক বহুপদী সংখ্যামালটি $6x^2 + 17x + 5$ বহুপদী সংখ্যামালার একটি উৎপাদক হ'ল। অপর একটি বহুপদী সংখ্যামাল $(2x + 5)$ পাওয়া যাতে $6x^2 + 17x + 5 = (3x + 1)(2x + 5)$ হবে।

পেলায় বহুপদী সংখ্যামাল $f(x)$ এর একটি উৎপাদক $(x - a)$ হবে যদি $f(a) = 0$ হয় এবং $f(a) = 0$ হলে $x - a, f(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে

উপাত্ত উদ্ভাৱণ থেকে পাওয়া কোনো বহুপদী সংখ্যামালার সাংগ কোনো বৈধিক বহুপদী সংখ্যামালার উৎপাদক হওয়ার শর্ত লিখি ও যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি

গুণনীয়ক-উৎপাদক (Factor Theorem):

যদি $f(x)$ কোনো একটি বহুপদী সংখ্যামালার মাত্র $a, n \geq 1$ এবং a কোনো একটি লব্ধ সংখ্য হয় তাহলে

(i) $(x - a), f(x)$ -এর একটি উৎপাদক হবে যদি $f(a) = 0$ হয়

এবং $f(a) = 0$ হলে যদি $x - a, f(x)$ এর একটি উৎপাদক হয়

প্রমাণ ভাগশেষ উপপাদ্য থেকে বলতে পারি, একটি বহুপদী সংখ্যামাল $f(x)$ কে $x - a$ দিয়ে ভাগ করলে একটি বহুপদী সংখ্যামাল $q(x)$ পাওয়া যাতে $f(x) = (x - a)q(x) + r$ হয়

(ii) যদি $f(a) = 0$ হয় তবে $f(x) = (x - a)q(x)$ পাওয়া

$(x - a), f(x)$ -এর একটি উৎপাদক।

এবং আবার যদি $x - a, f(x)$ -এর একটি উৎপাদক হয় তাহলে একটি বহুপদী সংখ্যামাল $g(x)$ পাওয়া যাতে $f(x) = (x - a)g(x)$ হবে

$x = a$ বসিয়ে পাওয়া $f(a) = (a - a)g(a) = 0$ । প্রমাণিত



55. আমি দু'তলীয় উৎপাদক বোঝাব কব $x^2 + 4x^2 + 4x + 9x + 6x + 2$ এর একটি উৎপাদক।
কিনা পটীকাকার প্রথম $x = 2$ বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য ভুক্ত হব দেখি

$$x^2 + 4x^2 + 4x + 9x + 6x + 2$$

ধরি, $f(x) = 4x^2 + 4x + 19x^2 + 16x + 2$

$$\begin{aligned} x = 2 \text{ বসিয়ে পাই } f(2) &= 4(2)^2 + 4(2) + 19 \times (2)^2 + 16 \times 2 + 2 \\ &= 4 \times 6 + 4 \times 8 + 19 \times 4 + 32 + 2 \\ &= 64 + 32 + 76 + 32 + 2 = 108 + 108 = 0 \end{aligned}$$

$x = 2$, $(4x^2 + 4x + 19x^2 + 16x + 2)$ এর একটি উৎপাদক



56. k এর মান কত হলে $x^2 + 4x + kx + 4$ এর একটি উৎপাদক হলে হিসাব করে লিখি

$$\text{ধরি, } f(x) = 15x^2 + kx + 14$$

$(3x + 2)$ বৈধিক বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য $\frac{2}{3}$

$(3x + 2)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = 0$$

$$15 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 + k \times \frac{2}{3} + 14 = 0$$

$$\text{বা, } 15 \times \frac{4}{9} + \frac{2k}{3} + 14 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{2k}{3} = -4 - \frac{20}{3} = -\frac{42}{3} = -14$$

$$\text{বা, } \frac{2k}{3} = -14 \quad k = -21$$

$k = -21$ হলে, $3x^2 + 2x + 5x^2 + kx + 4$ এর একটি উৎপাদক হবে

$$\begin{aligned} 3x + 2 &= 0, \\ x &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$



57. k এর মান কত হলে $4x^2 + kx + 4$ এর একটি উৎপাদক $x + 1$ হলে হিসাব করে লিখি। নিজে কবি

58. n যে-কোনো যুগ্ম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে, দেখাই যে, $x^n + y^n$ বহুপদী সংখ্যামালটির একটি উৎপাদক $x + y$

ধরি $x^n + y^n$ কে $x + y$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল Q এবং x বর্জিত ভাগশেষ R

ভাজ্য = ভাজক \times ভাগফল + ভাগশেষ

$$x^n + y^n = (x + y) \times Q + R \quad [\text{এটি একটি অভেদ}]$$

যেহেতু R ভাগশেষটি x বর্জিত সুতরাং x এর মান যাই হোক না কেন ভাগে R এর মান পরিবর্তিত হবে না তাই উপরের অভেদে x এর জায়গায় $-y$ লিখে পাই

$$y^n + y^n = (-y + y) \times Q + R$$

$$y^n + y^n = 0 \times Q + R \quad (n \text{ যুগ্ম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা})$$

$$R = 0$$

সুতরাং, $x^n + y^n$ বহুপদী সংখ্যামালটির একটি উৎপাদক $(x + y)$ যখন n যে-কোনো যুগ্ম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা



করে দেখি-৩.৬

- নীচের বহুপদী সংখ্যামালাগুলির মধ্যে কোনগুলির একটি উৎপাদক $x + 1$ হিসাব করে লিখি।
 (i) $2x^3 - 3x^2 + 1$ (ii) $x^4 + x^3 - x^2 - 4x - 5$ (iii) $7x^3 - x^2 - 7x - 1$
 (iv) $3 + 3x - 5x^3 - 5x^4$ (v) $x^4 + x^2 + x + 1$ (vi) $x^3 - x^2 + x + 1$
- গুণনীয়ক উপপাদ্য ব্যবহার করে নীচের বহুপদী সংখ্যামালাগুলি $f(x)$ এর একটি উৎপাদক $g(x)$ কিনা লিখি।
 (i) $f(x) = x^4 - x - 12$ এবং $g(x) = x + 2$
 (ii) $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 11x - 30$ এবং $g(x) = x + 5$
 (iii) $f(x) = 2x^3 + 7x^2 - 24x - 45$ এবং $g(x) = x - 3$
 (iv) $f(x) = 3x^3 + x^2 - 20x + 12$ এবং $g(x) = 3x - 2$
- k এর মান কত হলে $x + 1$ দ্বারা $2x^4 + 3x^3 + 2kx^2 - 3x - 6$ বহুপদী সংখ্যামালাটি বিভাজ্য হবে হিসাব করে লিখি।
- k এর মান কত হলে নীচের বহুপদী সংখ্যামালাগুলি $f(x)$ এর একটি উৎপাদক $g(x)$ হবে হিসাব করি।
 (i) $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + k$ এবং $g(x) = x - 1$
 (ii) $f(x) = kx^4 - 3x + k$ এবং $g(x) = x - 1$
 (iii) $f(x) = 2x^3 - x^2 - kx^2 - x - 6$ এবং $g(x) = 2x - 3$
 (iv) $f(x) = 2x^3 + kx^2 + 11x + k + 3$ এবং $g(x) = 2x - 1$
- $ax^4 + 2x^3 - 3x^2 + bx - 4$ বহুপদী সংখ্যামালার উৎপাদক $x^2 - 4$ হলে a ও b এর মান কত হবে হিসাব করে লিখি।
- $x^3 + 3x^2 + 2ax + 3$ বহুপদী সংখ্যামালার দুটি উৎপাদক $x + 1$ এবং $x + 2$ হলে a ও b এর মান কত হবে হিসাব করে লিখি।
- $ax^3 + bx^2 + x - 6$ বহুপদী সংখ্যামালাকে $(x - 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 4 হয় এবং এই বহুপদী সংখ্যামালার একটি উৎপাদক $x + 2$ হলে a ও b এর মান কত হবে হিসাব করি।
- n যে কোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যুগ্ম বা অযুগ্ম হলে দেখি যে $x^n - y^n$ বহুপদী সংখ্যামালাটির একটি উৎপাদক $x - y$ ।
- n যে কোনো অযুগ্ম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে দেখি যে $x^n + y^n$ বহুপদী সংখ্যামালাটির একটি উৎপাদক $x + y$ ।
- n যে কোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা (যুগ্ম বা অযুগ্ম) হলে দেখি যে $x^n + y^n$ বহুপদী সংখ্যামালাটির একটি উৎপাদক কখনই $x - y$ হবে না।
- বহু বিকল্পীঃ প্রশ্ন (M, C, Q.)
 () $x^4 + 6x^3 + 4x + k$ বহুপদী সংখ্যামালাটি $x + 2$ দ্বারা বিভাজ্য হলে k এর মান
 (a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 10
 () $f(x)$ বহুপদী সংখ্যামালার $f(\frac{1}{2}) = 0$ হলে $f(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে
 (a) $2x - 1$ (b) $2x + 1$ (c) $x - 1$ (d) $x + 1$



iii) $f(x)$ বহুপদী সংখ্যামাত্রা $(x-1)$ একটি উৎপাদক কিন্তু $g(x)$ বহুপদী সংখ্যামাত্রা $(x-1)$ নয় সূত্রসি $(x-1)$ একটি উৎপাদক হবে

(a) $f(x)g(x)$ (b) $f(x) - g(x)$ (c) $f(x) + g(x)$ (d) $f(x) + g(x) - g(x)$

iv) $x^n + 1$ বহুপদী সংখ্যামাত্রা $(x+1)$ একটি উৎপাদক হবে যখন

(a) n একটি অযুগ্ম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা (b) n একটি যুগ্ম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা
(c) n একটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা (d) n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা

v) $am^4 + bn^3 + cn^2 + dm + e$ বহুপদী সংখ্যামাত্রা m উৎপাদক হবে

(a) $a + c + e = b + d$ (b) $a + b - e = c + d$ (c) $a - b + c = d + e$ (d) $b + c + d = a + e$

12. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

(i) $x^3 + ax^2 - 2x + a - 2$ বহুপদী সংখ্যামাত্রা $x + a$ একটি উৎপাদক হলে, a -এর মান কত হিসাব করে লিখি

ii) $kx^3 - kx^2 - 3kx - k$ বহুপদী সংখ্যামাত্রা $x - 3$ একটি উৎপাদক হলে, k এর মান কত হিসাব করে লিখি

iii) $f(x) = 2x + 5$ হলে, $f(x) + f(-x)$ এর মান কত হবে লিখি

iv) $px^2 + 5x + r$ বহুপদী সংখ্যামাত্রা $(x-2)$ এবং $(x + \frac{1}{2})$ উভয়েই উৎপাদক হলে, p ও r এর যথেষ্ট সম্পর্ক হিসাব করে লিখি

(v) $f(x) = 2x - 3$ হৈত্বিক বহুপদী সংখ্যামাত্রা শূন্য কত হবে লিখি

8

উৎপাদকে বিশ্লেষণ (FACTORISATION)



একটি বস্তুকে উৎপাদক বিশ্লেষণ করা হলো।
উদাহরণ: একটি কবিতা: $x^2 + 9x = x(x+9)$
এই কবিতাটি উৎপাদক বিশ্লেষণ করে দেখানো হলো।
উদাহরণ: $x^2 + 9x = x(x+9)$



যিহন লিখল লিখল 26



আমরা বললাম $26 = 2 \times 13$

1

সমস্যা লিখল লিখল $x^2 + 9x$ এটি একটি বিন্যাস বহুপদী সংখ্যায় $x^2 + 9x$ কে উৎপাদক বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।
 $x^2 + 9x = x \cdot x + 9x$

2

আমি লিখল $x^2 + 9x + 4$ এটি একটি বিন্যাস বহুপদী সংখ্যায় $x^2 + 9x + 4$ কে উৎপাদক বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।
 $x^2 + 9x + 4 = x^2 + 4x + 5x + 4$
 $= x(x+4) + 1(x+4) = (x+4)(x+1)$

3

সমস্যা লিখল $x^2 + 3x + 4$ এটি একটি বিন্যাস বহুপদী সংখ্যায়। এই বহুপদী সংখ্যায় উৎপাদক বিশ্লেষণ করব।

ধরি $f(x) = x^2 + 3x + 4$

প্রথমে $f(x)$ -এর একটি উৎপাদক খুঁজি

$f(x)$ -এ $x = +1, +2, +3$, বসিয়ে দেখি x এর কোন মানের $f(x) = 0$ পাই

$f(1) = (1)^2 + 3(1) + 4 = 0$

দেখছি, $f(1) = 0$

এখন $x = 1$ বসিয়ে $f(x) = x^2 + 3x + 4$ এর একটি উৎপাদক খুঁজি

$$x^2 + 3x + 4$$

$$= x^2 + x^2 + x + 4x + 4$$

$$= x^2 + x + x + 4(x+1)$$

$$= x + x^2 + x + 4$$



উদাহরণ

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x + 4 \\ x-1 \overline{) x^2 + 3x + 4} \\ \underline{x^2 - x + 4} \\ 4x + 4 \\ \underline{4x - 4} \\ 0 \end{array}$$

$x^2 + 3x + 4 = (x-1)(x+4)$

$f(x) = x^2 + 3x + 4$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণে প্রথমে $f(x)$ এর একটি উৎপাদক খুঁজতে হবে। অর্থাৎ x -এর কোন মানের জন্য $f(x) = 0$ এর মান হবে তা নির্ণয় করতে হবে।

কিছু এই মনোযোগ উৎপাদক বিশ্লেষণের জন্য হয়।

নতুন পদ্ধতি Vanishing Method বা পরীক্ষা পদ্ধতি (Trial method) বলা হয়



4

$f(x) = x^2 + 3x + 4$ এখানে $x = \pm 1, \pm 2, \pm 4$

কোন x এর কোন মানের $f(x) = 0$

যদি শূন্য হলে, সঠিক জানার কি কোনো সহজ পদ্ধতি আছে?

$f(x)$ এর ধ্রুবক পদটি 4 এবং 4 এর উৎপাদকগুলি হলো $\pm 1, \pm 2, \pm 4$

সুতরাং x এর এই মানগুলির মধ্যে কোনো একটি মান বা একের বেশি মানের $f(x) = 0$ এর মান শূন্য হবে

- 5 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$ হলে তখনও কি x এর মান $+1$ বা -2 এই উৎপাদকগুলির কোন একটির মান বসিয়ে $f(x)$ এর মান শূন্য পেতাম?

এখানে যেহেতু $f(x)$ এর প্রত্যেকটি পদ ধনাত্মক সুতরাং x এর ধনাত্মক মান $f(x)$ শূন্য হ'তে না

তাই এখানে x এর ঋণাত্মক মান $f(x)$ এর মান শূন্য হবে

$$\begin{aligned}\text{যদি } x = -1 \text{ হয়, } f(x) &= (-1)^3 + 3(-1)^2 + 4 \\ &= -1 + 3 + 4 = 0\end{aligned}$$

সুতরাং এখানে $x^3 + 3x^2 + 4$ বহুপদী সংখ্যামালার একটি উৎপাদক হ'তে $x + 1$

$$\text{রাজত লিখল } \rightarrow \boxed{x^3 - 7x - 6}$$

- 6 $x^3 - 7x - 6$ বহুপদী সংখ্যামালার শূন্য বা ঋণ উৎপাদক চিহ্নের পর জান x এর কোন মানের জন্য $x^3 - 7x - 6$ এর মান শূন্য হবে দেখি

$$\text{ধরি } f(x) = x^3 - 7x - 6$$

$$\text{দেখছি } f(-1) = (-1)^3 - 7(-1) - 6 = 0$$

গুণনীয়ক উপপাদ্য থেকে পাই, $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক

অন্যভাবে

$$\begin{aligned}x^3 - 7x - 6 &= x^3 + x^2 - x^2 - x - 6x - 6 \\ &= x^2(x + 1) - x(x + 1) - 6(x + 1) \\ &= (x + 1)(x^2 - x - 6) \\ &= (x + 1)(x^2 - 3x + 2x - 6) \\ &= (x + 1)(x - 3)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^3 - 7x - 6 &= x^3 + 1 - 7x - 7 \\ &= (x + 1)(x^2 - x + 1) - 7(x + 1) \\ &= (x + 1)(x^2 - x + 1 - 7) \\ &= (x + 1)(x^2 - x - 6) \\ &= (x + 1)(x - 3)(x + 2)\end{aligned}$$

এছাড়া $x^3 - 7x - 6$ কে $(x + 1)$ দ্বারা ভাগ করেও বাকি উৎপাদকগুলি পড়ে পাবি

- 7 $x^3 - 7x - 6$ এবং $2x^3 + x^2 + 9x + 9$ বহুপদী সংখ্যামালার একইভাবে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি [নিজের কর]

- 8 'মহিঁত লিখল' $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 9$ এখানেও কি 9 এর উৎপাদকগুলির মাধ্যমে $3x^2 - 9x + 9$ বহুপদী সংখ্যামালার মান শূন্য হবে?

এক্ষেত্রে চলেও সর্বোচ্চ ঘাতের সহগ 2 এবং ধ্রুবক সংখ্যা 9 , অর্থাৎ $\frac{9}{2}$ অখণ্ড আকারে আছে 9 এর উৎপাদকগুলি $\pm 1, \pm 3, \pm 9$

2 এর উৎপাদকগুলি $\pm 1, \pm 2$

সুতরাং $f(x)$ এর সম্ভাব্য বাক্য শূন্যগুলি হবে $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 9, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{9}{2}$

$$f(x) = 2x^3 + x^2 - 9x + 9$$

$$f(-1) = 2 + 1 - 9 + 9 \neq 0$$

$$f(-2) = 2 + 4 - 18 + 9 \neq 0$$



$f(x) = 2x + x - 9x$ ৬-এর এর মান $\frac{1}{2}$ বসিয়ে যদি $f(x)$ এর মান শূন্য হয় কিনা

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 9 \times \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{9}{2} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{9}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} - \frac{9}{2} = \frac{3}{2} - \frac{9}{2} = -\frac{6}{2} = -3 \neq 0$$

$f(x) = 2x + x - 9x$ ৭-এর এর মান $\frac{3}{2}$ বসিয়ে যদি $f(x)$ এর মান শূন্য হয় কিনা

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \times \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - 9 \times \frac{3}{2} = 2 \times \left(\frac{27}{8}\right) + \frac{9}{4} - \frac{27}{2} = \frac{27}{4} + \frac{9}{4} - \frac{27}{2} = \frac{27+9-54}{4} = \frac{36-54}{4} = \frac{-18}{4} = -\frac{9}{2} \neq 0$$

সুতরাং $x = \frac{3}{2}$ বসিয়ে $f(x)$ এর মান শূন্য

$$\begin{aligned} & 2x + 3, 2x^2 + x^2 - 9x - 9 \text{ বহুপদী সংখ্যামাত্রার একটি উৎপাদক} \\ & 2x + x - 9x - 9 \\ & = 2x^2 + 3x^2 - 2x^2 - 3x - 6x - 9 \\ & = x^2 + 2x + 3 - x + 2x + 3 - 3(2x + 3) \\ & = (2x + 3) - x - x - 3, \end{aligned}$$

৭ নীচের লিখল: $8a^3 + 8a - 5$

যদি $f(a) = 8a^3 + 8a - 5$

মান বসিয়ে দেখছি $f\left(\frac{1}{2}\right) = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 8 \times \left(\frac{1}{2}\right) - 5 = 1 + 4 - 5 = 0$

গুণনীয়ক উৎপাদক থেকে পাই $(2a - 1)$ এর একটি উৎপাদক। $2a$

$$\begin{aligned} & (8a^3 + 8a - 5) \\ & = 8a^3 - 4a^2 + 4a^2 - 2a + 10a - 5 \\ & = 4a^2(2a - 1) + 4a(2a - 1) + 5(2a - 1) \\ & = (2a - 1)(4a^2 + 2a + 5) \end{aligned}$$

অন্যভাবে

$$\begin{aligned} & 8a^3 - 8a - 5 \\ & = 8a^3 - 4a^2 + 8a^2 - 4a - 2a - 5 \\ & = 2a^2(4a - 1) + 4a(2a - 1) - 5(2a - 1) \\ & = 2a^2(4a - 1) + 4a(2a - 1) - 5(2a - 1) \\ & = 2a^2(4a - 1) + 4a(2a - 1) - 5(2a - 1) \end{aligned}$$

১১ যদি একইভাবে $8a^3 - 4a - 5$ বহুপদী সংখ্যামাত্রার উৎপাদক খুঁজতে চাই তবে উৎপাদক পাই $(2a - 1)$ (নিজে কর)

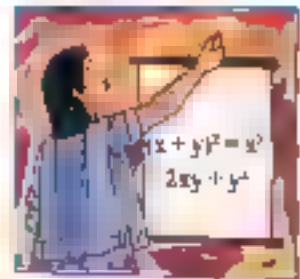
করে দেখি—উদাঃ

নীচের বহুপদী সংখ্যামাত্রার উৎপাদক খুঁজতে চাই

১ $x^3 - 3x + 2$	২ $x^3 + 2x + 3$	৩ $a^3 - 2a - 16$
৪ $x^3 - 6x + 4$	৫ $x^3 - 9x - 30$	৬ $4a^3 - 9a^2 + 3a - 2$
৭ $x^3 - 9x + 23x - 15$	৮ $9a^3 + 11a^2 - 4a - 2$	৯ $3x^3 - x^2 + 9x - 5$
১০ $2y^3 - 5y^2 - 9y - 42$		



আমি নিচের দুটি সমীকরণ দুটোই সমাধান করে দেখতে চাই।
 সমাধান করে দেখতে চাই।
 নিচের প্রেক্ষাপটের একটির ক্ষেত্রে টাইপ করুন।



সে নিম্নোক্ত

$$\begin{aligned} x + y &= x^2 + 2xy + y^2 \quad \text{I} \\ x - y &= x^2 - 2xy + y^2 \quad \text{II} \\ x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \quad \text{III} \end{aligned}$$

11 আমি সূত্রগুলি লক্ষ্য করে দেখতে চাই।
 12 আমি সূত্রগুলি লক্ষ্য করে দেখতে চাই।

$$\begin{aligned} x^2 + 1 &= x^2 + 2x + 1 \\ &= (x + 1)^2 \end{aligned}$$

1) অঙ্কন সহায়তায় দেখান।

2) অঙ্কন সহায়তায় দেখান।



12 আমি সূত্রগুলি লক্ষ্য করে দেখতে চাই।
 13 আমি সূত্রগুলি লক্ষ্য করে দেখতে চাই।

$$\begin{aligned} x^2 + 2ax + (a + b)(a - b) &= x^2 + 2ax + a^2 - b^2 \\ &= (x + a)^2 - b^2 \\ &= (x + a + b)(x + a - b) \end{aligned}$$

অন্যভাবে

$$\begin{aligned} x^2 + 2ax + (a + b)(a - b) &= x^2 + 2ax + a^2 - b^2 \\ &= (x + a)^2 - b^2 \\ &= (x + a + b)(x + a - b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a^2 + b^2)^2 &= (a^2 + b^2)(a^2 + b^2) \\ &= (a^2 + b^2)(a^2 + b^2) \\ &= (a^2 + b^2)(a^2 + b^2) \\ &= (a^2 + b^2)(a^2 + b^2) \\ &= (a^2 + b^2)(a^2 + b^2) \\ &= (a^2 + b^2)(a^2 + b^2) \end{aligned}$$

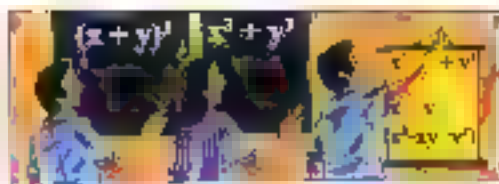
$$\begin{aligned} 4x^2 + 12xy + 9y^2 + 2x - 3y &= (2x + 3y)^2 + 2x - 3y \\ &= (2x + 3y)^2 + 2x - 3y \\ &= (2x + 3y)(2x + 3y + 1) \end{aligned}$$

করে দেখি—৬.২

নিচের বীজগণিতিক সংখ্যাসূচক উৎপাদক লেখুন।

- $x^2 + y^2$
- $m^2 + \frac{1}{m^2} + 2$
- $9p^2 + 4pq + 6q^2 + 3ap + 4aq$
- $4x^2 + 81$
- $x^2 + 7x^2 + 1$
- $p^4 + 1 + p^2q^2 + q^4$
- $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab$
- $3a^2 + 3b^2 + 2c^2 + 4b(b + c)$
- $a^2 + 6ab + 12bc + 4c^2$
- $3a^2 + 4ab + b^2 + 2ac + c^2$
- $x^2 + y^2 + 6ax + 2ay + 9a^2$
- $a^2 + 9b^2 + 4c^2 + 25d^2 + 4ac + 10bd$
- $3a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- $x^2 + 2x + 22499$
- $(x + y^2 + a^2 + b^2) + 4abxy$

আমার বন্ধু পদ্মকান্ত সূত্রের মতো তার দানো কিছু আভেদ
এটোপোকার লিখে দেয়ালে টাঙিয়ে দিল



পদ্মকান্ত লিখল

$x + y = x^2 + 2xy + y^2$ IX	$x - y = x^2 - 2xy + y^2$ X
$x + y = (x + y)^2 - 2xy + (x - y)$ XI	$x - y = (x - y)^2 + 2xy + (x + y)$ XII
$x + y = x^2 - y^2 + (x + y)$ XIII	$x - y = x^2 - y^2 + (x - y)$ XIV

13 নামটির প্রাক-চলক পৌরটি বহুপদী সংযোজন করে লিখুন।

i) $x^3 - \frac{1}{a} + 2a + \frac{2}{a}$ (ii) $\frac{x}{64} - \frac{64}{x^3}$ (iii) $x - x$

(iv) $63a^2 + 6a^2 - 12a + 8$ (v) $a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$

আমি নামটির প্রাক-চলক বহুপদী সংযোজন করে লিখুন।

(i) $x^3 - \frac{1}{a} + 2a + \frac{2}{a}$
 $= x^3 - \frac{1}{a} + 2a + \frac{2}{a}$ IX-এর আভেদের সাহায্যে
 $= x^3 - \frac{1}{a} + 2a + \frac{2}{a}$
 $= x^3 - \frac{1}{a} + 2a + \frac{2}{a}$

ii) $\frac{x^3}{64} - \frac{64}{x^3}$
 $= \frac{x^3}{64} - \frac{64}{x^3}$
 $= \frac{x^3}{64} - \frac{64}{x^3}$ IX-এর আভেদের সাহায্যে
 $= \frac{x^3}{64} - \frac{64}{x^3}$
 $= \frac{x^3}{64} - \frac{64}{x^3}$
 $= \frac{x^3}{64} - \frac{64}{x^3}$

m) $1 - x$
 $= 1 - x$
 $= 1 - x$
 $= 1 - x$
 $= 1 - x$
 $= 1 - x$
 $= 1 - x$
 $= 1 - x$

$$\begin{aligned}
 \text{iv)} \quad & 63a^3 + 6a^2 + 2a + 8 \\
 &= 64a^3 - a^3 + 6a^2 - 2a^2 + 2a + 8 \\
 &= (4a)^3 - (a)^3 + 2(a)^2 + 2(a)(2)^2 + (2)^3 \\
 &= (4a)^3 - (a - 2)^3 \\
 &= (4a - a + 2) [(4a)^2 + 4a(a - 2) + (a - 2)^2] \\
 &= (4a - a + 2) (16a^2 - 4a^2 - 8a + a^2 - 4a + 4) \\
 &= (3a + 2) (2a^2 - 12a + 4)
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{v)} \quad & a^3 + b^3 + (a + b)^3 - 8b^3 \\
 &= (a)^3 - (b)^3 + (a + b)^3 - (2b)^3 \\
 &= (a - b) [(a)^2 + ab + b^2] + (a + b)^3 - (2b)^3 \\
 &= (a - b) (a^2 + ab + b^2) + (a + b) (a^2 + 2ab + b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2) \\
 &= (a - b) (a^2 + ab + b^2) + (a + b) (a^2 + 4ab + 7b^2) \\
 &= (a - b) a^2 + ab + b^2 + a^2 + 4ab + 7b^2 \\
 &= (a - b) a^2 + ab + b^2 + a^2 + 4ab + 7b^2 \\
 &= (a - b) 2a^2 + 5ab + 8b^2
 \end{aligned}$$

করে দেখি— ৪.৩

নিচের সীতলগতির সংখ্যামালাগুলিকে উৎপাদক বিশ্লেষণ করি

$$\begin{aligned}
 1. \quad & t^3 - 5t^2 - 2t + 10 \\
 2. \quad & 729p^6 - q^6 \\
 3. \quad & 8(p - 3)^3 + 343 \\
 4. \quad & \frac{1}{8a^3} + \frac{8}{b^3} \\
 5. \quad & (2a - b^3)^3 - b^9 \\
 6. \quad & AR^3 - Ar^3 + AR^2h - Ar^2h \\
 7. \quad & a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - 8 \\
 8. \quad & 32x^4 - 500x \\
 9. \quad & 8a^3 - b^3 - 4ax + 2bx \\
 10. \quad & x^3 - 6x^2 + 12x - 35
 \end{aligned}$$

নিচের একটি বোর্ডে লিখল— $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

14. সমষ্টি $x + y + z - 3xyz$ একটি তিনটি চলবিশিষ্ট বহুপদী সংখ্যামালা যার মানে ৩ অর্থী বোঝান।
সীতলগতি এটি পূর্ণ করে অকলম্বুসের সাহায্য নিয়ে $x + y + z - 3xyz$ ক উৎপাদক বিশ্লেষণ করি

$$\begin{aligned}
 & x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \\
 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) + z^3 - 3xyz \\
 &= (x + y)^3 + z^3 - 3xy(x + y) - 3xyz \\
 &= (x + y + z) [(x + y)^2 + (x + y)z + z^2] - 3xy(x + y + z) \\
 &= (x + y + z) [x^2 + y^2 + 2xy + xz + yz + z^2 - 3xy] \\
 &= (x + y + z) [x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx]
 \end{aligned}$$



আমরা আর একটি নতুন আভাস পেলোম

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

15. যদি $x + y + z = 0$ তাহলে $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ কত হবে দেখি

$$\begin{aligned}
 \text{যেহেতু } x + y + z = 0, \text{ সুতরাং } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0 \\
 x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz
 \end{aligned}$$

উৎপাদকে বিশ্লেষণের ক্ষেত্রে

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \text{ নিধি}$$

17. কিন্তু এই অভ্যন্তরীণ অংকার না লিখা হলে আসলে $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ ক'লেব? যার কিনা দেখি



$$\begin{aligned} a^3 + b^3 + c^3 - 3abc &= \frac{1}{2} \times 2(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ &= \frac{1}{2}(a + b + c)(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) \\ &= \frac{1}{2}(a + b + c)(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) \\ &= \frac{1}{2}(a + b + c)(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \end{aligned}$$

18. আমি নিম্নোক্ত $a = 999$, $b = 998$, $c = 997$ এর মান বসে কত বলায় যখন

$$\begin{aligned} \text{নিম্নোক্ত লিখল } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc &= \frac{1}{2}(a + b + c)(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) \\ &= \frac{1}{2}(999 + 998 + 997)(999^2 - 2 \cdot 999 \cdot 998 + 998^2 - 2 \cdot 998 \cdot 997 + 997^2 - 2 \cdot 997 \cdot 999 + 999^2) \\ &= \frac{1}{2} \times 2994 \times 4 \\ &= \frac{1}{2} \times 2994 \times 8 = 8982 \end{aligned}$$

জারির একটি বোটে লিখল $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

XII

19. পঞ্চম দ্বুপদে একটি বহুপদী স ব্যতীর্ণ লিখল

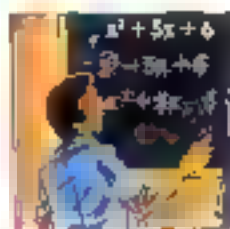
(i) $x^2 + 9x + 6$ (ii) $x^2 - 5x + 6$ (iii) $x^2 + 5x - 6$ (iv) $x^2 - 5x - 6$
আমি এই বহুপদী স ব্যতীর্ণগুলিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & x^2 + 9x + 6 \\ &= x^2 + 3x + 2x + 6 \\ &= x(x + 3) + 2(x + 3) \\ &= (x + 3)(x + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad & x^2 - 5x + 6 \\ &= x^2 + 6x - x - 6 \\ &= x(x + 6) - 1(x + 6) \\ &= (x + 6)(x - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad & x^2 + 5x - 6 \\ &= x^2 - 3x + 2x + 6 \\ &= x(x - 3) + 2(x + 6) \\ &= (x - 3)(x + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad & x^2 - 5x - 6 \\ &= x^2 - 6x + x - 6 \\ &= x(x - 6) + 1(x - 6) \\ &= (x - 6)(x + 1) \end{aligned}$$



28 জাকির ব্রাকবোর্ডে আলাদা করে কয়েকটি মনুফর্ম সংগ্ৰহ করে লিখে

$$\text{ii) } x^2 + p^2 - a^2 - b^2$$

$$\text{iii) } x^2 - x^2 - 3x + 1 - x^2 - 6$$

$$\text{(iv) } (x^2 + 2)^2 - (x^2 - 1) - 4x^2$$

$$\text{vii) } 2x^2 - 3ab - a - 6b - x$$

$$\text{vi) } x^2 + 3x - a - a + 2$$

$$\text{ix) } x^2 + p^2 - a^2 - b^2$$

$$\text{(x) } x^2 - bx - (a + 3b) - (a + 2b)$$

$$\text{xi) } x^2 - 2x - a - 4x - a - b$$

পরের 'জাকিরের কথা' পড়ুন। এ. এ. ম. এর গুলিয়ে উঠলে, এ. এ. এ. ম. এর গুলিয়ে উঠলে

$$\text{ii) } x^2 + p^2 - a^2 - b^2$$

$$\text{iii) } x^2 + [(a+2) - (a+1)]p - (a+1)(a+2)$$

$$= x^2 + (a+2)p - (a+1)p - (a+1)(a+2)$$

$$= x^2 + p(a+2) - p(a+1) - (a+1)(a+2)$$

$$= (x^2 + p(a+2) - p(a+1)) - (a+1)(a+2)$$

$$= (x^2 + p(a+2) - p(a+1)) - (a+1)(a+2)$$

$$\text{vi) } x^2 + 3x - a - a + 2$$

$$= x^2 + 3x - (a^2 + a - 2)$$

$$= x^2 + 3x - (a^2 + 2a - a - 2)$$

$$= x^2 + 3x - (a^2 + 2a - a - 2)$$

$$= x^2 + 3x - (a^2 + 2a - a - 2)$$

$$= x^2 + 3x - (a^2 + 2a - a - 2) - (a+2)(a+1) = a^2 + 2a - a - 2 - a - 1 = a^2 + a - 3$$

$$= x^2 + a + 2(x - a - 1) - x - (a+2)(a+1)$$

$$= x^2 + a + 2(x - a - 1) - x - (a+2)(a+1)$$

$$= (x^2 + a + 2(x - a - 1) - x) - (a+2)(a+1)$$

$$= (x^2 + a + 2(x - a - 1) - x) - (a+2)(a+1)$$

$$\text{xi) } x^2 - x^2 - 3x + 1 - x^2 - 6$$

$$= (x^2 - 1) - (x^2 - 3x + 1) - (x^2 - 4x + 8) + 6$$

$$= (x^2 - 1) - (x^2 - 3x + 1) - (x^2 - 4x + 8) + 6$$

$$= (x^2 - 1) - (x^2 - 3x + 1) - (x^2 - 4x + 8) + 6$$

$$= (a - 3)(a - 8) - 6 \quad [\text{যদি } x^2 + 2x - a]$$

$$= a^2 - 3a - 8a + 24 - 6$$

$$= a^2 - 11a + 18$$

$$= a^2 - 6a - 5a - 18$$

$$= a(a - 6) - 5(a - 6)$$

$$= (a - 6)(a - 5)$$

$$= (x^2 + 2x - 6) - (x^2 + 2x - 5)$$

$$= (x^2 + 2x - 6) - (x^2 + 2x - 5)$$



$$\begin{aligned} \text{vi} \quad & \frac{x}{x} + \frac{p}{px} + \frac{\frac{1}{p}}{\frac{x}{p}} = \frac{x}{x} + \frac{p}{px} + \frac{p}{x} \quad \text{[যেহেতু, } \frac{p}{p} = 1, \\ & = x(x+p) + \frac{1}{p}(x+p) \\ & = (x+p)\left(x + \frac{1}{p}\right) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{vii} \quad & x^2 - 1 + 4x + (x-1) - 4x \quad \text{[যেহেতু } a^2 - b^2 = (a+b)(a-b), \\ & = (x-1) + 4x - (x-1) - 4x \\ & \quad (x-1)(x-1-1) \\ & = x+1)(x-1)(x^2-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{viii} \quad & x - bx - (a+3b)(a+2b) \\ & = x - (a+3b) - a+2b - x - (a+b) - a+2b \\ & = x - a+3b - x + (a+2b) - x - (a+3b) - a+2b \\ & = x - (a+3b) + (a+2b) - (x - (a+3b)) \\ & = x - a+3b - x - (a+2b) \\ & = (x - a - 3b) - x + a+2b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{যেহেতু } a+3b - a+2b \\ = a+3b-a-2b=b \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{ix} \quad & 2x - 3ab - a - 6bx \\ & = 2x - 3ab - ax + 6bx \\ & = 2x - ax + 6bx - 3ab \\ & = x(2x - a) + 3b(2x - a) \\ & = (2x - a)(x + 3b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{x} \quad & x + 2(a-b^2)x + (a^2-b^2)^2 \\ & = x + 2(a+b)(x - (a+b-a-b))^2 \\ & \quad (x^2 + 2(a+b)x + a+b)(a-b)^2 \\ & = x + (a+b) + (a-b)x + (a+b)(a-b) \\ & = x^2 - (a+b)^2x + (a-b)^2x + (a+b)^2(a-b)^2 \\ & = x - x + (a+b)^2 + (a-b)^2 - x + a+b \\ & = x + (a+b)^2 \{x + (a-b)^2\} \\ & = x + a^2 + 2ab + b^2 - x + a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[যেহেতু } a+b - a-b \\ = 2(a+b) \end{aligned}$$



১. নিচের বীজগাণিতিক সংখ্যামূলক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি

(i) $a + b$ $5a - 5b + 6$

(vi) $a - x - x(a - 2)$

(ii) $x^2 - x - 2$ $(3x - 1)(3x - 4) + 2$

(vii) $a^2 - 2ax + a^2xy + a + 1 + y$

(iii) $x(x - 1)(x + 2) - 8$

(viii) $x^3 - qx^2 + p^2 + 5pq - 6q^2$

(iv) $7a^2 - b^2$ $15(a^2 - b^2) - 8(a^2 - b^2)$

(ix) $2a^2 + \frac{1}{a^2} - (a - \frac{1}{a})^2$

(v) $(x^2 - 1)^2 + 8x(x^2 + 1) + 9x^2$

(x) $(x^2 - x)y^2 + y(x^2 + x)$

২. বহু শিক্তীয় প্রশ্ন (M. C. Q.)

(i) $a^2 - b^2 = 1 \times 9$ এবং a ও b ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা $a > b$ হলে,

(a) $a = 11, b = 9$ (b) $a = 33, b = 25$ (c) $a = 10, b = 1$ (d) $a = 100, b = 1$

(ii) যদি $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1$ হয়, তাহলে $a^2 + b^2$ -এর মান

(a) 1 (b) a (c) b (d) 0

(iii) $25^2 - 75^2 + 50^2 + 3 \times 25 \times 75 \times 50$ -এর মান

(a) 150 (b) 0 (c) 25 (d) 50

(iv) $a + b + c = 0$ হলে, $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab}$ -এর মান

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 3

(v) $x^2 - px + 2 = x - 3$ $(x - a)$ একটি অভেদ হলে, a ও p -এর মান যথাক্রমে

(a) $a = 4, p = 7$ (b) $a = 7, p = 4$ (c) $a = 4, p = -7$ (d) $a = -4, p = 7$

৩. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

(i) $(b^2 - c^2)^2 - (a^2 - b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2$ -এর সরলতম মান লিখি

$(b^2 - c^2)^2 + c^2(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)^2$

(ii) $a - b - c - 3abc = 0$ এবং $a + b + c \neq 0$ হলে a, b ও c -এর মধ্যে সম্পর্ক লিখি

(iii) $a^3 - b^3 = 224$ এবং a ও $b, a < b$ ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে, a ও b -এর মান লিখি

(iv) $3x = a - b + c$ হলে, $x(a - b)(b - c)^2 + x(c)^2 - 3x(a - b)(b - c)$ -এর মান কত লিখি

(v) $2x^2 + px + 6 = 2x - a$ $(x - 2)$ একটি অভেদ হলে, a ও p -এর মান কত লিখি

ভেদক ও মধ্যবিন্দু সংক্রান্ত উপপাদ্য
(TRANSVERSAL & MID-POINT THEOREMS)

ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ ਸ੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ
ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ
ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ
ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ ਸ਼੍ਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੇ ਸ਼੍ਰੀ ਪੁਤ੍ਰਾ



ନିମ୍ନେ ଶ୍ରେଣୀ ଦେଖିବେ ଧନ୍ୟ କରନ୍ତୁ

સહિ આજ આધિ ૪ આચાર ધિન દશ્ય ધિલ દ્વિક દેવિરિ ડોઃ દ્વરિ

দেখাচ্ছি, ক্রিকেট অনেকগুলি ত্রিভুজের মতো আকার আছে। তাই আমি ক্যাপ্টেনগুলি দিয়ে ছেগেটো বড়ো নানা মাথের
 ও নানান ধরনের ত্রিভুজ তৈরি করলাম।



ଆସନ୍ତା କାଳକଟି ହିଓଓ କାନ୍ଦେ କାନ୍ଦେ ସାନିକଟା ହିଓଓର ଯତ୍ନ ଆଶୀର୍ବାଦ ଚେନ୍ଦ୍ର ବରନ

কিন্তু তথাপি অন্য কাঠি দিয়ে এই ত্রিভুজগুলির দাঁটি বাহুর যথাবিন্দু বর্ধাব্দ মন্ডি দিয়ে বেঁধে দিল

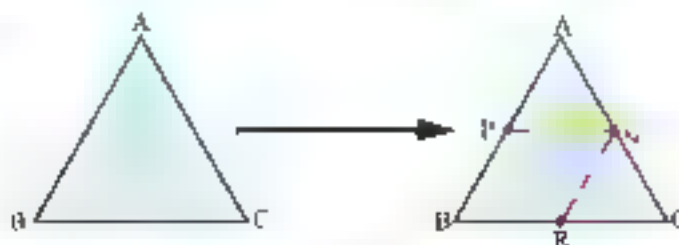
कुशांत कवचम्,



১৩. **উদাহরণ ১:** একটি বস্তু X ও Y বিন্দু দুটির দূরত্ব 10 । X বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $(1, 2)$ । Y বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $(4, 6)$ । X বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $(1, 2)$ । Y বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $(4, 6)$ ।

இந்தியக் கவிஞர்

১. প্রথমে সাদা কাগজে একটি ত্রিভুজ ABC আঁকলাম এবং ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রটি কটে নিলাম।
২. এবার কাগজ ভাঁজ করে $\triangle ABC$ এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু P ও Q পেলাম।



4. এক্ষেপ কাকজা তাঁজ কলে BC বাহুর মধ্যবিন্দু R পেলয়।



- ১ এগার APQ ত্রিভুজাকার কেন্দ্রের কোণটি নিয়ে PBCQ চতুর্ভুজের উপর এমনভাবে বসানোম যাবে ছবির মতো A বিন্দু Q বিন্দুর উপর বসে এবং AQ = QC বা সমান মিলে যায়।



নব্ব্বি, APQ ত্রিভুজাকার কেন্দ্রের PQ বাহু ABC ত্রিভুজাকার কেন্দ্রের BC বাহুর উপর সমাপত্তিত হয়েছে। কিন্তু এখানে PQ ও BC সবলরেখাংশ সমাপত্তিত হওয়ায়

$$PQ \parallel BC$$

আবার দেখছি P বিন্দু BC এর মধ্যবিন্দু R এর সাথে মিলে গেছে

$$PR = BR = CR$$

এখন আমরা দেখব যে, DE = 1/2 BC এবং DE = 1/2 BC।

উপপাদ্য ২০ কোনো ত্রিভুজের দুটি বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোগকরা সবলরেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক। আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি।

প্রদত্ত ধরা যাক, ABC ত্রিভুজের AB বাহুর মধ্যবিন্দু D এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু E।
D ও E যুক্ত করলাম।

প্রমাণ করতে হবে যে (i) DE = 1/2 BC এবং (ii) DE = 1/2 BC

অনুসন্ধান ED কে F বিন্দু পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করলাম যেন ED = DF হয়। B ও F বিন্দুদ্বয় যোগ করলাম।

প্রমাণ $\triangle ADE$ এবং $\triangle BDF$ এ AD = BD [স্বীকার]

$$\angle ADE = \angle BDF \text{ [বিস্তীর্ণ কোণ]}$$

DE = DF [অঙ্কনানুসারে]

$$\triangle ADE \cong \triangle BDF \text{ [S.A.S. শর্তানুসারে]}$$

$$AE = BF \text{ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু]}$$

$$\text{কিন্তু, } AE = CE \text{ [স্বীকার]}$$

$$BF = CE$$

এবং $\angle DAE = \angle DBF$, কিন্তু এরা একান্তর কোণ।

$$BF \parallel AE, \text{ অর্থাৎ, } BF \parallel CE$$

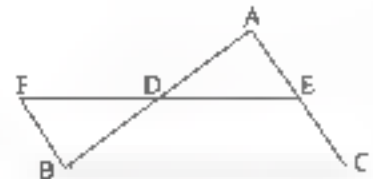
BCEF চতুর্ভুজের BF = CE এবং BF = CE

BCEF একটি সামান্তরিক [BCEF চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীত বাহু সমান ও সমান্তরাল]

$$FE \parallel BC, \text{ অর্থাৎ, } DE \parallel BC \text{ (প্রমাণিত)}$$

এবং BC = EF = DE + DF = DE + DE = 2DE, DF = DE,

$$DE = \frac{1}{2} BC \text{ (প্রমাণিত)}$$



২. PQR ত্রিভুজের PQ এবং PR বাহু দুটির মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X এবং Y । XY রেখা দুটি ফলন করলে
আমি যুক্ত দিচ্ছি প্রমাণ করি যে $XY = \frac{1}{2} QR$ এবং $XY \parallel QR$ । নিজে করি

প্রমাণ ১. অঙ্কন একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC । এক্ষেত্রে প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য k সিমি। AB ও AC এর
মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q । PQ এর দৈর্ঘ্য এবং $\angle APQ$ এর মান হিসাব করে লিখি।

ত্রিভুজের মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোগক সরাসরেপাশে ভূজের বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক

$$PQ = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 8 \text{ সিমি.} = \boxed{} \text{ সিমি}$$

$$\angle APQ = \angle ABC = 60^\circ$$



প্রমাণ ২. যদি ABC সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য k সিমি হতো তাহলে AB ও AC এর
মধ্যবিন্দু P ও Q এর সংযোগক সরাসরেপাশে PQ এর দৈর্ঘ্য ও $\angle APQ$ এর মান লিখি
নিজে করি।

প্রমাণ ৩. কোনো একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC । এক্ষেত্রে AB , BC ও CA বাহু দুটির মধ্যবিন্দুদ্বয়ের
যথাক্রমে P , Q ও R । প্রমাণ করি যে PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

প্রমাণ ১. ΔABC -এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও R ।

$$PR = \frac{1}{2} BC \quad (i)$$

একইভাবে, $PQ = \frac{1}{2} CA \quad (ii)$

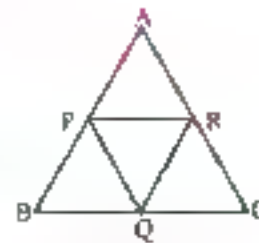
$$\text{এবং } QR = \frac{1}{2} AB \quad (iii)$$

যেহেতু $AB = BC = CA$ [ABC সমবাহু ত্রিভুজ]

$$\text{সুতরাং } \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} CA$$

$$QR = PR = PQ$$

PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ।



প্রমাণ ২. আমি যুক্ত দিচ্ছি প্রমাণ করি যে চতুর্ভুজের বাহুগুলির মধ্যবিন্দুগুলি সংযোগ যুক্ত করলে একটি
সামান্তরিক পাশে।

প্রমাণ ৩. যদি $ABCD$ চতুর্ভুজের AB , BC , CD ও DA এর মধ্যবিন্দুগুলি যথাক্রমে P , Q , R ও S ।
 P, Q, Q, R, R, S ও S, P যোগ করলাম।

প্রমাণ করতে হবে যে $PQRS$ একটি সামান্তরিক।

অঙ্কন BD করছি।

প্রমাণ ΔABD এর AB ও AD বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও S ।

$$PS \parallel BD \text{ এবং } PS = \frac{1}{2} BD$$

একইভাবে, ΔCBD এর CB ও CD বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে Q ও R ।

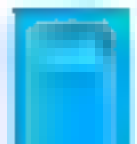
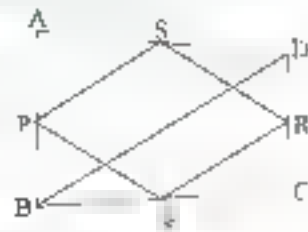
$$QR \parallel BD \text{ এবং } QR = \frac{1}{2} BD$$

যেহেতু $PS \parallel BD$ এবং $QR \parallel BD$, সুতরাং $PS \parallel QR$ ।

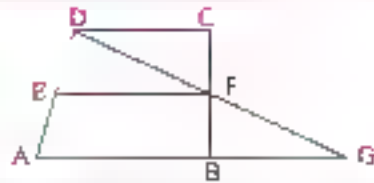
$$PS = \frac{1}{2} \boxed{} \text{ এবং } QR = \frac{1}{2} BD, \text{ সুতরাং } PS = QR$$

পেলাম $PQRS$ চতুর্ভুজের $PS \parallel QR$ এবং $PS = QR$ ।

$PQRS$ একটি $\boxed{}$ । যেহেতু $PQRS$ চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীত বাহু সমান ও সমান্তরাল।



প্রদত্ত ৫ আকর্ষণ $ABCD$ ট্র্যাপিজিয়াম একাঙ্ক মাত্র দুটি তির্যক বাহু AD ও BC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F অর্থাৎ প্রমাণ করিয়ে দেও $EF \parallel AB$ এবং $EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$



প্রদত্ত $ABCD$ ট্র্যাপিজিয়ামের তির্যক বাহু AD ও BC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F

প্রমাণ করতে হবে যে (i) $EF \parallel AB$ এবং (ii) $EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$

প্রদত্ত D ও F যুক্ত করে এমনভাবে বর্ধিত কলনাম যা বর্ধিত AB বাহুকে G বিন্দুতে ছেদ করল

প্রদত্ত $\triangle DFC$ ও $\triangle BFG$ এর মাধ্যমে $\angle CFD =$ বিপরীত কোণ $\angle BFG$

$\angle FCD =$ একান্তর $\angle FBG$ [$DC \parallel AB$, অর্থাৎ $DC \parallel AG$] BC তরঙ্গ: সুতরাং $\angle BCD =$ একান্তর $\angle CBG$

$CF = BF$ [F, BC বাহুর মধ্যবিন্দু]

$\triangle DFC \cong \triangle BFG$ [সর্বসমতার A-A-S শর্তানুসারে]

সুতরাং, $DC = BG$ এবং $DF = FG$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুল্লপ বাহু]

$\triangle ADG$ এর AD ও AG এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F ও F

$EF \parallel AG$, অর্থাৎ $EF \parallel AB$ এবং $EF = \frac{1}{2} AG$

$$= \frac{1}{2}(AB + BG) = \frac{1}{2}(AB + DC) \text{ (প্রমাণিত)}$$

আমরা হাতে কলাম শিখিত পদ্ধতির ত্রিভুজ এক মধ্যবিন্দু সংক্রান্ত অপর উপপাদ্যটি যাচাই করার চেষ্টা করি

হাতেকলমে

- প্রথমে যেকোনো ত্রিভুজের একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র ABC আঁকি কেটে নিলাম
- এবার কাগজ ভাঁজ করে AB এর মধ্যবিন্দু P নিলাম
- এরপরে AB এর P বিন্দু দিয়ে AC এর সমান্তরাল সরলরেখাংশ PQ আঁকলাম



- কাগজ ভাঁজ করে দেখাচ্ছি AC এর মধ্যবিন্দু ও Q একই বিন্দু অর্থাৎ Q, AC এর মধ্যবিন্দু
- আগের মতো APQ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রটি কেটে $PBCQ$ এর উপর বসাই যাতে A বিন্দু Q বিন্দুতে এবং AQ ও QC সমাপত্তিত হয়। পেলাম $PQ = \frac{1}{2} BC$

হাতেকলমে পেলাম $PQ = \frac{1}{2} BC$ । একটি ত্রিভুজের একটি বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত দ্বিতীয় একটি বাহুর সমান্তরাল সরলরেখাংশ ত্রিভুজের অন্য বাহুর মধ্যবিন্দু পর্যন্ত চলে যাবে। অর্থাৎ ত্রিভুজের বাহুর মধ্যবিন্দু সংক্রান্ত সর্বসমতাগুলি সত্যি।

যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি

উপপাদ্য ২১ কোনো ত্রিভুজের য কোনো একটি বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত দ্বিতীয় একটি বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ত্রিভুজের বাহুর মধ্যবিন্দু পর্যন্ত চলে যাবে। অর্থাৎ ত্রিভুজের বাহুর মধ্যবিন্দু সংক্রান্ত সর্বসমতাগুলি সত্যি।



প্রদত্ত বরাহ $\triangle ABC$ এর AB বাহুর মধ্যবিন্দু D দিয়ে BC এর সমান্তরাল DE টানা হল যা AC বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রমাণ করতে হবে যে: $AE = CE$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$

অঙ্কন ED কে F বিন্দু পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করলাম যেন $ED = DF$ হয়। B ও F বিন্দুদ্বয় যোগ করলাম।

প্রমাণ $\triangle ADE$ এবং $\triangle BDF$ এর মধ্যে

$$AD = BD \quad [\text{স্বীকার}]$$

$$\angle ADE = \angle BDF \quad [\text{বিক্রান্তীপ কোণ}]$$

$$DE = DF \quad [\text{অঙ্কন অনুসারে}]$$

$$\triangle ADE \cong \triangle BDF \quad [S-A-S \text{ শর্তানুসারে}]$$

$$AE = BF \quad [\text{সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু}]$$

$$\text{এবং } \angle DAF = \angle DBF \quad [\text{কিন্তু এরা একান্তর কোণ}]$$

$$AE \parallel BF \text{ বা } CE \parallel BF$$

অতএব, $EF \parallel BC$ [স্বীকার]

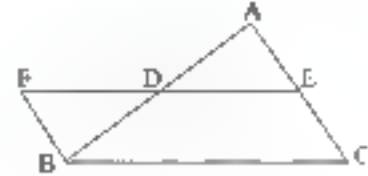
$BCEF$ চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক

সুতরাং, $BC = FE$ এবং $BF = CE$ কিন্তু $BF = AE$

$$AE = CE \quad [\text{প্রমাণিত}]$$

$$\text{অতএব } BC = EF = DF + DE = DE + DE \quad [DF = DE] \Rightarrow BC = 2DE$$

$$DE = \frac{1}{2} BC \quad [\text{প্রমাণিত}]$$



প্রমাণ: $\triangle ADE$ এবং $\triangle BDF$ এর মধ্যে $AD = BD$ [স্বীকার] $\angle ADE = \angle BDF$ [বিক্রান্তীপ কোণ] $DE = DF$ [অঙ্কন অনুসারে] $\triangle ADE \cong \triangle BDF$ [S-A-S শর্তানুসারে] $AE = BF$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু] এবং $\angle DAF = \angle DBF$ [কিন্তু এরা একান্তর কোণ] $AE \parallel BF$ বা $CE \parallel BF$ অতএব, $EF \parallel BC$ [স্বীকার] $BCEF$ চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক সুতরাং, $BC = EF$ এবং $BF = CE$ কিন্তু $BF = AE$ $AE = CE$ [প্রমাণিত] অতএব $BC = EF = DF + DE = DE + DE$ $[DF = DE] \Rightarrow BC = 2DE$ $DE = \frac{1}{2} BC$ [প্রমাণিত]

আমি এখন অন্যভাবে প্রমাণ করল যে ত্রিভুজের যে কোনো দুটি বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয় সমান্তরাল সরলরেখাংশে তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক



সদন্ত $\triangle ABC$ এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু দুটি যথাক্রমে D ও E । D, E যুক্ত করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে: (i) $DE \parallel BC$ (ii) $DE = \frac{1}{2} BC$

অঙ্কন AC বাহুর মধ্যবিন্দু F দিয়ে AB বাহুর সমান্তরাল সরলরেখাংশ টানলাম যা BC কে G বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রমাণ F AC এর মধ্যবিন্দু এবং $EF \parallel AB$ [অঙ্কনানুসারে]

$$F$$
 BC এর মধ্যবিন্দু অর্থাৎ $BF = \frac{1}{2} BC$ এবং $CF = \frac{1}{2} AB$

$$\text{সুতরাং, } EF = \frac{1}{2} AB = DB \quad [D, AB \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

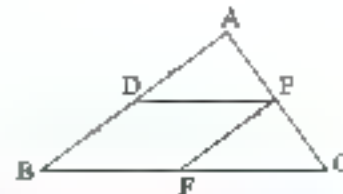
চতুর্ভুজ $DBFE$ এর

$$EF = DB \text{ এবং } EF \parallel DB \quad [\text{অঙ্কনানুসারে}]$$

$DBFE$ একটি সামান্তরিক

সুতরাং, $DE \parallel BF$ অর্থাৎ $DE \parallel BC$ (i) নং প্রমাণিত

$$DE = BF = \frac{1}{2} BC \quad [(ii) \text{ নং প্রমাণিত}]$$



প্রয়োগ 6 $ABCD$ চৌকিটিতে যখন $AB \parallel DC$ এবং E, AD এর মধ্যবিন্দু যদি E বিন্দু দিয়ে AB এর সমান্তরাল সরলরেখা BC কে F বিন্দুতে ছেদ করে তবে প্রমাণ করি যে

$$BF \parallel BE \text{ এর মধ্যবিন্দু এর } EF = \frac{1}{2} AB = DC$$

[নিজে করি]



প্রয়োগ ৭ $\triangle ABC$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ $\angle BAC = 90^\circ$ । D হল BC এর মধ্যবিন্দু। E হল AB এর মধ্যবিন্দু। F হল AC এর মধ্যবিন্দু। EF কে AD এর সমান্তরাল সরলরেখা টানলাম যা BC বাহুকে G বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রদত্ত $\triangle ABC$ এর $\angle BAC = 90^\circ$ এবং D হল BC এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে $AD = \frac{1}{2} BC$

অঙ্কন D বিন্দু দিয়ে AC এর সমান্তরাল সরলরেখা টানলাম যা AB বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রমাণ $\triangle ABC$ এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D (প্রদত্ত) এবং $DE \parallel AC$ [অঙ্কনানুসারে]
 E , AB বাহুর মধ্যবিন্দু

সুতরাং, $AE = EB$ (i)

আবার, $DE \parallel AC$ এবং $\angle BAC = 90^\circ$

$\angle DEB = \angle CAB = 90^\circ$

$\triangle AED$ ও $\triangle DEB$ -এর মধ্যে

$AE = EB$

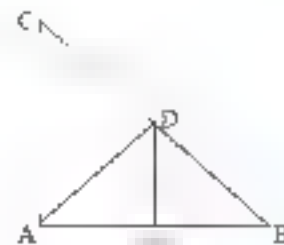
$\angle AED = \angle DEB = 90^\circ$

এবং DE সাধারণ বাহু

$\triangle AED \cong \triangle DEB$ [সর্বসমতার S-A-S শর্তানুসারে]

সুতরাং, $AD = DB$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু]

$AD = DB = \frac{1}{2} BC$ [D , BC এর মধ্যবিন্দু]



প্রয়োগ ৮ $\triangle ABC$ এর AD মধ্যমা D বিন্দুতে BC এবং E বিন্দুতে $BE \parallel AC$ বাহুকে F বিন্দুতে ছেদ করলে $EF = \frac{1}{3} AC$ প্রমাণ করি যে $EF = \frac{1}{3} AC$

প্রদত্ত $\triangle ABC$ এর AD মধ্যমা D বিন্দুতে BC এবং E বিন্দুতে $BE \parallel AC$ বাহুকে F বিন্দুতে ছেদ করলে

প্রমাণ করতে হবে যে $EF = \frac{1}{3} AC$

অঙ্কন D বিন্দু দিয়ে BE এর সমান্তরাল সরলরেখা টানলাম যা AC বাহুকে G বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রমাণ $\triangle BFC$ এর D , BC এর মধ্যবিন্দু AD মধ্যমা।

এবং $DE \parallel BF$ [অঙ্কনানুসারে]

G , FC এর মধ্যবিন্দু

সুতরাং, $FG = GC$ (i)

আবার, $\triangle ADG$ -এর AD বাহুর মধ্যবিন্দু E [প্রদত্ত]

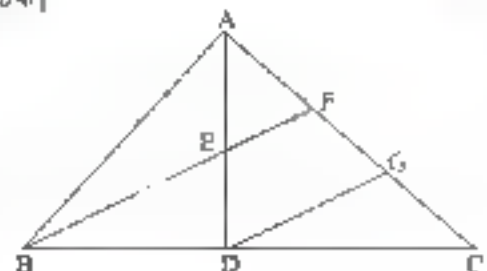
এবং $EF \parallel DG$ [অঙ্কনানুসারে]

F , AG এর মধ্যবিন্দু

সুতরাং, $AF = FG$ (ii)

$AF = FG = GC$

সুতরাং $AF = \frac{1}{3} AC$ (প্রমাণিত)



প্রয়োগ ৯ ABC সামান্তরিকের AB ও DC বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে E এবং F । E ও F যোগ করলাম য AC কর্তক মধ্যপ্রদায় P ও Q বিন্দুতে। তখন বল প্রমাণ করি য $AE = CF$ । BF কর্তকে সমান্তরীকৃত করেছ।

সংকলন $ABCD$ সামান্তরিকের $AB = DC$ এবং $AB = DC$

$$AE = FC \text{ এবং } \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} DC$$

$$\text{অর্থাৎ, } AE = FC$$

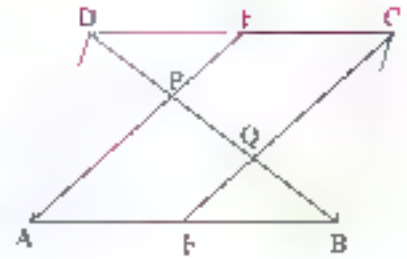
$AECF$ একটি সামান্তরিক ($AE \parallel FC$ এবং $AE = FC$)

সুতরাং, $AF \parallel EC$

মধ্যবিন্দু সংক্রান্ত উপপাত্তের সাহায্যে

$BQ = QP$ এবং $QF = PD$ এই প্রমাণটি নিজে করি

$$BQ = QP = PD$$



আমরা এখন জানছি যে একটি সমান্তরিকের বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে E ও F যোগ করলে EF একটি মধ্যপ্রদায়। EF একটি মধ্যপ্রদায় হওয়ায় $EF \parallel AC$ এবং $EF = \frac{1}{2} AC$ । EF একটি মধ্যপ্রদায় হওয়ায় EF AC কে P বিন্দুতে মধ্যপ্রদায় করে। EF একটি মধ্যপ্রদায় হওয়ায় EF AC কে Q বিন্দুতে মধ্যপ্রদায় করে। EF একটি মধ্যপ্রদায় হওয়ায় EF AC কে P বিন্দুতে মধ্যপ্রদায় করে। EF একটি মধ্যপ্রদায় হওয়ায় EF AC কে Q বিন্দুতে মধ্যপ্রদায় করে।



দেখছি $AB \parallel CD$, EF তিনটি সমান্তরাল সরলরেখাংশ ও GH

সরলরেখাংশ AB , CD ও EF এর দ্বারা যথাক্রমে P , Q ও R বিন্দুতে

দুটি সমান অংশ ভাগ হয়েছে। অর্থাৎ $AP = QR$ এবং মেপে দেখছি

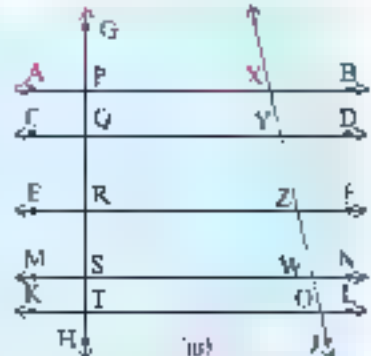
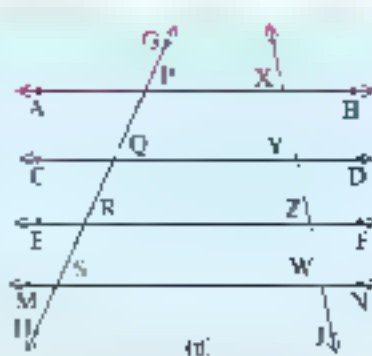
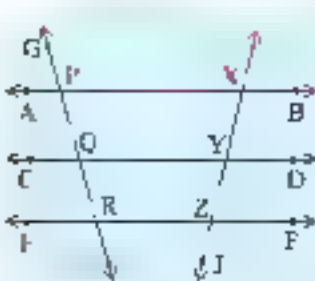
II সরলরেখাংশটিও এই তিনটি সমান্তরাল সরলরেখাংশ দ্বারা XY

ও YZ দুটি সমান সমান অংশে বিভক্ত হয়েছে।



কিন্তু সবসময়ে কি এটা সম্ভব? অর্থাৎ তিনটি বা ততোধিক সমান্তরাল সরলরেখা যদি কোনো একটি ভিত্তিক থেকে সমান সমান অংশে বিভক্ত করে তবে অপর যে কোনো ভিত্তিক থেকেও সমান সমান অংশে বিভক্ত করবে? ছবি এঁকে মাপে নিয়া হাতকলমে যাচাই করি।

আমরা অনেকগুলি সমান্তরাল সরলরেখা ও তাদের ভিত্তিকের ছবি এঁকেছি। দেখলি হলো



সমান্তবাল সরলরেখাগুলির প্রতিটি ভেদক থেকে খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য মাপ নিয়ে নিচের ছান লিখলাম।

ক্রমিক	সমান্তবাল সরলরেখা	GH ভেদক থেকে	IJ ভেদক থেকে	সিদ্ধান্ত
		খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য	খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য	
		[মাপ নিয়ে পেলাম]	[মাপ নিয়ে পেলাম]	
(i) না হ'ল	AB, CD ও EF	$PQ = QR = \square$	$XY = YZ = \square$	AB, CD, EF সমান্তবাল সরলরেখা তিনটি GH থেকে সমান সমান অংশে খণ্ডিত করলে IJ থেকেও সমান সমান অংশে খণ্ডিত করবে।
(ii) না হ'ল	নিজে লিখি	নিজে লিখি	নিজে লিখি	নিজে লিখি
(iii) না হ'ল	AB, CD ও EF, MN ও KL	সকল খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য সমান নয়	সকল খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য সমান নয়	AB, CD ও EF, MN ও KL ৭টি সমান্তবাল সরলরেখা GH ভেদক থেকে সমান সমান অংশে খণ্ডিত না করায় অপর ভেদক IJ থেকেও সমান সমান অংশে খণ্ডিত করেনি।
(iv) না হ'ল	একইরকম কণ্ডকগুলি (ভেদক বেশি) সমান্তবাল সরলরেখা আঁকি ও দুটি ভেদক থেকে খণ্ডিত করি। নিজে করি।			

১ আমি যে কোনো ৩টি এমন পরস্পর সমান্তবাল সরলরেখা টানলাম যার একটি ভেদক থেকে সমান সমান অংশ খণ্ডিত করেছে। এই ৩টি সমান্তবাল সরলরেখার অপর একটি ভেদক পান য'ম নিয়ে দেখলাম এই ভেদক থেকেও সমান সমান অংশ খণ্ডিত করলো।
হাতেকলমে পেলাম যদি তিনটি বা তার বেশি সমান্তবাল সরলরেখা যে-কোনো ভেদক থেকে সমান সমান অংশে খণ্ডিত করে তাহলে তারা অপর যে-কোনো ভেদক থেকেও সমান সমান অংশে খণ্ডিত করবে।
যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি,

উপপাদ্য ২২ যদি তিনটি বা তার বেশি সমান্তবাল সরল রেখা ২ ভেদক থেকে সমান সমান অংশ খণ্ডিত করে তাহলে তারা অপর যে কোনো ভেদক থেকেও সমান সমান অংশে খণ্ডিত করবে।

প্রদত্ত AB, CD এবং EF সমান্তবাল সরলরেখা তিনটি PQ ভেদক থেকে GH ও HI দুটি সমান অংশে খণ্ডিত করেছে অর্থাৎ $GH = HI$ । এই সমান্তবাল সরলরেখা তিনটি অপর একটি ভেদক XY থেকেও JK ও KI দুটি অংশে খণ্ডিত করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে $JK = KI$

প্রদত্ত: G ও I বিন্দু দুটি যোগ করলাম যা CD সরলরেখাকে J বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রমাণ: ΔGHI এবং HGI এর মধ্যবিন্দু [$GH = HI$ প্রদত্ত]

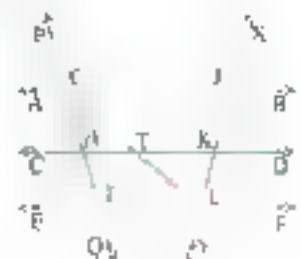
এবং $HI \parallel$ [প্রদত্ত]

I, GI এর মধ্যবিন্দু

অর্থাৎ ΔGHI এর I GI এর মধ্যবিন্দু এবং TK, GI [প্রদত্ত]

K, II এর মধ্যবিন্দু

$JK = KI$ (প্রমাণিত)।



উপপাদ্য ২২ এর সমাণ মূল্যায়নের অত্রকৃত নয়।



করে দেখি—৯

1. ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D । D বিন্দু দিয়ে CA এবং BA বাহুর সমান্তরাল সরলরেখাংশ BA এবং CA বাহুকে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, $EF = \frac{1}{2} BC$
2. D এবং F বিন্দুদ্বয় যথাক্রমে ABC ত্রিভুজের AB এবং AC বাহুর উপর এমনভাবে অবস্থিত যে $AD = \frac{1}{4} AB$ এবং $AE = \frac{1}{4} AC$ । প্রমাণ করি যে, $DE \parallel BC$ এবং $DF = \frac{1}{4} BC$
3. X এবং Z যথাক্রমে PQR ত্রিভুজের QR এবং QP বাহুর মধ্যবিন্দু। QP বাহুকে S বিন্দু পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করা হলো যাত $PS = ZP$ হয়। SX PR বাহুকে Y বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে $PY = \frac{1}{4} PR$
4. প্রমাণ করি যে একটি সমান্তরালিকের বাহুগুলির মধ্যবিন্দুগুলি পরপর যুক্ত করে যে চতুর্ভুজ গঠিত হয় সেটি একটি সমান্তরালিক
5. প্রমাণ করি যে একটি আয়তাকার চিত্রের বাহুগুলির মধ্যবিন্দুগুলি পরপর যুক্ত করে যে চতুর্ভুজটি গঠিত হয়, সেটি একটি বর্গ। কিন্তু বর্গাকার চিত্র নয়
6. প্রমাণ করি যে, একটি বর্গাকার চিত্রের বাহুগুলির মধ্যবিন্দুগুলি পরপর যুক্ত করলে যে চতুর্ভুজটি গঠিত হয় সেটি একটি বর্গাকার চিত্র
7. প্রমাণ করি যে একটি কষসের বাহুগুলির মধ্যবিন্দুগুলি পরপর যুক্ত করে যে চতুর্ভুজটি গঠিত হয় সেটি একটি আয়তাকার চিত্র
8. ABC ত্রিভুজের AB এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D এবং E । P এবং Q যথাক্রমে CD ও BD এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করি যে, BE এবং PQ পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে
9. ABC ত্রিভুজের $\angle ABC$ এর সমদ্বিখন্ডকের উপর AD লম্ব। D বিন্দু দিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল সরলরেখাংশ DE টানা হলো যা AC বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে $AE = EC$
10. ABC ত্রিভুজের AD মধ্যমা। B ও C বিন্দু দিয়ে AD -এর সমান্তরাল সরলরেখাংশ BR এবং CT টানা হলো যাঙ্গা বর্ধিত BA এবং CA বাহুর সম্মুখ যথাক্রমে T এবং R বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করি যে $AD = RB + \frac{1}{2} TC$
11. $ABCD$ ট্র্যাপিজিয়ামের $AB \parallel DC$ এবং $AB > DC$ । E এবং F যথাক্রমে কর্ণের AC ও BD -এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করি যে $EF = \frac{1}{2}(AB - DC)$
12. AB সরলরেখাংশের মধ্যবিন্দু C এবং PQ যেকোনো একটি সরলরেখা। A , B ও C বিন্দু থেকে PQ সরলরেখার ক্ষুদ্রতম দূরত্ব যথাক্রমে AR , BS এবং CT । প্রমাণ করি যে, $AR + BS = 2CT$
13. ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D , A বিন্দু দিয়ে PQ যেকোনো একটি সরলরেখা। B , C এবং D বিন্দু থেকে PQ সরলরেখার উপর লম্ব যথাক্রমে BL , CM এবং DN । প্রমাণ করি যে, $DL = DM$

14. ABCD একটি বর্গাকার চিত্র। AC এবং BD কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করে। $\angle BAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক BD-কে P বিন্দুতে এবং BC-কে Q বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, $OP = \frac{1}{2} CQ$

15. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q)

- (i) PQR ত্রিভুজে $\angle PQR = 90^\circ$ এবং $PR = 10$ সেমি. PR বাহুর মধ্যবিন্দু S হলে QS এর দৈর্ঘ্য
 (a) 4 সেমি. (b) 5 সেমি. (c) 6 সেমি. (d) 3 সেমি.
- (ii) ABCD ট্র্যাপিজিয়ামের $AB \parallel DC$ এবং $AB = 7$ সেমি. ও $DC = 9$ সেমি. AD ও BC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F হলে EF এর দৈর্ঘ্য
 (a) 4 সেমি. (b) 7 সেমি. (c) 6 সেমি. (d) 12 সেমি.
- (iii) ABC ত্রিভুজের AD মধ্যমা। মধ্যবিন্দু E বর্ধিত BE AC-কে F বিন্দুতে ছেদ করে। $AC = 10.5$ সেমি হলে, AF-এর দৈর্ঘ্য
 (a) 3 সেমি. (b) 5 সেমি. (c) 2.5 সেমি. (d) 3.5 সেমি.
- (iv) ABC ত্রিভুজের BC-কে A ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F, BE ও DF X বিন্দুতে এবং CF ও DE, Y বিন্দুতে ছেদ করলে, XY এর দৈর্ঘ্য সমান
 (a) $\frac{1}{2} BC$ (b) $\frac{1}{4} BC$ (c) $\frac{1}{3} BC$ (d) $\frac{1}{8} BC$
- (v) ABCD সামান্তরিকের BC বাহুর মধ্যবিন্দু E, DE এবং বর্ধিত AB, F বিন্দুতে মিলিত হয়। AF এর দৈর্ঘ্য সমান
 (a) $\frac{3}{2} AB$ (b) $2AB$ (c) $3AB$ (d) $\frac{5}{4} AB$

16. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

- (i) ABC ত্রিভুজের AD এবং BE মধ্যমা এবং BE এর সমান্তরাল সরলরেখা DF AC বাহুর দিকে F বিন্দুতে মিলিত হয়। AC বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সেমি হলে, CF বাহুর দৈর্ঘ্য কত তা লিখি।
- (ii) ABC ত্রিভুজের BC-কে A এবং AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R যদি $AC = 21$ সেমি, $BC = 29$ সেমি. এবং $AB = 30$ সেমি হয়, তাহলে ARPQ চতুর্ভুজের পরিমাপ লিখি।
- (iii) ABC ত্রিভুজের AC বাহুর উপর D যে কোনো একটি বিন্দু। P, Q, X, Y যথাক্রমে AB, BC, AD এবং DC-এর মধ্যবিন্দু। $PX = 5$ সেমি হলে QY এর দৈর্ঘ্য কত তা লিখি।
- (iv) ABC ত্রিভুজের BE ও CF মধ্যমা G বিন্দুতে ছেদ করে। P এবং Q যথাক্রমে BG এবং CG এর মধ্যবিন্দু। $PQ = 3$ সেমি হলে, BC এর দৈর্ঘ্য কত তা লিখি।
- (v) ABC ত্রিভুজের BC, CA ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F, FE, AD-কে O বিন্দুতে ছেদ করে। $AD = 6$ সেমি. হলে, AO-এর দৈর্ঘ্য কত তা লিখি।



10

লাভ ও ক্ষতি (PROFIT AND LOSS)



৪ জানুয়ারি আমাদের বিদ্যালয়ের প্রতিষ্ঠা দিবস। এ বছরে আমরা একটি প্রদর্শনির আয়োজন করেছি। আমরা ঠিক কল্যাণে যে প্রদর্শনীতে আমরা নিজস্বের আঁকা চিত্র ও নিজস্বের হাতে তৈরি জিনিস বিক্রি করে

সুখিয়া ৪ টাকা দরে ১০ টি ছবি বিক্রি করল

হিসাব করে দেখছি প্রতিটা ছবি তৈরি করতে ২ টাকা খরচ হয়েছে

ওই ১০ টি ছবির উপাধান হবে 10×2 টাকা = ২০ টাকা

কিন্তু ওই ১০ টি ছবির বিক্রির দাম সুখিয়া পেল 10×4 টাকা = ৪০ টাকা

এক্ষেত্রে কেনা দাম (ক্রয়মূল্য) = ২০ টাকা বিক্রির দাম (বিক্রয়মূল্য) = ৪০ টাকা [বিক্রি করে পেলাম]

বিক্রি করে কেনা দামের থেকে বেশি টাকা পাওয়ায় কী বলে?

কেনা দামের চেয়ে বেশি টাকা পাওয়ায় লাভ। এটা লাভ। লাভ হল।

এক্ষেত্রে কেনা দাম (ক্রয়মূল্য) = ২০ টাকা বিক্রির দাম (বিক্রয়মূল্য) = ৪০ টাকা [বিক্রি করে পেলাম]

লাভ = ৪০ টাকা - ২০ টাকা = বিক্রয়মূল্য - ক্রয়মূল্য লাভ = বিক্রয়মূল্য - ক্রয়মূল্য

সজল কিন্তু শাকিলচাঁচাকে ১০ টি ছবির প্রতিটা ছবি ১ টাকা দরে বিক্রি করল

এক্ষেত্রে ১০ টি ছবির বিক্রির দাম 10×1 টাকা = ১০ টাকা

কিন্তু ওই ১০ টি ছবির কেনা দাম 10×2 টাকা = ২০ টাকা

সজল এই ১০ টি ছবি বিক্রি করে কেনা দামের থেকে কম টাকা পেল

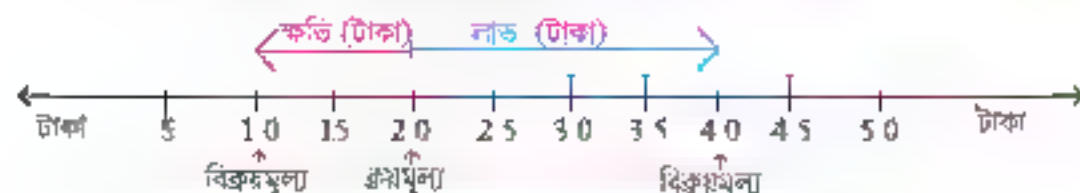
এইরকম বিক্রি করে কেনা দামের থেকে কম টাকা পাওয়ায় কী বলে?

কেনা দামের চেয়ে কম টাকা পাওয়ায় ক্ষতি। এটা ক্ষতি। ক্ষতি হল।

এক্ষেত্রে কেনা দাম (ক্রয়মূল্য) = ২০ টাকা বিক্রির দাম (বিক্রয়মূল্য) = টাকা

ক্ষতি = ২০ টাকা - ১০ টাকা = ক্রয়মূল্য - বিক্রয়মূল্য ক্ষতি = ক্রয়মূল্য - বিক্রয়মূল্য

আমি একটি সরলরেখায় লাভ ও ক্ষতি লেখার চেষ্টা করি

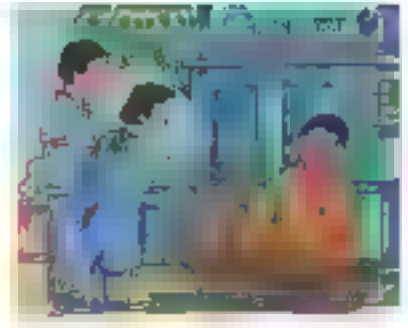


লাভ: $40 - 20 = 20$ ক্ষতি: $20 - 10 = 10$ $20 > 10$ \therefore লাভ হল

$0 < 20$ বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্য $>$ বা $<$ বসাই হলে ক্ষতি হয়



- ১ আজ কলে বিক্রির সময় আমি ও জয়ন্ত একই মনে কিনে আনলাম আমি ৫ টি পেয়ারা ২৫ টাকায় কলম ২ ও জয়ন্ত ৬ টি কলা কিনলাম কিনলে আমাদের ৫ জনকে আমাদেব কলা পেয়ারা ও কলা পাত্তাকসহন ভাঙ্গ তপ করে নিল অংশ পাত্তাকসহন টি পেয়ারা ও ১ টি কলা কিন এবং প্রত্যকে টি পেয়ারার জন্য ৪ টাকা ও ১ টি কলার জন্য ২ টাকার আমাদেব নিল



- ১.১ হিসাব করে দেখি জয়ন্তের বাড়ি করে আমাদেব পেয়ারার মত থেকে বেশি টাকা পেলাম না কিম টাকা পেলাম আমি পেয়ারা কিনেছি টাকায় কিন্তু বিক্রি করে পেলাম 4×6 টাকা = টাকা যেহেতু বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্য $[>/<]$ আমি পেয়ারা বিক্রি করে ২৫ টাকা 24 টাকা = টাকা লাভ/ক্ষতি কবলাম

- ১.২ হিসাব করে দেখি পেয়ারা বিক্রি করে আমাদেব ক্ষতির কত ক্ষতি হলে
 25 টাকায় ক্ষতি হলো 1 টাকা
 1 টাকায় ক্ষতি হলো $\frac{1}{25}$ টাকা
 100 টাকায় ক্ষতি হলো $\frac{1}{25} \times 100$ টাকা = 4 টাকা

দুহেই পেয়ারা বিক্রি করে আমাদেব 4% ক্ষতি হয়েছে

$$\text{পেলাম শতকরা ক্ষতি} = \frac{\text{মোট ক্ষতি}}{\text{ক্রয়মূল্য}} \times 100$$

- ১.৩ হিসাব করে দেখি কলা বিক্রি করে জয়ন্ত শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হলো

জয়ন্ত কলা কিনেছিল টাকায়

কিন্তু কলা বিক্রি করে জয়ন্ত পেলাম \times টাকা = 12 টাকা

কলা বিক্রি করে জয়ন্তের (টাকা টাকা = 2 টাকা লাভ/ক্ষতি হলো

জয়ন্ত 10 টাকায় লাভ করে 2 টাকা

1 টাকায় লাভ করে $\frac{1}{10}$ টাকা

100 টাকায় লাভ করে $\frac{2 \times 100}{10}$ টাকা = 20 টাকা

তাই জয়ন্ত কলা বিক্রি করে 20% লাভ করল

$$\text{পেলাম শতকরা লাভ} = \frac{\text{মোট লাভ}}{\text{ক্রয়মূল্য}} \times 100$$



1.4 কিছু কলম (বিক্রয়মূল্য) এর উপর ১০ টাকা লাভ করলে হিসাব ক.এ.লিখ।

12 টাকায় লাভ করে 2 টাকা

1 টাকায় লাভ করে $\frac{2}{12}$ টাকা

100 টাকায় লাভ করে $\frac{2}{12} \times 100$ টাকা = $\frac{50}{3}$ টাকা = $16 \frac{2}{3}$ টাকা



অর্থাৎ, বিক্রয়মূল্যের উপর লাভ করে $16 \frac{2}{3} \%$

আমি অন্যভাবে সমানুপাতে হিসাব করি

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো

যেহেতু, বিক্রয়মূল্য ও লাভ (সরল/বাস্তব) সম্পর্কে আছে,

সরল সমানুপাতটি হলো, 12 : 100 :: 2 : ? (নির্ণয় লাভ)

নির্ণয় লাভ = $\frac{100}{12} \times 2 \%$ = $16 \frac{2}{3} \%$

বিক্রয়মূল্য (টাকা)	লাভ (টাকা)
12	2
100	?

1.5 নারসিং একটি পেন লিফ্ট করে বিক্রয়মূল্যের উপর 20% লাভ করে। বিক্রয়মূল্যের উপর তাঁর শতকরা লাভ কত হলো হিসাব করি

বিক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে লাভ হয় = 20 টাকা

ক্রয়মূল্য (100 - 20) টাকা = 80 টাকা

80 টাকার উপর লাভ হয় 20 টাকা

1 টাকার উপর লাভ হয় $\frac{20}{80}$ টাকা

100 টাকার উপর লাভ হয় $100 \times \frac{20}{80}$ টাকা = 25 টাকা।

* অর্থাৎ সরল সমানুপাতের বিধান ক.এ.লিখ।



1.6 10টি পেনের ক্রয়মূল্য 8টি পেনের বিক্রয়মূল্যের সমান হলে শতকরা লাভ বা ক্ষতি হিসাব ক.এ.

10টি পেনের ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে

8টি পেনের বিক্রয়মূল্য হয় 100 টাকা

1টি পেনের বিক্রয়মূল্য $\frac{100}{8}$ টাকা

10টি পেনের বিক্রয়মূল্য $10 \times \frac{100}{8}$ টাকা = 125 টাকা

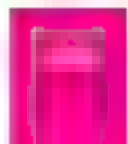
10টি পেন বিক্রয় করে লাভ টাকা

বা ক্ষতি লাভ



1.7 ছক পূরণ করি

ক্রয়মূল্য	বিক্রয়মূল্য	লাভ/ক্ষতি	শতকরা লাভ/ক্ষতি	বিক্রয়মূল্যের উপর শতকরা লাভ/ক্ষতি
40 টাকা	475 টাকা			
25 টাকা		25 টাকা লাভ		
750 টাকা		50 টাকা ক্ষতি		





১. একটি সোফিস্টিকার উৎপাদন খরচ ২০ টাকা।
 ২. প্রতি সোফিস্টিকার প্রতি দিলি আচার ২৫ টাকায় বিক্রয় করেন।
 ৩. প্রতি সোফিস্টিকার প্রতি দিলি আচার ২৫ টাকায় বিক্রয় করেন।
 ৪. প্রতি সোফিস্টিকার প্রতি দিলি আচার ২৫ টাকায় বিক্রয় করেন।

আমি হিসাব করে দেখছি, দিলি আচারের উৎপাদন খরচ ২০ টাকা।

কিন্তু সোফিস্টিকার প্রতি দিলি আচার ২৫ টাকায় বিক্রয় করেন।

আমি সোফিস্টিকার আচারের ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের ছক তৈরি করি।

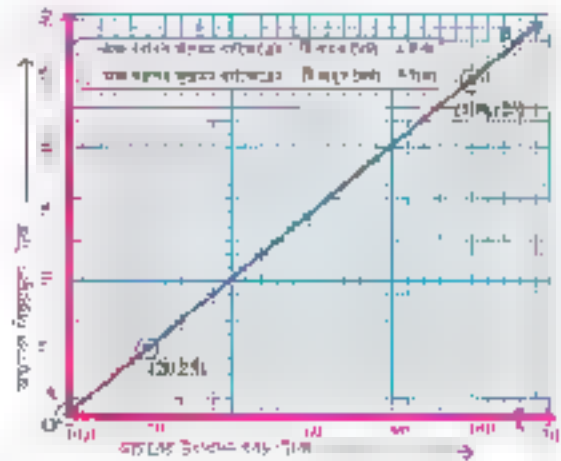


আচারের ক্রয়মূল্য (টাকা)	০	২০
আচারের বিক্রয়মূল্য (টাকা)	০	২৫

২. আমি ছক কাগজে উপরে সোফিস্টিকার ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের তথ্যগুলি একটি লেনচিত্রে আঁকি।

১. প্রথমে ছক কাগজে দুটি পরস্পর লম্ব সমল রেখা x -অক্ষ ও y -অক্ষ আঁকি।

(২) x -অক্ষ বরাবর আচারের উৎপাদন খরচ (টাকা) এবং y -অক্ষ বরাবর আচারের বিক্রয়মূল্য (টাকা) নিয়ে (০,০) ও (২০,২৫) বিন্দুগুলি বসিয়ে যোগ করে OB রশ্মি পেলো।



লেনচিত্রটি সেকে কী কী তথ্য জানতে পারছি দেখি।

১. দেখছি ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের লেনচিত্রটি রৈখিক লেনচিত্র অর্থাৎ ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য

□ (সরল ব্যাস্ত) সম্পর্কে আছে।

(২) সোফিস্টিকার যদি উৎপাদন খরচ ২০০ টাকা হয় লেনচিত্র থেকে বিক্রয়মূল্য লিখি।

দেখছি, উৎপাদন খরচ ২০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ২৫ টাকা।

অর্থাৎ সেকে সোফিস্টিকার লাভ হবে ২৫ টাকা - ২০০ টাকা = ২৫ টাকা।

বুঝছি, লেনচিত্র থেকে আচারের বিক্রি করে সোফিস্টিকার লাভ শতকরা ২৫ বা ২৫%।

(৩, আবার লেনচিত্র থেকে দেখছি, বিক্রয়মূল্য ০০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য _____ টাকা [নিজে লিখি]।

সেকে, বিক্রয়মূল্যের উপর শতকরা লাভ কত দেখি।

লেনচিত্র থেকে দেখছি বিক্রয়মূল্য = ০০ টাকা হলে উৎপাদন খরচ ৪০ টাকা।

লাভ = _____ টাকা - ৪০ টাকা = ২০ টাকা বিক্রয়মূল্যের উপর শতকরা লাভ ২০।

৪. লেনচিত্র থেকে ক্রয়মূল্য ২২ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য _____ টাকা [নিজে লিখি]।

সেকে সোফিস্টিকার কত টাকা লাভ হবে হিসাব কবি [নিজে লিখি]।

৫. লেনচিত্র থেকে বিক্রয়মূল্য ২৫ টাকা হলে সোফিস্টিকার উৎপাদন খরচ কত টাকা হবে হিসাব করে লিখি [নিজে লিখি]।



- ১) আমি ও আমার বন্ধু মাহন ঠিক করেছি কয়েক নিন্ম কণজ কিনে ছোটো 'খাতা খাতা' তৈরি করে বিক্রি করব। বিক্রি করে যা টাকা লাভ হান, সেই টাকা 'কোন' দাতব্য হাসপাতালে দান। মাহনদর ওরুর কেনার জন্য দেব। এই আমরা ঠিক করেছি ২৫% লাভ খাতা খাতা করে। লেখচিত্র পঠন করে জানাযাযে যে খাতা ২০ টন ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যেব হিসাব করি।



আমরা ২৫% লাভে খাতা বিক্রয় করব। অর্থাৎ

খাতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য হবে $1.00 + \frac{\text{টাকা}}{100} = \text{টাকা}$ ।

আমি ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যেব ছক তৈরি করলাম।

খাতার ক্রয়মূল্য (টাকা)	০	১০০
খাতার বিক্রয়মূল্য (টাকা)	০	১২৫

- প্রথমে ছক কণজে x অক্ষ ও y অক্ষ একে দুই অক্ষ বরাবর একটি সুসংযোজনক স্থান নিলাম।
- x-অক্ষ বরাবর খাতার ক্রয়মূল্য এবং y-অক্ষ বরাবর খাতার বিক্রয়মূল্য
- ছক কণজে ও বিন্দুগুলি বসিয়ে যোগ করে OD রশ্মি পেলাম।

১) লেখচিত্র থেকে দেখি, আমাদের খাতা তৈরি করার জন্য যদি খরচ ৫০ টাকা হয়, তখন ২৫% লাভে বিক্রয় করার জন্য বিক্রয়মূল্য কত রাখতে হবে।

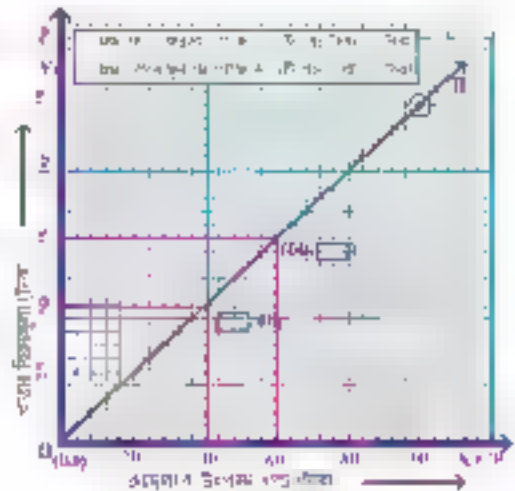
১) লেখচিত্র থেকে খাতা ২০ টি বর ফলচের সঙ্গে বিক্রয়মূল্যের সম্পর্ক লিখি।

২) লেখচিত্র থেকে ৫০ টাকা বিক্রয়মূল্য হলে খাতা তৈরি করার কতটাকা খরচ হবে হিসাব করে লিখি।

৩) লেখচিত্র থেকে ৮০ টাকা খাতা তৈরি করতে খরচ হলে বিক্রয়মূল্য কত হবে লিখি। [লেখচিত্রে মার্কে একে লিখি]

৪) লেখচিত্র থেকে ৭৫ টাকা বিক্রয়মূল্য হলে খাতা তৈরি করতে কত খরচ হবে লিখি।

৫) লেখচিত্র থেকে হিসাব করে দেখি, বিক্রয়মূল্যের উপর খরচের কত লাভ হবে।



২) লেখচিত্র দেখি ও মাহনের প্রায়গুলির উত্তর খুঁজি।

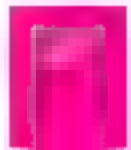
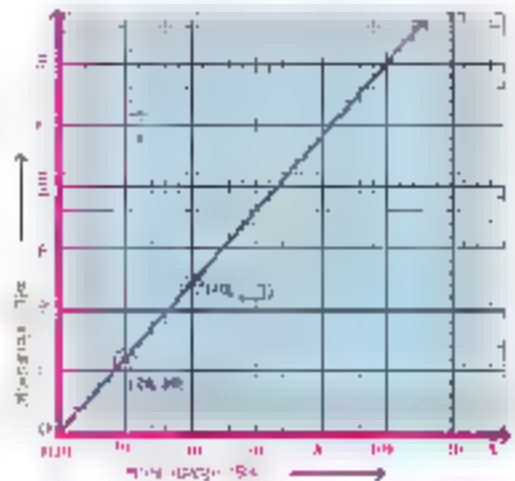
(১) পেনের ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য কী সম্পর্কে আছে লিখি।

১) পেনের ক্রয়মূল্য যখন ২০ টাকা, তখন ক্রয়মূল্য কত টাকার হবে লিখি এবং এর ফলে লাভ না ক্ষতি হবে দেখি।

২) পেনের ক্রয়মূল্য ৭০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য কত টাকার হবে লিখি।

৩) যখন পেনের ক্রয়মূল্য ৫০ টাকা, তখন পেন বিক্রি করে কত ক্ষতি হবে লিখি।

৪) লেখচিত্র থেকে পেন বিক্রি করে ক্ষতির শতকরা হার লিখি।



5

কামাল ২০০ টাকায় একটি ঘড়ি কিনল। সে ওই ঘড়িটি বিক্রি করে ৩০% লাভ করলেও চলে। হিসাব করে দেখি কামাল কত টাকায় ওই ঘড়িটি বিক্রি করবে।
কামাল ৩০% লাভ করলে তার অর্থাৎ,

২০০ টাকা ক্রয়মূল্য 'কেনা দাম' হলে বিক্রয়মূল্য হবে $200 + 30\%$ টাকা = ২৬০ টাকা

১০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য হবে ১৩০ টাকা

১ টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য হবে $\frac{130}{100}$ টাকা

২০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য হবে $\frac{130}{100} \times 200$ টাকা = ২৬০ টাকা

৩০% লাভ রাখতে হলে কামালকে ওই ঘড়িটি ২৬০ টাকায় বিক্রি করতে হবে।

জ্ঞাপকপত্র	সংজ্ঞিত লক্ষ্য
১০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে লাভ ৩০% হলে	১৩০ টাকা
১ টাকা ক্রয়মূল্য হলে লাভ ৩০%	$\frac{130}{100}$ টাকা
২০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে লাভ ৩০%	$\frac{130}{100} \times 200$ টাকা
২৬০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে লাভ ৩০%	২৬০ টাকা
২৬০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে লাভ ৩০%	২৬০ টাকা



6

বরনা ঘাসি ১১৪৫ টাকায় ডজন কলা বিক্রি করার ৫% ক্ষতি হলে ডজন কলা বরনা ঘাসি কত টাকায় কিনেছিলেন হিসাব করে দেখি।

ডজন কলায় ক্রয়মূল্য ১০৫ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য হবে $105 - 5\%$ টাকা = ৯৯ টাকা

কারণ বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য - ক্ষতি]

কলার কেনাকাটা আছে [ক্রয়মূল্য] বের করতে হবে

কলার বিক্রয়মূল্য ৯৯ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০৫ টাকা

কলার বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{105}{99}$ টাকা

কলার বিক্রয়মূল্য ২২৪৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{105 \times 2280}{99}$ টাকা = $\frac{2280}{99}$ টাকা = ২৪ টাকা

বরনা ঘাসি ১ ডজন কলা কিনেছিলেন ২৪ টাকায়।

7

শাব্বী ১টি শাড়ি বিক্রি করলে ৩০ টাকা ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত ১৫ : ১৬ হলে শাব্বী শাড়িটির লাভ বা ক্ষতি অনুপাত তৈরি করে হিসাব করে

শাড়িটির ক্রয়মূল্য ২৫x টাকা হলে বিক্রয়মূল্য হবে ২৪x টাকা (যেখানে x=১)

এখানে বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্য ১০০ (লিখি)

সুতরাং ক্ষতি হয় () টাকা = x টাকা

ক্রয়মূল্য ও ক্ষতি (সবল ব্যস্ত) সম্পর্কে আছে।

সবল সমানুপাতটি হলো $25x : 100 = x : 4$ (নির্ণেয় ক্ষতি)

নির্ণেয় ক্ষতি = ৪%

এবার বিক্রয়মূল্যের উপর শতকরা লাভ ক্ষতি হলে হিসাব করে নিজে করি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো:	
ক্রয়মূল্য (টাকা)	ক্ষতি (টাকা)
25x	x
100	9



১. সুজিত বাবু ৬৬০ টাকায় একটি শাল বিক্রি করেছেন। শাল বিক্রি করে সুজিতবাবু যত টাকা লাভ হলো ৬০ টাকায় বিক্রি করলে তত টাকা ক্ষতি হতো। সুজিতবাবু শালটি কত টাকায় কিনেছিলেন হিসাব কান লিখি।

ধরি, ৬৬০ টাকায় বিক্রি করে সুজিতবাবু x টাকা লাভ হলো।

ওই শালটির ক্রয়মূল্য = $(660 - x)$ টাকা

আবার, ৬৪০ টাকায় বিক্রি করলে x টাকা ক্ষতি হতো।

শালের ক্রয়মূল্য পাই $(640 + x)$ টাকা

শর্তানুসারে $660 - x = 640 + x$

বা, $x - x = 640 - 660$

বা, $2x = -20$

$x = -10$

সুজিতবাবু শালটি $(660 - 10)$ টাকা = ৬৫০ টাকায় কিনেছিলেন।



২. বহিষ্কুলচাঁচা ৭% টাকায় একটি ছাতা কিনেছিলেন। ১% ক্ষতি হলে ছাতাটি কত টাকায় বিক্রি করলে বহিষ্কুলচাঁচার ১% লাভ হতো? তা সমানপাত্ত তেলি কায় হিসাব কায় লিখি।

৭% লাভ হলে = ক্রয়মূল্য $\times 1.07$ = বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য $+ ৭\%$

১% ক্ষতি হয়েছে অর্থাৎ

ছাতাটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $(100 - 1)$ টাকা = ৯৯ টাকা



গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো

বিক্রয়মূল্য (টাকা)	ক্রয়মূল্য (টাকা)
৯৯	১০০
১৭৮	?

বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্য $\left[\frac{\text{সরল/বস্তুর}}{\text{সম্পর্কে}} \right]$ আছে

সরল সমানুপাতটি হলো $৯৯ : ১৭৮ :: ১০০ : x$ (নির্ণেয় ক্রয়মূল্য)

নির্ণেয় ক্রয়মূল্য = $\frac{100 \times 178}{99}$ টাকা = ২০০ টাকা

বহিষ্কুলচাঁচা ১% লাভ করতে চান

ক্রয়মূল্য (টাকা)	বিক্রয়মূল্য (টাকা)
১০০	$100 + 1 = 111$
২০০	?

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো

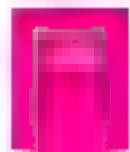
ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য $\left[\frac{\text{সরল/বস্তুর}}{\text{সম্পর্কে}} \right]$ আছে

সরল সমানুপাতটি হলো

$১০০ : ২০০ :: ১১১ : x$ (নির্ণেয় বিক্রয়মূল্য)

নির্ণেয় বিক্রয়মূল্য = $\frac{200 \times 111}{100}$ টাকা = ২২২ টাকা

১% লাভ পেতে হলে বহিষ্কুলচাঁচাকে ছাতাটি ২২২ টাকায় বিক্রি করতে হবে।



সিতারা বেগম একটি ব্যাগ বিক্রি করে ০.৯ ফ্রিডল ৯০ ন। যদি সেই ব্যাগ ক্রয়মূল্য আরও ০.৬ টাকা কম এবং বিক্রয়মূল্য ২৬ টাকা বেশি হতো তবে সিতারা বেগমের ১৫% লাভ হতো। হিসাব কান দোঃ সিতারা বেগম কত টাকায় ব্যাগটি কিনেছেন।

ধরি, সিতারা বেগম ব্যাগটি x টাকায় কিনেছিলেন।

১০% ক্ষতিতে বিক্রি করেন অর্থাৎ,

১০০ টাকার ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য $(১০০ - ১০)$ টাকা = ৯০ টাকা

টাকার ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য $= \frac{৯০}{১০০}$ টাকা

x টাকার ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য $= \frac{৯০ \times x}{১০০}$ টাকা $= \frac{9x}{10}$ টাকা

ক্রয়মূল্য যদি ১০ টাকা কম হতো তখন ক্রয়মূল্য = $x - ১০$ টাকা

বিক্রয়মূল্য যদি ২৬ টাকা বেশি হতো তখন বিক্রয়মূল্য $= \frac{9x}{10} + ২৬$ টাকা (I)

তখন ১৫% লাভ হতো। অর্থাৎ ক্রয়মূল্য $(x - ১০)$ টাকার উপর ১৫% লাভ হতো।

তখন বিক্রয়মূল্য $= [(x - ১০) + (x - ১০) \times \frac{15}{100}]$ টাকা

$= [x - ১০ + \frac{3}{20} (x - ১০)]$ টাকা $=$ টাকা নিয়ে করি

(I) ও (II) থেকে পাই, $\frac{9x}{10} + ২৬ = \frac{23x - ২৩০}{20}$

বা. $\frac{9x + ২৬০}{10} = \frac{23x - ২৩০}{20}$

বা. $২(9x + ২৬০) = ২৩x - ২৩০$

বা. $১৮x + ৫২০ = ২৩x - ২৩০$

বা. $৪x - ২৩x = -৫২০ - ২৩০$ বা. $৫x = -৭৫০$

$x = ১৫০$ সিতারা বেগম ব্যাগটি ১৫০ টাকায় কিনেছিলেন।

কম্পিউটার

ধরি ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

বিক্রয়মূল্য $(১০০ - ১০)$ টাকা $= ৯০$ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০ টাকা কম হলে ক্রয়মূল্য হয় $(১০০ - ১০)$ টাকা

বিক্রয়মূল্য ২৬ টাকা বেশি হলে বিক্রয়মূল্য হয় $(৯০ + ২৬)$ টাকা

এখন লাভ হয় $২৬ - ১০ = ১৬$ টাকা।

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $(১০০ - ১০)$ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $(১০০ - ১০)$ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $(১০০ - ১০)$ টাকা

আবার $১৬ - ১০ = ৬$ টাকা

শর্তানুসারে $১৬ - ১০ = ৬$ টাকা

বা. $১৬ - ১০ = ৬$ টাকা

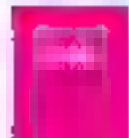
বা. $১৬ - ১০ = ৬$ টাকা

বা. $১৬ - ১০ = ৬$ টাকা

বা. $১৬ - ১০ = ৬$ টাকা

বা. $১৬ - ১০ = ৬$ টাকা

সুতরাং সিতারা বেগম ব্যাগটি ১৫০ টাকায় কিনেছিলেন।



- 11 বাণনবাবু 2 টি ল ডাক 5 টাকায় বিক্রি করায় 4 % ক্ষতি হলে তিনি কতগুলি ল ডাক 1 টাকায় বিক্রি করলে 28 % লাভ হতো তা হিসাব করে দেখি

বিক্রয়মূল্য 1.00 4 টাকায় 96 টাকা হলে ক্রয়মূল্য হয় 1.00 টাকা

ক্রয়মূল্য 1 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য হয় $\frac{1.00}{96}$ টাকা

বিক্রয়মূল্য 5 টাকা হলে ক্রয়মূল্য হয় $\frac{1.00}{96} \times 5 \text{ টাকা} = \frac{125}{24} \text{ টাকা}$

ক্রয়মূল্য 1.00 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $1.00 + 28\% \text{ টাকা} = 1.28 \text{ টাকা}$

ক্রয়মূল্য 1 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{1.28}{100}$ টাকা

ক্রয়মূল্য $\frac{125}{24}$ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{1.28}{100} \times \frac{125}{24} \text{ টাকা} = \frac{20}{3} \text{ টাকা}$

$\frac{20}{3}$ টাকায় বিক্রি করেন 2 টি লডেক্স

1 টাকায় বিক্রি করেন $\frac{2 \times 3}{20} = \frac{3}{10}$ টি লডেক্স।

10 টাকায় বিক্রি করেন $\frac{12 \times 3 \times 10}{20} = 18$ টি লডেক্স

সুতরাং বাণনবাবু 10 টাকায় 18 টি লডেক্স বিক্রি করলে 28 % লাভ হতো

- 12 এক ফ্লোরি একটি টেলিভিশন 1000 টাকায় বিক্রি করেন যদি ক্রয়মূল্য 10 % কম তবে প্রকৃত মূল্য 80 টাকা কম হতো তাহলে ক্রয়মূল্যের 20 % লাভ হতো এটি টেলিভিশনটির ক্রয়মূল্য কত তা হিসাব করে দেখি

ধরি, টেলিভিশনটির ক্রয়মূল্য 100x টাকা

সুতরাং বিক্রয়মূল্য $100x \times \frac{110}{100} \text{ টাকা} = 110x \text{ টাকা}$

ক্রয়মূল্য 10 % কম হলে ক্রয়মূল্য হয় 90x টাকা

বিক্রয়মূল্য 180 টাকা কম হলে বিক্রয়মূল্য হয় $(110x - 180) \text{ টাকা}$

কিন্তু বর্তমান ক্রয়মূল্যের উপর 20 % লাভ হয়

সুতরাং বর্তমান বিক্রয়মূল্য $90x \times \frac{120}{100} \text{ টাকা} = 108x \text{ টাকা}$

শর্তানুসারে $110x - 180 = 108x$

বা $110x - 108x = 180$

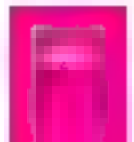
বা $2x = 180$

বা $x = \frac{180}{2}$

$x = 90$

সুতরাং $100x = 9000$

টেলিভিশনটির ক্রয়মূল্য 9000 টাকা



- ১৩) সুদীপকাক ২৭ টাকা প্রতি কিগ্রা দামের পেঁয়াজের সমস্ত ২৫ কিগ্রা প্রতি কিগ্রা দামের পেঁয়াজ মিশিয়ে প্রতি কিগ্রা মিশ্রিত পেঁয়াজ ২৭ টাকা বিক্রি করে ৩৭% লাভ করেন। তিনি কী অনুপাতে মিশ্রণ করে পেঁয়াজ মিশিয়ে ছিলেন হিসাব কবি।

ধরি সুদীপকাক x কিগ্রা, প্রথম প্রকারের পেঁয়াজের সমস্ত y কিগ্রা, দ্বিতীয় প্রকারের পেঁয়াজ মিশিয়ে ছিলেন

x কিগ্রা প্রথম প্রকারের পেঁয়াজের ক্রয়মূল্য $32x$ টাকা

y কিগ্রা দ্বিতীয় প্রকারের পেঁয়াজের ক্রয়মূল্য $25y$ টাকা

$(x + y)$ কিগ্রা মিশ্রিত পেঁয়াজের ক্রয়মূল্য $32x + 25y$ টাকা।

প্রতি কিগ্রা পেঁয়াজের বিক্রয়মূল্য ২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

প্রতি কিগ্রা পেঁয়াজের বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{100}{120}$ টাকা

প্রতি কিগ্রা পেঁয়াজের বিক্রয়মূল্য ২২.৪০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{100 \times 32.40}{120}$ টাকা = $\frac{3240}{120}$ টাকা = ২৭ টাকা

$(x + y)$ কিগ্রা, মিশ্রিত পেঁয়াজের ক্রয়মূল্য $27(x + y)$ টাকা

অতীন্দ্রসারে, $32x - 25y = 27(x + y)$

বা, $32x + 25y = 27x + 27y$

বা $32x - 27x = 27y - 25y$

বা $5x = 2y$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$

$x : y = 2 : 5$

অতীন্দ্রসারে, $32x - 25y = 27(x + y)$

বা $32x + 25y = 27x + 27y$

বা $32x - 27x = 27y - 25y$

বা $5x = 2y$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$

$x : y = 2 : 5$

- ১৪) রমেনকাক তাঁর লকসান একটি টেলিভি ও একটি চেয়ার ৩০০০ টাকায় কিনে আনেন। তিনি টেলিভি ২৫% লাভ এবং চেয়ারটি ১০% ক্ষতিতে বিক্রি করে। যদি ক্রয়মূল্যের ওপর ৪% লোকসান টাটক ও চেয়ারটি রমেনকাক কত মায়ে কিনেছিলেন হিসাব করি।

ধরি রমেনকাক টেলিভি x টাকায় ও চেয়ারটি y টাকায় কিনেছিলেন

অতীন্দ্রসারে, $x - y = 3000$ (I)

$$\frac{15x}{100} - \frac{10y}{100} = 3000 \times \frac{25}{100}$$

বা $\frac{15x}{100} - \frac{10y}{100} = 250$ (II)

(II) নং সমীকরণ থেকে পাই, $15x - 10y = 25000$

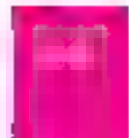
(I) নং সমীকরণকে ১০ দিয়ে গুণ করি, $10x - 10y = 30000$

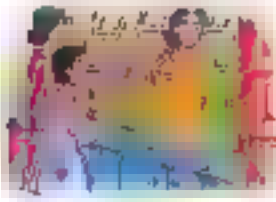
$$15x - 10y = 25000$$

যোগ করে পাই, $25x = 55000$

$$\text{বা, } x = \frac{55000}{25} = 2200$$

আবার, (I) নং থেকে পাই, $y = 3000 - 2200 = 800$





মিতা কাকিমার ৭ টাকার ক্ষতি হলো। কিন্তু কিছু লভ্য নে লখা = মিতা কাকিমা (মোলামনদ অন্যান্য গরুর কাঁড়ার চাল) বেন
মিতা কাকিমা 42 টাকায় বইটি কিনেছিলেন
বইটির বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্য > < বলাই।
ওই বইটি বিক্রি করে মিতা কাকিমা 45 টাকা 42 টাকা = টাকা (লাভ/ক্ষতি) করলেন
বুঝেছি, বইটির ক্রয়মূল্য 42 টাকা
বইটির বিক্রয়মূল্য টাকা

তাহলে বইয়ের উপর সেখা মূল্যটিকে কী বলব?

বইয়ের উপরে সেখা মূল্যটি হলো ধার্যমূল্য

এই 50 টাকা 45 টাকা) = 5 টাকা কমানোকে কী বলে?

একে ছাড় বা ডিসকাউন্ট বলা হয়

বুঝেছি, তাহলে বইটির ধার্যমূল্য 50 টাকা

মিতা কাকিমা 50 টাকা ধার্যমূল্যের বই 45 টাকায় বিক্রয় করলেন

বুঝেছি 50 টাকা ধার্যমূল্যের বই 5 টাকা ছাড় দিয়ে 45 টাকায় বিক্রি করেছেন



- 15 আমরা বাস অয়ন ওই লোকান হাতে একটি বই কিনল যার ধার্যমূল্য 140 টাকা মিতা কাকিমা অয়নকে ধার্যমূল্যের উপর 10% ছাড় দিয়ে বইটি বিক্রি করলেন 40 টাকার উপর 10% ছাড় ধার্যমূল্য 140 টাকা ছাড় মিলেন হিসাব করি

10% ছাড় মানে 100 টাকা ধার্যমূল্য হলে 10 টাকা ছাড়

1 টাকা ধার্যমূল্য হলে টাকা ছাড়

140 টাকা ধার্যমূল্য হলে $\frac{10}{100} \times 140$ টাকা = 14 টাকা ছাড়

140 টাকায় 14 টাকা ছাড় পায় 140 টাকা 14 টাকা) = টাকায় অয়ন বইটি কিনল

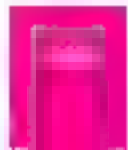
- 16 মিতা কাকিমা 120 টাকায় বইটি কিনেছেন হিসাব করে লখি ওই বইটি অয়নকে লাভের সাথে 20% লাভে বিক্রি করলেন

বইটির ক্রয়মূল্য = 120 টাকা এবং বিক্রয়মূল্য = 126 টাকা

লাভ = 26 টাকা 20 টাকা = 6 টাকা

শতকরা লাভ = $\frac{6}{120} \times 100$ টাকা = 5 টাকা

ওই বইটি ধার্যমূল্যের উপর 10% ছাড় দিয়ে বিক্রি করলে মিতা কাকিমার 5% লাভ থাকল



- ১৭ এক পত্রিকা প্রকাশক উৎপাদন ব্যয় উপর ১০% লাভ শর্ডিং একটি বইটির মূল্য ছাপান ১৯৮ টাকা কিন্তু বিক্রি করার সময় লিখিত মূল্যের উপর ১০% ছাড় দেন পত্রিকা প্রকাশক শতকরা লাভ হিসাব করে যদি বইটির উৎপাদন ব্যয় ১০০ টাকা

সুতরাং, বইটির উপর লিখিত মূল্য $100 + 30$ টাকা = ১৩০ টাকা

বইটির লিখিত মূল্য ৩০ টাকা হলে উৎপাদন ব্যয় ১০০ টাকা

বইটির লিখিত মূল্য ১ টাকা হলে উৎপাদন ব্যয় $\frac{100}{130}$ টাকা

বইটির লিখিত মূল্য ২৪৬ টাকা হলে উৎপাদন ব্যয় $\frac{100 \times 286}{130}$ টাকা = ২২০ টাকা

বইটির উৎপাদন ব্যয় ২২০ টাকা

কিন্তু প্রকাশক বিক্রি করার সময় লিখিত মূল্যের উপর ১০% ছাড় দেন

সুতরাং প্রকাশক বইটি বিক্রি করেন $286 - \frac{286 \times 10}{100}$ টাকায়

$$= (286 - 28.60) \text{ টাকায়} = 257.40 \text{ টাকায়}$$

প্রকাশকের লাভ ২৫৭.৪০ টাকা - ২২০ টাকা = ৩৭.৪০ টাকা

প্রকাশক ২২০ টাকায় লাভ করেন ৩৭.৪০ টাকা

প্রকাশক ১ টাকায় লাভ করেন $\frac{37.40}{220}$ টাকা

প্রকাশক ১০০ টাকায় লাভ করেন $\frac{37.40 \times 100}{220}$ টাকা = $\frac{3740}{220}$ টাকা = ১৭ টাকা

প্রকাশকের শতকরা লাভ ১৭%

১৮ ছক পূরণ করি

নিংড়া করি

ক্রয়মূল্য	বিক্রয়মূল্য	হার্যমূল্য	হার্যমূল্যের উপর ছাড়	লাভকরা হার/শতাংশ
১৪৫ টাকা		১৬০ টাকা	১০%	
২৬০ টাকা	২৪৫ টাকা		৫%	
৩৫৫ টাকা		৪১০ টাকা	১৫%	
৪২৫ টাকা	৪৪০ টাকা	৫১০ টাকা		
৬০৫ টাকা		৭১০ টাকা		৫ লাভ

- ১৯ আমর লবু হাসানার একটি জুতা ও ব্যালনের দোকান আছে। জুতা চামড়ার জুতা ও ব্যালন হোব লব এন। বাকি করে আমর হাসানার দোকান থেকে একটি জুতা কিনল। জুতাটির মূল্য ২৪০ টাকা। হাসানার দোকান ৫% ছাড় আমরকে জুতাটির বিক্রয়মূল্য বলা। কিন্তু কালকালবু হাসানার বাবা লিডু পাব এসে এই বিক্রয়মূল্যের উপর আবার ৫% ছাড় দিয়ে জুতাটি বিক্রি করলেন। হিসাব করে দেখি আমর জুতাটি কিনতে যেটুকু টাকা ছাড় পেলাম

হাসানের দোকান ৫% ছাড় দিলে ছাড় পাই

$$= 240 \times \frac{5}{100} \text{ টাকা} = \boxed{} \text{ টাকা}$$

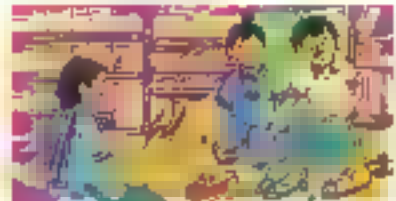
বিক্রয়মূল্য হলো ২৪০ টাকা - ১২ টাকা = ২২৮ টাকা

কালকালবু বিক্রয়মূল্যের উপর ৫% ছাড় দিলেন

$$\text{ছাড় দিলেন} = 228 \times \frac{5}{100} \text{ টাকা} = 11.40 \text{ টাকা}$$

মেট ছাড় পেলাম ১২ টাকা + ১১.৪০ টাকা = ২৩.৪০ টাকা

বুকেছি ২৪০ টাকার উপর পরপর দুবার ৫% ছাড় দিলে জুতাটির মূল্য ২৩.৪০ টাকা কম হয়



240 টাকায় ছাড় পেলাম 23 40 টাকা

টাকায় ছাড় পেলাম $\frac{2340}{240}$ টাকা

০০ টাকায় ছাড় পেলাম $\frac{2340 \times 100}{240}$ টাকা = ৯ $\frac{3}{4}$ টাকা

আমি ৯ ১/২ হাফে অুলেটি কিনলাম

লেখছি, 240 টাকার উপর পরপর দুবার 5% ছাড় দিয়ে যত টাকার ছাড় পাবে 240 টাকার উপর $9\frac{3}{4}\%$ ছাড় দিয়ে একই পরিমাণ ছাড় পাবে।

৭৭। টাকায় পড়ান দ্বারা ১% ছাড় ও $9\frac{3}{4}\%$ ছাড় এন যাত্রা কি সম্পর্ক আছে

এক সন্ধ্যা ছাউনায়

অর্ধের 240 টাকায় পরপর দু'বার ১% হ্যাণ্ডেলের ক্ষমতা ৩৫৬ Equ. with discount ৭ $\frac{3}{4}$ %

[illegible]

20 જાણે 30%, 1% અને 99% બંદોબત હાથેના સમુદાય દ્વારા રૂમના કાલ જિંદગી

১০০-এ ২০% ছাড়ের পর বাকি থাকে $100 - 20 = 80$

$$\text{எனவே } 80 \text{ ஂன } 10\% = 80 \times \frac{10}{100} = 8$$

बकि थारु = 80 8 = 72

$$72.35\% = 72 \times \frac{5}{100} = \frac{8}{5} = 3.6$$

$$\text{মোট ছাত্র} = 20 + 8 + 36 = 64$$

20%, 0% এবং 5% পরপর ছাড়ের সমতুল্য ছাড় 3। 6 %

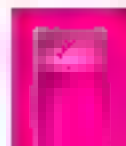


21 **সংগ্ৰহ** একটি প্রাথমিকভাবে বিক্রি কළল যল সার্থযুল 4000 টাল্ল বর্ন অস সার্থযুলসল ত্রিল্ল ললসল
ফলত্রিল্ল 70% 10% ওলা 0% ত্রাল্ল লল সল প্রাথমিকসালেল বক্রফুল লল ইলে ইসাল লাল প্রথি
এলা ললত্রিল্ল সযতল ত্রাল্ল ললসল লল লল লল

— 254 —

1. **ବିରାଟର ପ୍ରକୃତ ଗଠନର ଚର୍ଚ୍ଚା**

क्रमपुनः	विह्वलपुनः	नाड/कडि	नाडकडा नाड/कडि
१०० टोका			२५ नाड
२०० टोका			१ कडि
३२५० टोका			४ कडि
	२३००० टोका		५ नाड



17. আমিনাবিবি দুটি হস্তশিল্পের প্রত্যেকটি 1248 টাকায় বিক্রি করেন। তিনি প্রথমটিতে 4% লাভ করেন কিন্তু দ্বিতীয়টিতে তার 4% ক্ষতি হয়। তার মোট লাভ বা ক্ষতি কত হলো?
18. কলিম মোহনকে 4860 টাকায় একটি মোটরসাইকেল বিক্রি করায় 9% ক্ষতি হয়। মোহন, বহিষ্যক যে দামে বিক্রি করে সেই দামে কলিম মোহনকে বিক্রি করলে কতক্ষণের 17% লাভ হয়। মোহনের শতকরা লাভ কত?
19. ফিরোজচাঁদা একটি প্যান্ট 20% লাভে এবং একটি জামা 15% লাভে বিক্রি করে। মোট 719.50 টাকা পোলেন। তিনি যদি প্যান্টটি 25% এবং জামাটি 20% লাভে বিক্রি করতেন তাহলে তিনি অবশ্য 10.50 টাকা বেশি পেতেন। প্যান্ট ও জামার ক্রয়মূল্য নির্ণয় করি।
20. স্ববীনকাকু 3000 টাকায় চান কিনালেন। তিনি $\frac{1}{3}$ অংশ 20% ক্ষতিতে এবং $\frac{2}{3}$ অংশ 25% লাভে বিক্রি করলেন। শতকরা কত লাভে তিনি শাকি অংশ বিক্রি করলে তার মোটের উপর 0% লাভ হবে?
21. এক ব্যবসায়ী এক ধরনের চা 80 টাকা প্রতি কিগ্রা দরে বিক্রি করে 20% ক্ষতি এবং অন্য এক ধরনের চা 200 টাকা প্রতি কিগ্রা দরে বিক্রি করে 25% লাভ করেন। তিনি দু'ধরনের চা কি অনুপাতে মিশিয়ে প্রতি কিগ্রা 150 টাকা দরে বিক্রি করলে 25% লাভ হবে?



শাকিলচাঁদা শাড়ি তৈরি করছেন



শাকিলচাঁদা রতনককা ওই শাড়ি কিনলেন



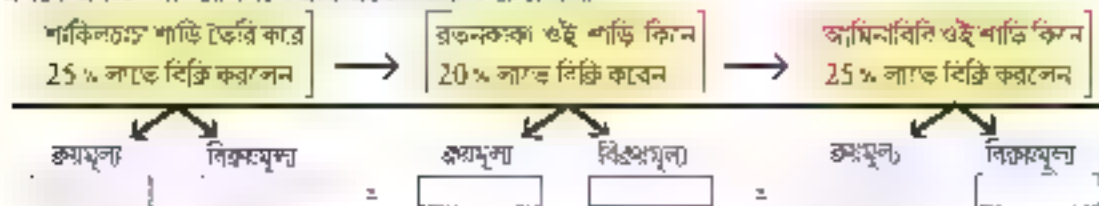
কলিম মোহনকে বিক্রি করে কলিম



আমিনাবিবি মোহনকে শাড়ি বিক্রি করেছেন

22. শান্তিপুর্বে শাকিলচাঁদার একটি আড়া ছিল। তিনি শাড়িটি লাভ 25% লাভে পাটিলবাবু'র ব্যবসায়ী'র ওজনভাঙার দরজা কাটলেন। ওজনভাঙার আবার 20% লাভে যুগলবাবু'র ব্যবসায়ী আমিনাবিবাকে বিক্রি করেন। আমিনাবিবি আবার 25% লাভে ফরিদখানকে শাড়ি বিক্রি করেন। হিসাব করে দেখ। যে শাড়ি আমি আমিনাবিবির মাক মাকে টাকায় কিনেছি। ফলে ওই শাড়ি শাকিলচাঁদার খাচা কখনো পাবেই, আমির কত টাকা লাভ হয়। এটা এটা শাকিলচাঁদার উৎপাদন ব্যয় কত ছিল হিসাব করি।

প্রথমে একটি সরলরেখাংশে ছবি আঁকে দেখানো চেষ্টা করি।



আমি প্রথমে আমিনাবিবির কত টাকায় ওই শাড়িটি রতনককা'র থেকে কিনেছি, লম্বা হিসাব করি।

আমিনাবিবি শাড়িটি কিনে 25% লাভ করেছিলেন।

শাড়িটির বিক্রয়মূল্য 125 টাকা হলে ক্রয়মূল্য ছিল 100 টাকা।

শাড়িটির বিক্রয়মূল্য 1 টাকা হলে ক্রয়মূল্য ছিল $\frac{100}{125}$ টাকা।

শাড়িটির বিক্রয়মূল্য 300 টাকা হলে ক্রয়মূল্য ছিল $\frac{100 \times 300}{125}$ টাকা = 240 টাকা।

ক্রয়মূল্য
আমিনাবিবি ওই শাড়িটি → 240 টাকা
25% লাভে বিক্রি করায় → বিক্রয়মূল্য
300 টাকা



অমিনাবিধি 240 টাকায় শাড়িটি রতনকাকার থেকে কিনেছিলেন

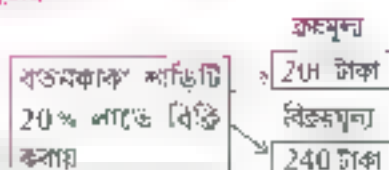
অমিনা বিধির কাছে ওই শাড়িটির ক্রয়মূল্য = রতনকাকার কাছ ওই শাড়িটির বিক্রয়মূল্য

2001 কিন্তু রতনকাকা শাড়িটি 20% লাভ অর্জিতাব্যক 400 টাকায় বিক্রি করেছিলেন। হিসাব করে অমিনা রতনকাকা কত টাকায় ওই শাড়িটি শাকিলচাচার থেকে কিনেছিলেন

রতনকাকা শাড়িটি 20% লাভে বিক্রি করেন

অর্থাৎ শাড়িটির বিক্রয়মূল্য 400 টাকা হলে ক্রয়মূল্য 100 টাকা

শাড়িটির বিক্রয়মূল্য 240 টাকা হলে ক্রয়মূল্য = টাকা নিজে লিখি



একটি শাড়ি ক্রয় করে 240 টাকায় বিক্রি করে

শাড়িটির ক্রয়মূল্য কত? (20% লাভ)

এই শাড়ি ক্রয় করে 240 টাকায় বিক্রি করে

শাকিলচাচার 25% লাভে

রতনকাকা শাড়িটি বিক্রি করায়

ক্রয়মূল্য

200 টাকা

বিক্রয়মূল্য

240 টাকা

এই শাড়ি ক্রয় করে 240 টাকায় বিক্রি করে

শাকিলচাচার থেকে ওই শাড়িটি কিনলে আমরা 200 টাকা = 100 টাকা সাশ্রয় হতো

পেনাল্টি

শাকিলচাচার 25% লাভে বিক্রি

রতনকাকার 20% লাভে বিক্রি

অমিনাবিধির 25% লাভে বিক্রি

ক্রয়মূল্য

বিক্রয়মূল্য

ক্রয়মূল্য

বিক্রয়মূল্য

ক্রয়মূল্য

বিক্রয়মূল্য

240

240

200

240

240

240

কিন্তু রতনকাকাব কাছ থেকে কিনলে আমরা কত টাকা সাশ্রয় হতো দেখি

রতনকাকার কাছ থেকে কিনলে আমরা সাশ্রয় হতো = টাকা টাকা = টাকা

23 ডজন টেবিল ল্যাম্পের উৎপাদন এবং বিক্রির পরোয় ক্রয়মূল্য হলো

উৎপাদন খরচ (টাকা)	পাইকারি বিক্রয়কার ক্রয়মূল্য (টাকা)	খুচরা ব্যবসায়ীর ক্রয়মূল্য (টাকা)	ক্রেতার ক্রয়মূল্য (টাকা)
2700	3000	3300	3795



হিসাব করে অমিনা টেবিল ল্যাম্পের বিক্রি করে খুচরা ব্যবসায়ীর শতকরা কত লাভ করেছেন

খুচরা ব্যবসায়ীর ডজন টেবিল ল্যাম্পের ক্রয়মূল্য 3300 টাকা এবং বিক্রয়মূল্য 3795 টাকা

তিনি লাভ করেন 3795 টাকা - 3300 টাকা = 495 টাকা

$$\text{খুচরা ব্যবসায়ীর শতকরা লাভ} = \frac{495}{3300} \times 100 = 15 \quad \text{খুচরা ব্যবসায়ী 15\% লাভ করেন}$$

2001 আমি হিসাব করে অমিনা টেবিল ল্যাম্প বিক্রি করে পাইকারি বিক্রয়কার শতকরা কত লাভ করান

পাইকারি ব্যবসায়ীর । ডজন টেবিল ল্যাম্প ক্রয় করেন টাকায়

1 ডজন টেবিল ল্যাম্প বিক্রয় করেন টাকায়

সুতরাং তিনি লাভ করেন 3300 টাকা - 3000 টাকা = টাকা

পাইকারি ব্যবসায়ীর শতকরা লাভ [নিজে করি]

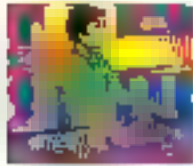
একইভাবে আমি হিসাব করে অমিনা টেবিল ল্যাম্প বিক্রি করে উৎপাদকের লাভ হলে % [নিজে করি]



২৩২

কোন ক্রেতা যদি সবসরি উৎপাদক লব্ধ থেকে বিনত তার কত সাফল্য করে হিসাব করে লিখ

উৎপাদকের কাছে থেকে সবসরি কিনলে ক্রেতার সাফল্য হতো। ১৭৭৯ - ১০০০ টাকা = ৭৭৯ টাকা



২৪

কোন ক্রেতা যদি সবসরি উৎপাদক লব্ধ থেকে বিনত তার কত সাফল্য করে হিসাব করে লিখ

উৎপাদকের কাছে থেকে সবসরি কিনলে ক্রেতার সাফল্য হতো। ১৭৭৯ - ১০০০ টাকা = ৭৭৯ টাকা

করে তবে রপার শতকরা কত লাভ হবে হিসাব করে লিখ

প্রথম জটাসক বর্ণাক ১২%, লাভ বিক্রি কবল বিক্রয়মূল্য কত হলে হিসাব করি

100 টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য = 100 + 22) টাকা = 122 টাকা

1 টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য = $\frac{122}{100}$ টাকা

৭৬০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য = $\frac{22 \times ৭৬০}{100}$ টাকা

= $\frac{৬৪৩২}{10}$ টাকা = ৬৪৩.২০ টাকা

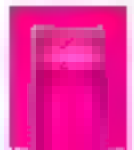
রাপা ৬৪৩.২০ টাকায় ওই টর্টটি কেনে। কিন্তু রাপা ৪৭৭ টাকায় ওই টর্টটি বিক্রি করে

রাপার লাভ হয় = ৪৭৭ টা. - ৬৪৩.২০ টা. = 170.৪০ টাকা

ওই টর্ট বিক্রি করে রাপার শতকরা লাভ হয় = $\frac{70.৪০ \times 100}{৬৪৩.২০}$ =

কবে দেখি-১৪.৪

- অতিপূরের সুবলবাবু গান উৎপাদন করে এক পাইকারি বিক্রেতা সহানাবিহিক ২০% লাভে চাল বিক্রি করেন। সহানাবিহিক মোকামদার উৎপাদককে ০% লাভে ওই চাল বিক্রি করেন। কিন্তু উৎপাদক যদি ১২% লাভে ওই চাল বিক্রি করে থাকেন তবে একটি সবলবাবুগানের ছবি একে মার্গের প্রশংসার উত্তর খুঁজি। সুবলবাবু যে চাল উৎপাদন করতে ৭৫০০ টাকা খরচ করেছে, সেই চাল সহানাবিহিক কত টাকায় কিনেছেন হিসাব করে লিখ।
- সুবলবাবু যে চাল উৎপাদন করতে ২৫০০ টাকা খরচ করেছে, সেই চাল উৎপাদক কত টাকায় বিক্রি করবেন হিসাব করে লিখ।
- উৎপাদক আশা করেন যে দামে চাল বিক্রি করেন সুবলবাবু যদি সেই দামে সহানাবিহিক চাল বিক্রি করেন তবে সুবলবাবুর শতকরা কত লাভ হবে হিসাব করে লিখ।
- কোন এক বাজারে পাটের ব্যাগ বিক্রয়ের সময় উৎপাদনকারী পাইকারি বিক্রেতা ও খুচরা ব্যবসায়ী যথাক্রমে ১৫%, ২০% ও ২৫% লাভ করেন। এখন যদি কোনো একটি ব্যাগ উৎপাদনকারী পাইকারি বিক্রেতা ও খুচরা ব্যবসায়ীর মধ্য দিয়ে ক্রেতার কাছে পৌঁছায় তবে মার্গের প্রশংসার উত্তর খুঁজি। যে ব্যাগ ক্রেতা ১৪ টাকা দিয়ে কিনেছে তার উৎপাদন খরচ হিসাব করে লিখ।
- যে ব্যাগের খরচ ১৫ টাকা সেই ব্যাগ ক্রেতা কী দামে কিনবে হিসাব করে লিখ।
- খুচরো ব্যবসায়ী যে ব্যাগ ৭৪ টাকা দিয়ে কিনেছেন সেই ব্যাগ কিনতে ক্রেতাকে কত টাকা দিতে হবে হিসাব করে লিখ।
- পাইকারি বিক্রেতা যে ব্যাগ ৭৭ টাকায় কিনেছেন সেই ব্যাগ কিনতে ক্রেতাকে কত টাকা দিতে হবে হিসাব করি।



- (v) ক্রেতা যে ব্যাগ ১৭৬ টাকায় কিনেছে সেই ব্যাগ সরাসরি পাইকারি বিক্রেতার থেকে কিনলে কত টাকা তার সাশ্রয় হতো হিসাব করে লিখি।

৩. একটি সহিকেলের উৎপাদন খরচ ও বিভিন্ন পর্যায়ে ক্রয়মূল্য হলো:

উৎপাদন পর্যায় (টাকা)	পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য (টাকা)	খুচারা ব্যবসায়ীর ক্রয়মূল্য (টাকা)	ক্রেতার ক্রয়মূল্য (টাকা)
০৫০	১২৬০	১৭৭৭	৬৬৬.৩৫

- (i) হিসাব করে দেখি সহিকেল বিক্রি করে খুচারা ব্যবসায়ীর শতকরা কত লাভ হলো।
(ii) হিসাব করে দেখি সহিকেল বিক্রি করে পাইকারি বিক্রেতার শতকরা কত লাভ হলো।
(iii) সহিকেল বিক্রি করে উৎপাদনকারীর শতকরা কত লাভ হলো হিসাব করে লিখি।
(iv) একটি সহিকেল কিনতে ক্রেতাকে সহিকেলটির উৎপাদন খরচের শতকরা কত বেশি দিতে হবে হিসাব করে লিখি।
(v) যদি কোনো ক্রেতা উৎপাদনকারীর কাছ থেকে সরাসরি সহিকেল কেনেন যেখানে উৎপাদনকারীর ৩০% লাভ থাকে, তাহলে ওই ক্রেতার কত টাকা সাশ্রয় হবে হিসাব করে লিখি।

৪. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.):

- (i) ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত $10 : 11$ হলে শতকরা লাভ
(a) 9 (b) 11 (c) $10 \frac{1}{9}$ (d) 10
(ii) একটি বই ৪০ টাকায় কিনে ৬০ টাকায় বিক্রি করলে শতকরা লাভ
(a) 50 (b) $33 \frac{1}{3}$ (c) 20 (d) 30
(iii) একটি জামা ২৫০ টাকায় বিক্রি করায় 10% ক্ষতি হলো। জামাটির ক্রয়মূল্য
(a) ২৪০ টাকা (b) ৪০০ টাকা (c) ৪২০ টাকা (d) ৪৫০ টাকা
(iv) ২০% ছাড় দিচ্ছে বিক্রি করায় একটি জামিতি বাজার বিক্রয়মূল্য হয় ৪৪ টাকা। জামিতি বাজার ধার্যমূল্য
(a) ৬০ টাকা (b) ৭৭ টাকা (c) ৪০ টাকা (d) ৫০ টাকা
(v) এক খুচরো বিক্রেতা ধার্যমূল্যের উপর ২০% ছাড় ওষুধ কিনে ক্রেতাকে ধার্যমূল্যে ওষুধ বিক্রি করেন। খুচরো বিক্রেতার শতকরা লাভ
(a) 20 (b) 25 (c) 10 (d) 30

৫. সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন

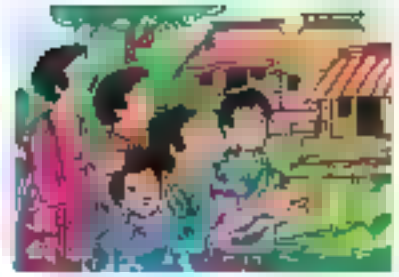
- (i) ক্রয়মূল্যের উপর ২০% লাভ হলে বিক্রয়মূল্যের উপর শতকরা লাভ কত?
(ii) বিক্রয়মূল্যের উপর ২০% লাভ হলে ক্রয়মূল্যের উপর শতকরা লাভ কত?
(iii) ১০ টি আম বিক্রি করে ১২০ টি আমের ক্রয়মূল্য পেলে শতকরা লাভ কত?
(iv) সমরমতো ইলেকট্রিক বিল জমা দিলে ১৭% ছাড় পাওয়া যায়। সুমনবাবু সময় মতো ইলেকট্রিক বিল জমা দিয়ে ৫৪ টাকা ছাড় পেলে তাঁর ইলেকট্রিক বিল কত ছিল?
(v) বিক্রয়মূল্যের উপর ২০% ক্ষতিতে একটি দ্রব্য ৪৪০ টাকায় বিক্রি করা হলে দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?
(vi) একটি দ্রব্য পরপর ২০% ও ১০% ছাড়ে বিক্রয় করা হলে সমতুল্য ছাড় কত?



11

রাশিবিজ্ঞান STATISTICS

একটি গ্রামে বাস করে অনেক মানুষ। এদের মধ্যে কেউ কেউ মাছ খেতে পছন্দ করে।
কোনও গ্রামে বাস করে অনেক মানুষ। এদের মধ্যে কেউ কেউ মাছ খেতে পছন্দ করে।
কোনও গ্রামে বাস করে অনেক মানুষ। এদের মধ্যে কেউ কেউ মাছ খেতে পছন্দ করে।



এক গ্রামে অনেক মানুষ বাস করে। এদের মধ্যে কেউ কেউ মাছ খেতে পছন্দ করে।
এদের মধ্যে কেউ কেউ মাছ খেতে পছন্দ করে।

এই সমস্ত তথ্যকে একত্রে গুটিয়ে নিয়ে পলিগোনে রাখা যায়। এটাকে **ক্রোম ডাটা (Raw data)** বলে।

লক্ষ্যমত ১০টি পরিবারের খাদ্যদ্রব্যের দৈনিক খরচ টাকায়

145,	150	200	175	75,	90,	250	25,	190	75
110,	175	90,	150,	145,	125,	190,	200	225	110,
75,	225,	200,	125,	190,	110,	145,	175,	125,	150,
90,	110,	150,	175	145,	125,	75,	275,	150,	225,
125,	150,	225,	110,	90,	145,	190,	125,	110,	75

১. আমরা ট্যালিমাৰ্ক দিয়ে এই ক্রোম ডাটাটির পরিসংখ্যক বিশ্লেষণ এমিলক্স করে।
ছক ১



দৈনিক খরচ (x, টাকা)	ট্যালি মাৰ্ক	পরিমাণ (f)
75		4
90		3
110		6
125		7
145		5
150		6
175		5
190		5
200		3
225		4
250		1
275		1
মোট		50

পরিমিতবর্গের সংখ্যককে চল Variable বলে। যেমন পরিবারের দৈনিক খরচ একটি চল।
এই চলটি পরিবারের দৈনিক খরচ পরিমিতবর্গের এবং দৈনিক খরচ পরিমিত করা যায়।
এই দৈনিক খরচ চল

চল বিভিন্ন পরিবারের দৈনিক খরচের ওপর নির্ভর করে। এই দুইপক্ষের মধ্যে পার্থক্য যেমন নোট বই
সংখ্যা পরিবারের দৈনিক খরচের ওপর নির্ভর করে। এই দুইপক্ষের মধ্যে পার্থক্য যেমন নোট বই



যা পরিমাপ করা যায় না এমন পরিবর্তনশীল গুণকে কী বলে

রাশিবিজ্ঞানে Statistics পরিবর্তনশীল লক্ষণকে গুণ অনুযায়ী কীভাবে ভাগ করে

যেমন কোনো বাড়িতে যতগুলি ইলেকট্রিক সুইচ থাকে তার দুটি অবস্থা জ্বালানো (on) ও নিভানো (off) কোনো বাড়ির সদস্যদের মহিলা ও পুরুষ এই দুটি ভাগ ভাগ করা যায়

২. আগের পর্বিস: যা বিতাজন তালিকা থেকে পাঠ চালের সার্বজন মান 275 ও সর্বনিম্ন মান 75 তাই এই চালের সার্বজন মান ও সর্বনিম্ন মানের পার্থক্য হিসাব করে এই পার্থক্যের কী বল হয় তাই

সংজ্ঞা: প্রান্তর (Range) হল সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের পার্থক্যকে বলে।

এখানে, প্রান্তর = 275 - 75 = 200

আমি প্রাপ্ত তথ্যকে কতকগুলি শ্রেণিতে বিভক্ত করি

যদি প্রাপ্ত তথ্যকে ৬টি শ্রেণিতে ভাগ করি তবে প্রতিটি শ্রেণির দৈর্ঘ্য হবে $\frac{200}{6} \approx 33$



প্রাপ্ত তথ্যকে শ্রেণিতে ভাগ করে পেলাম **ছক - ২**

দৈনিক খরচ টাকায় (x)	ট্যালি মার্ক	পরিমাণ (f)
70 - 105		7
105 - 140		13
140 - 175		11
175 - 210		13
210 - 245		4
245 - 280		2

পেলাম বিভক্ত প্রসাব আছে এইরকম চালের মানগুলিকে কতকগুলি শ্রেণি বা বিভাগে ভাগ করা যায়। এরকম প্রতিটি শ্রেণিকে শ্রেণি অন্তর (Class interval) বলা হয়।

অর্থাৎ কোনো শ্রেণির অন্তর্গত মানগুলির সংখ্যাকে শ্রেণিটির **পরিমাণ** বলা হয়।

কিন্তু শ্রেণি অন্তরের সংখ্যা কতগুলি নেবে?



শ্রেণি অন্তরের সংখ্যা পাঁচের কম এবং দশের বেশি হওয়া উচিত নয়। কারণ শ্রেণি অন্তরের সংখ্যা খুব কম হলে ভ্রমশূন্যতা নষ্ট হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। আবার শ্রেণি অন্তরের সংখ্যা খুব বেশি হলে হিসাব পরিপ্রসঙ্গ হয়ে পড়ে।

শ্রেণি অন্তরে প্রাপ্ত মানগুলিকে কী বলবে?

শ্রেণি অন্তরের প্রান্তস্থ মানদ্বয়কে শ্রেণি সীমা বলা হয়।

একটি নির্দিষ্ট শ্রেণির শ্রেণি সীমাদের ক্ষুদ্রতর মানটিকে **নিম্নসীমা** বলা হয়।

এক বৃহত্তর মানটিকে **উর্ধ্বসীমা** বলা হয়।



2 নং ছকে দ্বিতীয় শ্রেণিটির (অর্থাৎ 105 - 140 শ্রেণিটির) নিম্নসীমা 105 এবং উর্ধ্বসীমা 140



শ্রেণি সীমা নির্ধারণের সময়ে অবিন্যাসিত চলের সর্বনিম্ন মান থেকেই যে শুরু করতে হবে এবং সর্বোচ্চ মান দিয়ে শেষ করতে হবে এমন কোনো ধর্মোৎসর্গ নিয়ম নেই। সকল শ্রেণির প্রস্থাব একই মানব বাখান জন্য প্রয়োজন বোধে চলের সর্বনিম্ন মান আপেক্ষা কম যে কোনো উপযোগী সংখ্যাকে প্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা করা যেতে পারে।

৳ক 2 নং ৳ নমুনাঃ 40 75 ও 75 2 ৳ শ্রেণি দুটির মধ্য 75 এই নিম্নসীমায়িক 75
2 0 শ্রেণির মধ্য নেওয়া হয়েছে কিন্তু 40 75 7 শ্রেণির ও নেওয়া হয়নি কেন

শ্রেণি সীমা দুইভাবে প্রকাশ করা হয়

(i) শ্রেণি-বর্জিত পদ্ধতি (Exclusive method)

(ii) শ্রেণি-অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতি (Inclusive method)



(i) শ্রেণি-বর্জিত পদ্ধতিতে প্রতিটি শ্রেণির উচ্চসীমা ঠিক পরবর্তী শ্রেণির নিম্নসীমা হিচাবে প্রকাশ করা হয় এবং শ্রেণির উচ্চসীমা ওই শ্রেণির অন্তর্ভুক্ত হয় না। সেটি ঠিক পরবর্তী শ্রেণিটিতে অন্তর্ভুক্ত হয়। যেমন, শ্রেণী বর্জিত পদ্ধতিতে 70 105, 105 140, 140 175, 175 210, ইত্যাদি।

(ii) শ্রেণি-অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতিতে প্রতিটি শ্রেণির নিম্নসীমা ও উচ্চসীমা নিরপেক্ষ সংখ্যাগুলি ওই শ্রেণির অন্তর্ভুক্ত হয়। যেমন 60 69 70 79, 80 89 ইত্যাদি।



শ্রেণি অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতিতে দুই ক্রমিক পরপর শ্রেণির শ্রেণি সীমার মধ্যবর্তী ফাঁক বর্তমান পূরণ করা হয়। অর্থাৎ 60 69 এবং 70 79 শ্রেণিদুটির 69 ও 70 এর মধ্যবর্তী ফাঁক বর্তমান পূরণ করা হয়।

কোন দামিত্যস্বার্থ ক্রমিক শ্রেণিগুলির শ্রেণি সীমাগুলির মধ্যবর্তী ফাঁক পূরণ করার জন্য 'ব' সীমাধ্ব্য পর্বত্ব কোনো শ্রেণিকে প্রসারিত করা হয়। সেই সীমাধ্ব্যকে ওই শ্রেণির শ্রেণি সীমা 60 69 70 79 80 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000

শ্রেণি সীমা থেকে কীভাবে শ্রেণি সীমানা পাওয়া দেখি

যদি কোনো শ্রেণির উচ্চসীমা ও তার ঠিক পরবর্তী শ্রেণিটির নিম্নসীমার অন্তর = d

$$\text{সেক্ষেত্রে শ্রেণিটির নিম্ন শ্রেণি-সীমানা} = \text{শ্রেণিটির নিম্নসীমা} - \frac{d}{2}$$

$$\text{এবং শ্রেণিটির উচ্চ শ্রেণি সীমানা} = \text{শ্রেণিটির উচ্চসীমা} + \frac{d}{2}$$

কুশেঙ্কি, 60 69 70 79 80 89 শ্রেণিগুলি শ্রেণি-সীমানার সাহায্যে প্রকাশ করে পাই

69.5 69.5, [] [] + [] 89.5 ... [নিজে লিখি]

$$[\text{কোষেঙ্কি, } \frac{70 - 69}{2} = 0.5,$$



অর্থাৎ 70, 105, 105, 140, 140, 175. শ্রেণিসূচক শ্রেণি-সীমানার সাহায্যে প্রকাশ করে পাই
70, 105, 105, 140, 140, 175.

অর্থাৎ একই পেলাম কারণ, এক্ষেত্রে $d = \frac{105 - 105}{2} = 0$

অর্থাৎ এক্ষেত্রে শ্রেণি-সীমা ও শ্রেণি-সীমানা একই

কোন শ্রেণিসীমানার মাপকাঠির মানকে কী বলব?

চালের যে মান শ্রেণিসীমানার মাপকাঠির মান থাকে তাকে ওই শ্রেণির **মধ্য-মান** (Mid value or Class-mark) বলা হয়

মধ্য-মান = $\frac{\text{উর্ধ্ব শ্রেণি সীমানা} + \text{নিম্ন শ্রেণি সীমানা}}{2}$

উদাহরণ: $\frac{60 + 69}{2} = 64.5$ (যদি $\frac{59.5 + 69.5}{2} = 64.5$)



অর্থাৎ, কোনো শ্রেণির সীমানার মাপকাঠির মধ্য-মান ওই শ্রেণির **মধ্য-মান**

শ্রেণি-দৈর্ঘ্য = উর্ধ্ব শ্রেণি সীমানা - নিম্ন শ্রেণি সীমানা

বুঝি, 60, 69 শ্রেণির মধ্য-মান = $\frac{60 + 69}{2}$ (বা $\frac{59.5 + 69.5}{2} = 64.5$)

এবং 60, 69 এর শ্রেণি-দৈর্ঘ্য = $69.5 - 59.5 = 10$

চক্র 2 থেকে দেখছি 70, 105, 105, 140, 140, 175, 175, 210, 210, 245 ও 245, 280-এর

শ্রেণি পরিসংখ্যায় যথাক্রমে , , , , ও .

চক্র 2 এর মোট পরিসংখ্যায় $7 + 13 + \text{} + \text{} + 4 + \text{} = 50$.

3. জামি চক 2-এর শ্রেণি পরিসংখ্যায় ও শ্রেণি-দৈর্ঘ্যের অনুপাত নিই ও কী পাই দাও

70, 105 শ্রেণিটির শ্রেণি পরিসংখ্যায় =

70, 105 শ্রেণিটির শ্রেণি-দৈর্ঘ্য = $105 - 70 = 35$

70, 105 শ্রেণিটির $\frac{\text{শ্রেণি পরিসংখ্যায়}}{\text{শ্রেণি-দৈর্ঘ্য}} = \frac{7}{35} = 0.2$

কোন শ্রেণিবিন্যাসিত রাশি তথ্যের কোন শ্রেণির শ্রেণি পরিসংখ্যায় ও ওই শ্রেণির শ্রেণি-দৈর্ঘ্যের অনুপাতকে ওই শ্রেণিটির **শ্রেণি-ঘনত্ব** (Class density) বলা হয়

শ্রেণি-ঘনত্ব = $\frac{\text{উর্ধ্ব শ্রেণির পরি - ১}}{\text{নিম্ন শ্রেণি - ২}}$

বুঝি চক্র 2-এর শ্রেণিবিন্যাসের 70, 105 শ্রেণিটির পরিসংখ্যায় ঘনত্ব = 0.2

একইভাবে 105, 140 শ্রেণিটির পরিসংখ্যায় ঘনত্ব = (নিজে লিখি)

কিন্তু কোনো শ্রেণির শ্রেণি পরিসংখ্যায় ও মোট পরিসংখ্যায় অনুপাতকে কী বলা হয়?

কোনো শ্রেণিবিন্যাসিত রাশি তথ্যের কোনো শ্রেণির শ্রেণি পরিসংখ্যায় ও মোট পরিসংখ্যায় অনুপাতকে ওই শ্রেণিটির **শ্রেণি-অনুপাত** (Class ratio) বলা হয়।





दृश्य 1

[illegible]

একটি পরিম-মাত্রা বিভাজন
হতে সকল প্রাণি
অন্তর্গতিক পরিম-মাত্রা
যোগফল সর্বদা: এবং
পরিম-মাত্রা শক্তিশালী
হাতেই যোগফল সর্বদা।

$\Delta T_{\text{eff}} = \frac{\Delta T}{1 + \frac{1}{\eta}}$

କଟେ ତାହି ବହୁତେର ଖୋସ କିନ୍ତୁ ଏହାର ଗ୍ରାହକ କେତେକ ହେବେ



● ଏହିକ୍ରମେ ଅସ୍ଥାୟୀ ଛାତ୍ରଙ୍କ ଓ ଜ୍ଞାନ ଡାକଡ଼ାମାନଙ୍କ ସ୍ୱାସ୍ଥ୍ୟ ସୁରକ୍ଷା ନିଶ୍ଚିତ

30	23	45	40	29	34	15	01	41	12
11	12	49	03	13	02	29	30	24	29
25	03	13	32	39	19	49	07	43	09
4	13	02	44	27	12	22	32	25	31



৬. ১ ২০. ৪ ৫. শ্রেণিগত নিকট নিকটগুলির একটি পটভূমি: ২৭ বিভাজন দ্রুত পূরণ করি

চক ৪

ক্রম	প্রথম শ্রেণি	দ্বিতীয় শ্রেণি	তৃতীয় শ্রেণি	চতুর্থ শ্রেণি	পঞ্চম শ্রেণি	ষষ্ঠ শ্রেণি	সাতম শ্রেণি
১	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
২	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
৩	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
৪	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
৫	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
৬	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
৭	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
৮	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
৯	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
১০	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
১১	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
১২	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
১৩	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
১৪	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
১৫	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
১৬	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
১৭	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
১৮	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
১৯	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০
২০	১০	১	১০	১০	১০	১০	১০



৫

একটি বর্গাকৃতির পটভূমি

১ ২ ৩ ৪ ৫ ৬ ৭ ৮ ৯ ১০

ওজন (গ্রামে) বিচার নিখল

৪২	১০৭	১০৭	১৪১	১৬৫	১১৫	৯৩
১৭২	৯২	৪৬	৭০	১৫০	১২৬	১৩০
১২৭	১০০	১১৭	৪৪	৯৭	১১৩	১০৬
১১১	১৩৬	৯০	১১৫	১০০	৭৮	৯০
১০৭	১৩১	১০৪	১১০	১১৮	৮০	২৮



আমি উপরে ভাষার এমন একটি পরিসংখ্য বিভাজন দ্রুত পূরণ করি যেন উপরে প্রথম শ্রেণির
মধ্যম ৭০ গ্রাম ৫২ এর প্রত্যেকটি শ্রেণির শ্রেণি-সীমা ২০ হয়

প্রথম শ্রেণির মধ্যম ৭০ গ্রাম এবং প্রত্যেক শ্রেণির দৈর্ঘ্য ২০

$$\text{প্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা} = 70 - \frac{20}{2} = 60$$

$$\text{এবং উপরসীমা} = 70 + \frac{20}{2} = 80$$

প্রথম শ্রেণি (৬০ - ৮০)

চক ৫

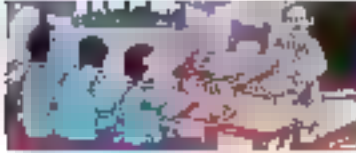
শ্রেণি ওজন (গ্রামে)	ট্যালি মার্ক	পরিসংখ্য
৬০ - ৮০		২
৮০ - ১০০	##	৭
১০০ - ১২০	###	১৪
১২০ - ১৪০	###	৬
১৪০ - ১৬০		২
১৬০ - ১৮০		২



৬. নীচ ৭০টি পরীক্ষার মানসিক ত্রুটি টালি মার্কা দিয়ে প্রদর্শন করা একটি পর্বিসংখ্যা বিভাজন তৈরি করি।

180	420	490	370	820	370	755	620	540	790
840	750	630	440	740	440	480	540	690	360
510	820	770	720	740	470	520	570	620	670
770	470	640	840	810	310	380	430	750	670

[নিম্নে করি]



৭. দাতা সমূহের শ্রেণি এবং কনস্ট্রাক্টিভ টালি মার্কা দিয়ে পর্বিসংখ্যা বিভাজন প্রাপ্ত নম্বর জানানো হয়েছে।

এই পর্বিসংখ্যা বিভাজন থেকে তালিকা তৈরি করি।

32	40	45	92	83	48	56	71	77	49
61	97	36	44	52	67	85	70	45	56
81	73	39	50	74	60	48	64	80	44
45	64	42	71	70	42	75	41	78	60

আমি উপরের নম্বরের একটি পর্বিসংখ্যা বিভাজন তালিকা প্রস্তুত করে যার শ্রেণি দেয়া হল।



সর্বোচ্চ নম্বর = 100, সর্বনিম্ন নম্বর = 31

পর্বিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করি যার শ্রেণি দেয়া হল।

ছক ৬

প্রাপ্ত নম্বর	টালি মার্কা	পর্বিসংখ্যা (ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা)
30-40		3
40-50		12
50-60		4
60-70		6
70-80		9
80-90		4
90-100		2

- ৭.১. আগের পর্বিসংখ্যা বিভাজন থেকে যাতে কতজন ৫০ থেকে ৬০ নম্বরের মধ্যে এবং কতজন ৬০ নম্বরের ৭২ নম্বর পেয়েছে হিসাব করি।

দেখছি 4 জন শিক্ষার্থী গণিত ৫০ নম্বর থেকে ৬০ নম্বরের মধ্যে পেয়েছে।

কিন্তু যেটি কতজন শিক্ষার্থী ৭২ নম্বর এবং ৭২ পাঠেছে তাইভাবে জানব।

আমাদের ছক থেকে দেখছি

40 নম্বরের কম নম্বর পেয়েছে 3 জন

40 ও 40-এর বেশি কিন্তু ৫০ নম্বরের কম নম্বর পেয়েছে 12 জন

৫০ নম্বরের কম নম্বর পেয়েছে মোট (3+12) জন

= 15 জন



সহজে হিসাবের জন্য পরিমিত্য বিভাজন ছকটি নীচের মতো লিখলাম

ছক ৭

প্রাপ্ত নম্বর	পরিমিত্য (ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা)
৩০-এর কম	০
৪০-এর কম	৩
৫০-এর কম	$3 + 12 = 15$
৬০-এর কম	$3 + 12 + 4 = 19$
৭০-এর কম	$3 + 12 + 4 + 6 = 25$
৮০-এর কম	$3 + 12 + 4 + \square + \square = \square$
৯০-এর কম	$3 + 12 + 4 + 6 + 9 + 4 = 38$
১০০-এর কম	$3 + 12 + 4 + 6 + 9 + 4 + \square = \square$



এইরকম পরিমিত্য বিভাজন তালিকাকে কী বলা হয়?

উপরের পরিমিত্য বিভাজন তালিকায় প্রাপ্ত পরিমিত্যগুলিকে ক্রমে পরপর যোগ করে নতুন পরিমিত্য পেয়েছি। এই পরিমিত্য বিভাজন তালিকাকে **কম-বিস্তারিত ক্রম** হিসাবে বর্ণনা করা যায়। এখানে **কম-বিস্তারিত ক্রম** বলা হয়।

৭.২ একইভাবে ৫৫ অথবা ৫০ নম্বরের বেশি নম্বর তত্ত্ব জান ছাত্রছাত্রী পর্যায় হিসাবে প্রতি প্রথম পরিমিত্য বিভাজন ছক বা ফর্ম ৬ থেকে দেখছি।

৭০ বা ৫০-এর চেয়ে বেশি নম্বর পেয়েছে, মোট = $2 + 4 + 9 + 6 + 4$ জন = ২৫ জন

সহজে হিসাবের জন্য পরিমিত্য বিভাজন ছকটি নীচের মতো লিখলাম

প্রাপ্ত নম্বর	পরিমিত্য (ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা)
৩০ অথবা ৩০-এর বেশি	$3 + 2 + 4 + 6 + 9 + 4 + 2 = 40$
৪০ অথবা ৪০-এর বেশি	$2 + 4 + 6 + 9 + 4 + 2 = 37$
৫০ অথবা ৫০-এর বেশি	$4 + 6 + 9 + 4 + 2 = 25$
৬০ অথবা ৬০-এর বেশি	$\square + \square + \square + \square = 21$
৭০ অথবা ৭০-এর বেশি	$9 + 4 + 2 = 15$
৮০ অথবা ৮০-এর বেশি	$\square + \square = \square$
৯০ অথবা ৯০-এর বেশি	২
১০০ অথবা ১০০-এর বেশি	০

এইরকম পরিমিত্য বিভাজন তালিকাকে কী বলা হয়?

উপরের পরিমিত্য বিভাজন তালিকাকে **বৃহৎ-সংকট ক্রম** হিসাবে বর্ণনা করা যায়। এখানে **বৃহৎ-সংকট ক্রম** বলা হয়।



উপরের তালিকা থেকে সহজতাই নেমেছি 25 জন ছাত্রছাত্রী 50 বা 50-এর থেকে বেশি নম্বর পেয়েছে

পেলায়। যে পরিসংখ্যা বিভাজনে প্রত্যেকটি শ্রেণির ক্রমায়োগিক পরিসংখ্যা দেখানো হয় তাকে **ক্রমায়োগিক পরিসংখ্যা বিভাজন** বলা হয়।

দুই ধরনের ক্রমায়োগিক পরিসংখ্যা বিভাজন হল প্রকৃত করা হয়

(১) ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমায়োগিক পরিসংখ্যা বিভাজন করা হয়। (২) বৃহত্তর সূচক ক্রমায়োগিক পরিসংখ্যা বিভাজন করা হয়।

উপরের ছক থেকে বলতে পারি	50-60 শ্রেণির ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমায়োগিক পরিসংখ্যা	19
এবং	50-60 শ্রেণির বৃহত্তর সূচক ক্রমায়োগিক পরিসংখ্যা	25

কতজন ছাত্রছাত্রী 40 বা 40-এর বেশি নম্বর পেয়েছে এমন করে পাঠানো যায়।

৪ অনুষ্ঠান ও কুশল কুশলতা যা জন বন্ধুরের সংখ্যা হল টিফিন খরচের একটি তালিকা তৈরি করেছ।

সাপ্তাহিক টিফিন খরচ (টাকা)	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
বন্ধুদের সংখ্যা	13	12	20	13	23	9



আমি উপরের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার ক্রমায়োগিক প'বস হ'ল বিভাজন তালিকা তৈরি করে এবং নিচের প্রশ্নের উত্তর খুঁজি।

- কতজন বন্ধুর সাপ্তাহিক টিফিন খরচ 80 টাকার কম লিখি।
- কতজন বন্ধুর সাপ্তাহিক টিফিন খরচ 40 টাকা বা 40 টাকার বেশি লিখি।
- কতজন বন্ধুর সাপ্তাহিক টিফিন খরচ 60 টাকা বা 60 টাকার বেশি কিন্তু 100 টাকার কম লিখি।

আমি পথের ক্রমায়োগিক পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করি।

শ্রেণি সীমানা সাপ্তাহিক খরচ (টাকা)	ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমায়োগিক পরিসংখ্যা	শ্রেণি সীমানা সাপ্তাহিক খরচ (টাকা)	বৃহত্তর সূচক ক্রমায়োগিক পরিসংখ্যা
0-এর কম	0	120 বা 120-এর বেশি	0
20-এর কম	3	100 বা 100-এর বেশি	19
40-এর কম	25	80 বা 80-এর বেশি	42
60-এর কম	45	60 বা 60-এর বেশি	55
80-এর কম	58	40 বা 40-এর বেশি	75
100-এর কম	8	20 বা 20-এর বেশি	87
120-এর কম	100	0 বা 0-এর বেশি	100

উপরের ক্রমায়োগিক পরিসংখ্যা বিভাজন ছক থেকে দেখছি

☐ জন বন্ধুর সাপ্তাহিক টিফিন খরচ 80 টাকার কম

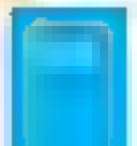
☐ জন বন্ধুর সাপ্তাহিক টিফিন খরচ 40 টাকা বা 40 টাকার বেশি

সাপ্তাহিক টিফিন খরচ 60 টাকা বা 60 টাকার বেশি কিন্তু 100 টাকার কম এমন ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা

$$87 - 55 = 32$$

ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমায়োগিক পরিসংখ্যা
তালিকা থেকে পেলাম

বৃহত্তর সূচক ক্রমায়োগিক পরিসংখ্যা
তালিকা থেকে পেলাম



- ৯ আমি নীচের ক্রমবর্ধমান পরিসংখ্য বিভাজন তালিকা থেকে একটি পারসংখ্য বিভাজন তালিকা তৈরি করি।



শ্রেণি	ক্রমবর্ধমান পরিসংখ্য
0 - 7	5
7 - 14	14
14 - 21	25
21 - 28	42
28 - 35	50
35 - 42	6
42 - 49	65

পরের ক্রমবর্ধমান পরিসংখ্য থেকে পরিসংখ্য বিভাজন ছকটি তৈরি করলাম।

শ্রেণি	পরিসংখ্য	ক্রমবর্ধমান পরিসংখ্য
0 - 7	5	5
7 - 14	$14 - 5 = 9$	14
14 - 21	$25 - 14 = 11$	25
21 - 28	$42 - 25 = 17$	42
28 - 35	$50 - 42 = 8$	50
35 - 42	$6 - 50 = \square$	61
42 - 49	$\square - 6 = 4$	65

নিজের করি— 11.1

মুদ্রাঙ্ক তাদের কারখানার 30 জন কর্মচারীর বয়স নিখোঁছে।

বয়স (বছর)	2 - 23	23 - 25	25 - 27	27 - 29	29 - 31	31 - 33	33 - 35
কর্মচারীর সংখ্যা	3	4	5	6	5	4	3

আমি উপরের তথ্যের ক্রমবর্ধমান পরিসংখ্য বিভাজন তালিকা তৈরি করি এবং সেখান থেকে নীচের প্রশ্নের উত্তর খুঁজি।

- কারখানায় 27 বছরের কম বয়সের কতজন কর্মচারী আছে লিখি।
- 25 বছর বা 25 বছরের বেশি বয়সের কতজন কর্মচারী আছে লিখি।
- 25 বছর বা 25 বছরের বেশি কিন্তু ৩৩ বছরের কম বয়সের কতজন কর্মচারী আছে লিখি।



কষে দেখি-১১.১

১. পাড়ার ৪০ টি পরিবারের শ্রত্যেকটি পরিবারের শিশুসংখ্যার তথ্য নিচে লিখেছি

1	2	6	5	1	5	3	2	6
2	3	4	2	0	4	4	3	2
0	0	1	2	2	4	3	2	1
5	1	2	4	3	4	6	2	2

আমি উপরের তথ্যটির পরিসংখ্যা বিভাজন ছক তৈরি করি যার শ্রেণিগুলি হলো 0-2, 2-4, ... ইত্যাদি। এই পরিসংখ্যা বিভাজন ছক থেকে শ্রেণি অন্তর, শ্রেণি দৈর্ঘ্য, শ্রেণি পরিসংখ্যা, শ্রেণি সীমা বলতে কী বুঝি লিখি।

২. স্কুলের কোনো এক পরীক্ষায় ৪০ জন ছাত্রের প্রাপ্ত নম্বরের তালিকা নিচে প্রদত্ত হলো

34	27	45	21	30	40	11	47	01	15
03	40	12	47	48	18	30	24	25	28
32	31	25	22	27	41	12	13	02	44
43	07	09	49	1	19	32	19	24	03

0, 1, 20, ..., 4, 50 শ্রেণিগুলি নিয়ে নম্বরগুলির একটি পরিসংখ্যা বিভাজন ছক প্রস্তুত করি।

৩. একটি বাড়িতে অনেকগুলি কয়লালেবু রাখা আছে। এই এক বাড়ি কয়লালেবু থেকে লক্ষ্যহীনভাবে ৪০টি কয়লালেবু নিয়ে তাদের ওজন গ্রামে নিচে লিখলুম

45, 35, 30, 55, 70, 00, 80, 10, 80, 75, 85, 70, 75, 85, 90, 75, 90, 70, 55, 45, 40, 65, 60, 50, 40, 100, 65, 60, 40, 100, 75, 10, 30, 45, 84, 70, 80, 95, 85, 70

এবার আমি উপরের তথ্যের একটি পরিসংখ্যা বিভাজন ছক এবং একটি ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমাবলীকৃত পরিসংখ্যা বিভাজন ছক তৈরি করি।

৪. মিতাদী ও মহিহুল গ্রামের ৪৫টি বাড়ির এই মাসের ইলেকট্রিক বিলের টাকার পরিমাণ নিচে লিখল

16, 127, 00, 82, 80, 101, 9, 65, 95, 89, 75, 92, 29, 78, 87, 0, 65, 52, 59, 65, 95, 108, 15, 121, 128, 63, 76, 130, 16, 108, 8, 61, 29, 127, 91, 130, 25, 10, 110, 105, 92, 75, 98, 65, 10

আমি উপরের তথ্যের একটি পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করি।

৫. মরিয়াং একটি হাসপাতালের ৩০০ জন রোগীর বয়স নিচের ছকে লিখল

বয়স (বছরে)	0-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
রোগীর সংখ্যা	80	40	50	70	40	20

আমি উপরের তথ্যের বৃহত্তর সূচক ক্রমাবলীকৃত পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করি।

৬. নীচের ক্রমাবলীকৃত পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটি দেখি এবং একটি পরিসংখ্যা বিভাজন ছক তৈরি করি।

শ্রেণি	0-এর কম	20-এর কম	30-এর কম	40-এর কম	50-এর কম	60-এর কম
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা	17	72	29	37	50	60



৭ নীচের ক্রমবর্ধমান পরিসংখ্য বিতাজন ছকটি তৈরি এবং একটি পরিসংখ্য বিতাজন ছক তৈরি করি

প্রাপ্ত বয়স	ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা
60 এর বেশি	0
50 এর বেশি	16
40 এর বেশি	40
30 এর বেশি	74
20 এর বেশি	87
10 এর বেশি	92
0 এর বেশি	100

৪. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.)

- নিম্নের কোনটি তথ্যের চিত্র উপস্থাপন
(a) সন্ডলেখ (b) কীড তথ্য (c) ক্রমাস্থানিক পরিসংখ্য (d) পরিসংখ্য বিতাজন
- 2, 25, 5, 8, 17, 20, 22, 26, 6, 6, 11, 8, 19, 10, 30, 20, 32 তথ্যের গড়
(a) 10 (b) 15 (c) 18 (d) 26
- 1, 5, 6, 10, শ্রেণির শ্রেণি-দৈর্ঘ্য
(a) 4 (b) 5 (c) 4.5 (d) 5.5
- একটি পরিসংখ্য বিতাজন তালিকার শ্রেণির মধ্যবিন্দু যথাক্রমে 15, 20, 25, 30
যে শ্রেণির মধ্যবিন্দু 20 সেটি হলো
(a) 12.5 - 17.5 (b) 17.5 - 22.5 (c) 18.5 - 23.5 (d) 19.5 - 20.5
- একটি পরিসংখ্য বিতাজন তালিকায় একটি শ্রেণির মধ্যবিন্দু 10 এবং প্রতিটি শ্রেণির শ্রেণি-দৈর্ঘ্য 6, শ্রেণিটির নিম্নসীমা
(a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 12

৯. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

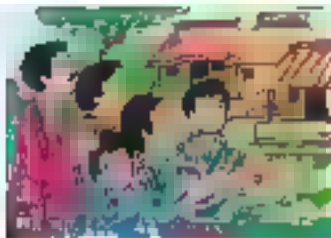
- একটি অবিচ্ছিন্ন পরিসংখ্য বিতাজন তালিকায় একটি শ্রেণির মধ্যবিন্দু m এবং উচ্চশ্রেণি-সীমানা a হলে নিম্নশ্রেণি-সীমানাটি কত তা বের করি
- একটি অবিচ্ছিন্ন পরিসংখ্য বিতাজন তালিকায় একটি শ্রেণির মধ্যবিন্দু 42 এবং শ্রেণি-দৈর্ঘ্য 10 হলে শ্রেণিটির উচ্চ ও নিম্ন সীমা কত তা লিখি

শ্রেণিসীমা	70 - 74	74 - 79	80 - 84	85 - 89
পরিসংখ্য	3	4	5	8

উপরের পরিসংখ্য বিতাজন তালিকার প্রথম শ্রেণির পরিসংখ্য ঘনত্ব কত তা লিখি

- প্রদত্ত শব্দ শ্রেণির আপেক্ষিক পরিসংখ্য কত তা লিখি
- নীচের উদাহরণগুলিতে কোনগুলি গুণ এবং কোনগুলি চল নির্দেশ করে লিখি
(a) পরিবারের জনসংখ্যা (b) দৈনন্দিন তাপমাত্রা (c) শিক্ষাপত্র মান (d) মাসিক আয়
- মাতৃমৃত্যু পরীক্ষায় প্রাপ্ত গ্রেড





১. একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য ১০ সেমি। এর ক্ষেত্রফল কত?
 ২. একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য ১০ সেমি। এর পরিধি কত?

১১ ছক ১ এর অনিচ্ছিত চেনের বহুস্তিতির লৈখিক উপস্থাপন করার প্রোগ্রাম ও কোডটি দেখি



প্রথমে x অক্ষ (অনুভূমিক রেখা) বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের ৭ টি বাহুর দৈর্ঘ্য = ৩৫ টাকা [অথবা ০.৫ সেমি = ৩৫ টাকা] নিয়ে পরিসংখ্য বিভাজনের শ্রেণিবিভাগগুলির শ্রেণি সীমানাগুলির মানগুলিকে কোনো ফাঁক বা রেখের পূরণের স্থাপন করলাম অর্থাৎ অনুভূমিক রেখাটি ৭০ ১০৫, ১০৫ ১৪০..... শ্রেণি বিভাগগুলির অনুরূপ কয়েকটি অংশ বিভক্ত করলাম যেহেতু ০ থেকে শুরু না করে ৭০ থেকে শুরু করব তাই x অক্ষে বা অনুভূমিক রেখায় একটি www , ভায়েখা নির্দেশ করব।

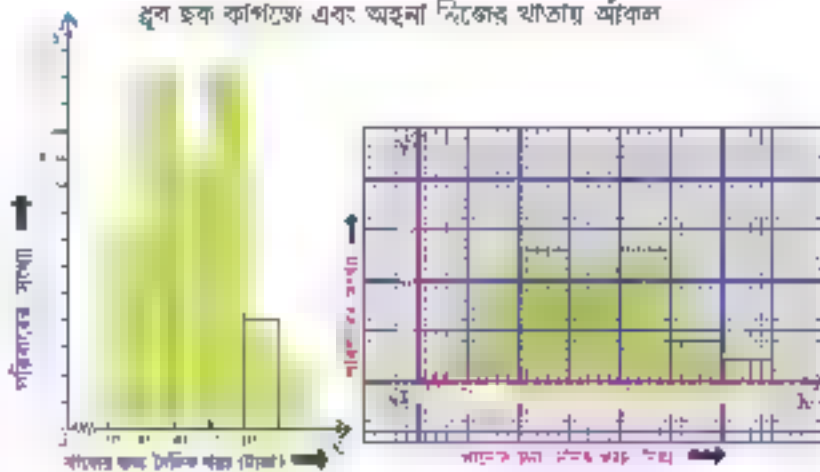
লৈখিক ক্রম	শ্রেণি	সীমানা	শ্রেণি দৈর্ঘ্য	শ্রেণি পরিমাপ
০১	০-৩৫	৩৫	৩৫	১
০২	৩৫-৭০	৭০	৩৫	২
০৩	৭০-১০৫	১০৫	৩৫	৩
০৪	১০৫-১৪০	১৪০	৩৫	৪
০৫	১৪০-১৭৫	১৭৫	৩৫	৫
০৬	১৭৫-২১০	২১০	৩৫	৬
০৭	২১০-২৪৫	২৪৫	৩৫	৭
সর্বমোট = ৭০				

আবার y অক্ষ (উল্লম্ব রেখা) বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের ১ টি বাহুর দৈর্ঘ্য = ১ টি পরিবার [অথবা ০.৭ সেমি = ১ টি পরিবার] নিয়ে নিচের ছবির মতো কতকগুলি পরস্পর সংলগ্ন আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করলাম যার প্রস্থ প্রথমে শ্রেণি দৈর্ঘ্য এবং দৈর্ঘ্য অর্থাৎ আয়তক্ষেত্রের অনুরূপ শ্রেণির পরিমাপ বা পরিমাপের সমান হবে এক্ষেত্রে প্রথম বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৫ সেমি এবং দৈর্ঘ্য ১ একক।

আমরা এইভাবে লেখচিত্র অঙ্কন করে কতকগুলি আয়তক্ষেত্র পেলাম যাদের মধ্যে কোনো ফাঁক নেই এবং আয়তক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল অনুরূপ শ্রেণিগুলির পরিমাপের সমানুপাতী

অনিচ্ছিত চেনের শ্রেণি বিন্যাসিত পরিমাপের বিভাজনের একটি আয়তক্ষেত্রের মাধ্যমে লৈখিক উপস্থাপনকে বলা হয়।

অনিচ্ছিত চেনের শ্রেণি বিন্যাসিত পরিমাপের বিভাজনের লৈখিক উপস্থাপনকে x অক্ষ বলা হয়। আয়তলেখ হলো পরস্পর সংলগ্ন একগুচ্ছ আয়তক্ষেত্র প্রত্যেকটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অনুরূপ শ্রেণির পরিমাপের বা পরিমাপের সমানুপাতী





আয়তনের পরিমাপ একটি সুখরিত হাউস অনুষ্ঠানের ফলাফল।
মানককরণ বা তথ্য তালিকা তৈরির ক্ষেত্রে নিম্নলিখিত তথ্যগুলি
একটি নির্দিষ্ট কাজের ক্ষেত্রে



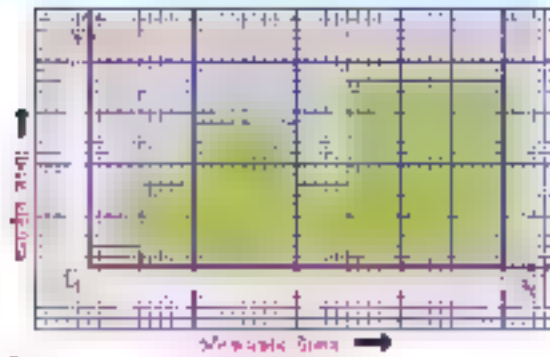
11 সেই তালিকাটি হলো

দৈনিক যজুরি টাকায়	0-50	50-100	100-200	200-250	250-400
কর্মচারীর সংখ্যা	2	8	14	8	18

আমি উপরের তথ্যকে একটি আয়তনের মাধ্যমে প্রকাশ করি

প্রথমে উপরের তথ্যের বিশ্লিষ্ট পবিসংখ্যা বিভাজন ছক তৈরি করলাম

শ্রেণি (দৈনিক যজুরি টাকায়)	শ্রেণি দীর্ঘতম দ্বারা নির্দিষ্ট শ্রেণি	শ্রেণি দৈর্ঘ্য	পবিসংখ্যা
0-50	0-50	50	2
50-100	50-100	50	8
100-200	100-200	100	14
200-250	200-250	50	8
250-400	250-400	50	18
মোট			50



পবিসংখ্যা বিভাজনের ছকটির শ্রেণি-বিভাগগুলির
লৈখিক উপস্থাপন করলাম x -অক্ষের ক্ষুদ্রতম
বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 10 একক এবং y -অক্ষের
ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 একক করে
আয়তনের অঙ্কন করেছি
লেখছি পাশের লৈখিক চিত্রটিতে আয়তক্ষেত্রের
ক্ষেত্রফলগুলি আয়তনের শ্রেণি পবিসংখ্যার
সমানুপাতী নয়

কিন্তু কোন এমন হাল?

বুঝেছি, পূর্বে পবিসংখ্যা বিভাজন ছক শ্রেণি দৈর্ঘ্যগুলি সমান ছিল কিন্তু এই ছকে শ্রেণি দৈর্ঘ্যগুলি অসমান

এই বকবাক্যের অর্থ হল পবিসংখ্যা বিভাজন শ্রেণি দৈর্ঘ্যগুলি যখন সমান নয় তখন অঙ্কন করার মাধ্যমে
তথ্যটি সঠিকভাবে উপস্থাপন করতে হবে

এইবক্য ক্ষেত্রে আমাদের মীটার দুটি ধাপ অনুসরণ করতে হবে

1. প্রথমে সুবিধামতো সবচেয়ে ছোটো শ্রেণি দৈর্ঘ্য একটি শ্রেণি অন্তর্গত বেছে নেব উপরের উদাহরণে
সবচেয়ে ছোটো শ্রেণি দৈর্ঘ্য 50 বেছে নিলাম

2. এবার আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য (উচ্চতা) এমন করব যাতে অন্যান্য সকল আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 50 শ্রেণি-দৈর্ঘ্যের
সমানুপাতী হয়।



যেমন যখন শ্রেণি দৈর্ঘ্য 100 তখন আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 4

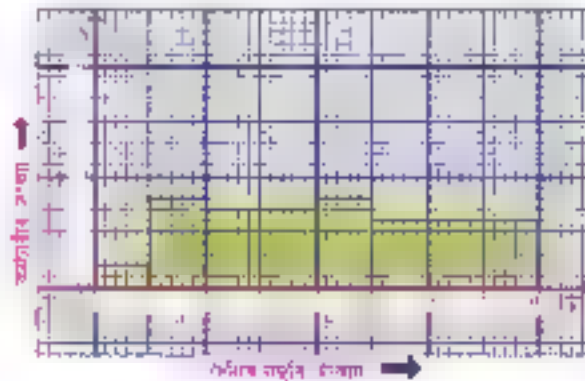
সুতরাং যখন শ্রেণি দৈর্ঘ্য 50 তখন আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য হবে $\frac{14}{100} \times 50 = 7$

একইভাবে, আয়তলেখের আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যগুলি হিসেবে করে লিখি

শ্রেণি (দৈনিক মজুরি টাকায়)	পরিমাণ	শ্রেণি দৈর্ঘ্য	আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য
0-50	2	50	$\frac{2}{50} \times 50 = 2$
50-100	8	50	$\frac{8}{50} \times 50 = 8$
100-200	14	100	$\frac{14}{100} \times 50 = 7$
200-250			$\frac{8}{50} \times 50 = 8$
250-400			$\frac{18}{150} \times 50 = 6$

উপরের ছকে দৈনিক মজুরি প্রতি 50 টাকায় শ্রেণিক সংখ্যা পেয়েছি

আগের পাতার ছকের স্থানকে
অন্যদিকে প্রদত্ত কয়েটের সঠিক
আয়তলেখ আঁকুন এবং যথা
প্রমাণ সমান নয়



যদি সংগৃহীত তথ্যটি নিম্নরূপ হতো

দৈনিক মজুরি (টাকায়)	0-50	50-100	100-200	200-300	300-350
কর্মচারীর সংখ্যা	200	900	600	700	1000

নিচের আয়তলেখ আঁকুন বরা

12. নিম্নলিখ ১৬ জন ছাত্রের পড়ার পড়ার দৈর্ঘ্য (ঘণ্টা) হওয়ায় হওয়ায়
পেন সেগুলি নিচের ছকে লিপিবদ্ধ করুন



পড়ার দৈর্ঘ্য (মিনিট)	1-8	9-16	17-24	25-32	33-40	41-48	49-56
শ্রেণির সংখ্যা	3	5	9	12	5	4	2



13. যোগ অন্য এক ছাফা কানখানার কর্মীদের দাঁড়ী সমষ্টি কণ্ডল মজুত দাঁড়ী ছাক লিখল।

দৈনিক বেতন টাকায়	100	90	80	70	60	50
ক্রমিক সংখ্যা	6	4	12	6	20	2

আমি উপরের তথ্যের আয়তলেখ অঙ্কন করি।

দেখছি, তথ্যের সংগ্রহ করা তথ্যগুলি শ্রেণি সাপেক্ষ নয়। একত্রে তথ্যে শ্রেণিভিত্তিক দাঁড়ীতে অঙ্কন করা যায় দেখি।

দেখছি, দুটি ক্রমিক বেতনের অন্তর 10

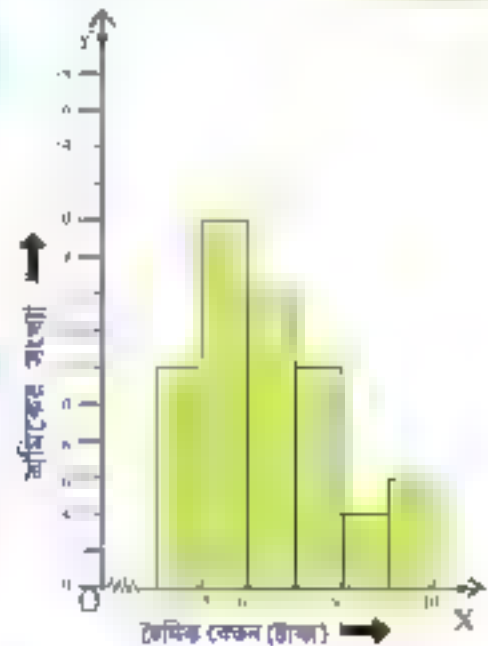
সমদৈর্ঘ্যের শ্রেণি পাওয়ার জন্যে 100 90 80 70 বেতন সমূহকে 95 105 85 95 75 85, 65 75, ... প্রভৃতি শ্রেণি অন্তরের মধ্যবিন্দু নেব।

$$100 - \frac{10}{2} = 100 + \frac{10}{2} = (95, 105)$$

প্রথম তথ্যের আয়তলেখ অঙ্কনের জন্যে পরিসংখ্যা-বিভাজন কণ্ডটি পললাম।



শ্রেণি (দৈনিক বেতন টাকায়)	পরিসংখ্যা (ক্রমিক সংখ্যা)
95 - 105	06
85 - 95	04
75 - 85	12
65 - 75	16
55 - 65	20
45 - 55	12
মোট	70



আমি অনুক্রমিক রেখায় 1. দেখি = 1 টাকার বেতন এবং উল্লম্ব রেখায় 10 5 দেখি = 2 জন শ্রমিক ধরে নির্দিষ্ট চলের পরিসংখ্যা বিভাজন ছাবের আয়তলেখ অঙ্কন করলাম।



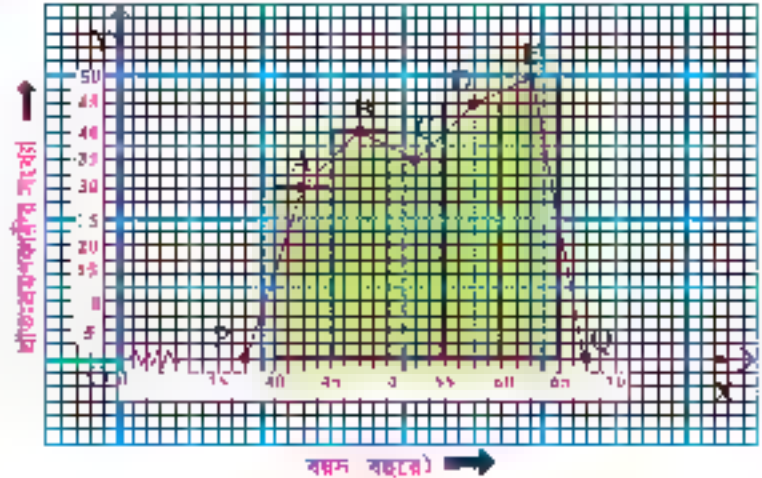
14. আমি আমার নান্না সঙ্গে পড়িদিন ভোর লটমিকাল খার্ডনে খাতাভ্রমণ গছি। আজ আমি ও আমার লল সাহান ঠিক কালজি আজ হওজন খাতাভ্রমণ এসেছে। এদের বয়স অনাথায়ী তথ্য সংগ্রহ করে লিখব। আজ আমাচের ল হই করা তথ্যটি হলো।

শ্রেণি (বয়স বছরে)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65
পরিসংখ্যা	30	40	35	45	50



আমরা আগের সংগৃহীত তথ্যটি
একটি আয়তলেখের মাধ্যমে প্রকাশ
করব।

x-অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের এটি
বাহুর দৈর্ঘ্য = 5 বছর এবং y-অক্ষের
ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 2 টি বাহুর
দৈর্ঘ্য = 5 জন প্রতিবেশনকারী যার
উপরেই সংগৃহীত তথ্যটির
আয়তলেখ আঁকন করলাম।



আমরা ভাই রেখিত যথাযথ কাণ্ড করলাম, সে আমরা
আঁকা আয়তলেখের পরস্পর সংলগ্ন আয়তক্ষেত্রের
উপরেই বাহুর মধ্যবিন্দুগুলি A, B, C, D ও E দিয়ে
চিহ্নিত করলাম।

সেখানি A, B, C, D ও E এর স্থানাঙ্ক ব্যবস্থাতে
(42.5, 30), (47.5, 40), (52.5, 35), (57.5, 45)
এবং (62.5, 50)।

শ্রেণি	শ্রেণি মধ্যমানে	পরিমাণ
40-45	42.5	30
45-50	47.5	40
50-55	52.5	35
55-60	57.5	45
60-65	62.5	50

আদি A, B, B, C, C, D, D, E সরলরেখাংশ দ্বারা যোগ করলাম এবং এই A, B, C, D ও E দিয়ে বহুভুজ গঠনের
জন্য x-অক্ষে P (37.5, 0) এবং Q (67.5, 0) দুটি বিন্দু নিয়ে A, P, E, Q সরলরেখাংশ দ্বারা যোগ করলাম।

37.5 হলো (35, 40) এর মধ্যবিন্দু এবং 67.5 হলো (65, 40) এর মধ্যবিন্দু।

সেখানি P, A, B, C, D, E, Q বহুভুজ পলায় এই বহুভুজকে চৌ বলা হয়।

P, A, B, C, D, E, Q বহুভুজটিকে প্রসঙ্গ তথ্যের প'এস' থার বহুভুজ Frequency Polygon বলা হয়।

কোনো অলিঙ্ঘন চারের সমন্বয়ের শ্রেণিগুলির মধ্যমার প্রকাশিত প'এস' থার বিভাজনের সৈখিক উপস্থাপনের
কিন্তু প'এস' থার বহুভুজ আঁকন করা হয় এক্ষেত্রে যার নেওড়া হয় যে কোনো নির্দিষ্ট আয়তক্ষেত্র চারের
মানগুলি অনুবৃত্ত শ্রেণির মধ্যবিন্দুতে কেন্দ্রীভূত কিমনও কখনও বিচ্ছিন্ন চারের প'এস' থার বিভাজন
উপস্থাপনের জন্যও প'এস' থার বহুভুজ আঁকন করা হয়।

কোনো প'এস' থার বহুভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times (\text{প্রথম ও শেষ বিন্দুর x-স্থানাঙ্কের পার্থক্য}) \times (\text{প্রথম ও শেষ বিন্দুর y-স্থানাঙ্কের পার্থক্য})$

আমি আমাদের স্কুলের 100 জন বাল্যবয়স্ক জন (কিগ্রা) নিয়েছি। সেগুলি হলো:

বাল্যবয়স্ক জনের কিগ্রা	42-44	44-46	46-48	48-50	50-52	52-54
বাল্যবয়স্ক জনের সংখ্যা	14	18	26	21	14	8

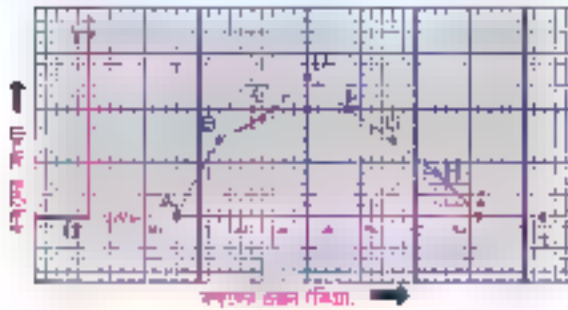
15 আমি উপরোক্ত তথ্যটি প'এস' থার বহুভুজের মাধ্যমে প্রকাশ করি।

1) আমি প্রথমে প'এস' থার বিভাজন ছকটি করলাম।



২. এবার x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের ১টি বাহুর দৈর্ঘ্য = ২ সেন্টিমিটার এবং y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের ১টি বাহুর দৈর্ঘ্য = ২ জন ব্যক্তি বরি।

ব্রেজি	শ্রেণি মধ্যক বা মধ্যমান	পরিসংখ্যা
42-44	43	4
44-46	45	18
46-48	47	26
48-50	49	20
50-52	51	14
52-54	53	8
মোট		100

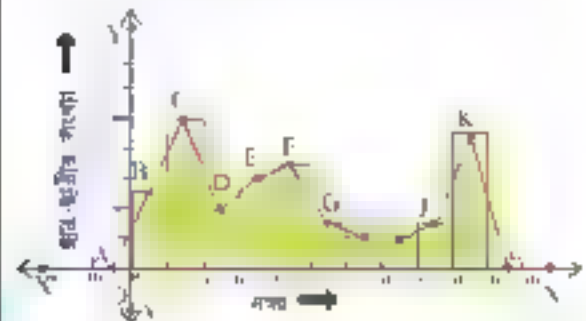


প্রত্যেকটি শ্রেণির শ্রেণিমধ্যমান ভুক্ত এবং শ্রেণি পরিসংখ্যা কোটি ধরে (43 4 45 18) 47 26 49 20 (51 14) 53 8) বিন্দুগুলি স্থাপন করলাম এবং ওই বিন্দুগুলি পরস্পর সরলরেখাংশ দ্বারা যোগ করলাম এবং বহুভুজটির অঙ্কন সম্পূর্ণ করার জন্য x অক্ষের উপর প্রথম শ্রেণিসীমানার ঠিক আগের শ্রেণি সীমানার '0' (শূন্য) পরিসংখ্যা বিশিষ্ট মধ্যবিন্দু ও শেষ শ্রেণিসীমানার ঠিক পরের শ্রেণিসীমানার '0' (শূন্য) পরিসংখ্যা বিশিষ্ট মধ্যবিন্দুও সরলরেখাংশ দিয়ে যোগ করে (এখানে (41.0) ও (55.0) যোগ করে) নির্ণয় ABCDEFGHI বহুভুজটি পেলাম।

মানিনামের কুলে 5 জন ছাত্র কুণ্ডী 00 নম্বরের মাধ্যম নিম্নলিখিত নম্বর পেয়েছে

নম্বর	ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা
0-10	5
10-20	10
20-30	4
30-40	6
40-50	7
50-60	3
60-70	2
70-80	2
80-90	3
90-100	9
মোট =	51

আমি ওই পরিসংখ্যা লিভাজনের ছক থেকে একটি আকৃত্যসম্মত ও পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করি



XOX ও YOY দুটি অক্ষ লম্বভাবে অঙ্কন করলাম x অক্ষ বরাবর 0.5 সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্য = 0 নম্বর এবং y অক্ষ বরাবর 0.5 সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্য = ১ জন ধরে আয়তলেখটি অঙ্কন করি

এবার পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রথম শ্রেণির ঠিক আগের একটি শ্রেণি 10- (এবং শেষ শ্রেণির ঠিক পরের শ্রেণি 100-11) নিই এই দুই শ্রেণির পরিসংখ্যা 0 হবে

এরপর (50 5 55 10 65 10 75 6 85 7) (55 3) (65 2) (75 2) (85 3) (95 9) (105 0) বিন্দুগুলি পরস্পর সরলরেখাংশ দ্বারা যোগ করে ABCDEFGHIJKL পরিসংখ্যা বহুভুজটি অঙ্কন করলাম



আমাদের পাড়ায় A ও B দুটি দলের ক্রিকেট খেলা চলছে। প্রথম ৫ ওভারে অর্থাৎ $5 \times 6 = 30$ টি বলস কোন দল কত রান করেছিল তা ছক করে নীচে লিখলাম।

বলের সংখ্যা	১-৬	৭-১২	১৩-১৮	১৯-২৪	২৫-৩০
A দলের রান	২	১	৮	৭	৪
B দলের রান	৫	৬	২	১০	৫

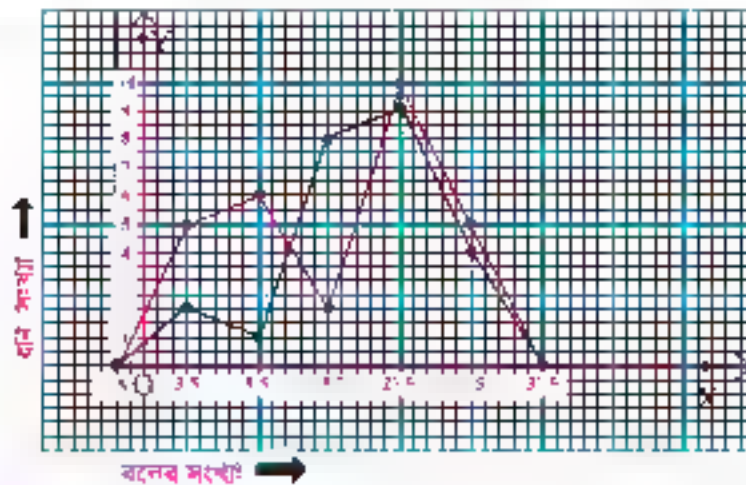
১১ আমি একই ছক কাগজে উপরের দুটি দলের তথ্যগুলির পরিসংখ্য বহুভুজ আঁকন দাঁত ও তুলনা করি।

আমি প্রথম তথ্যগুলির পরিসংখ্য লিখিতম ছক তৈরি করি।

শ্রেণি (বলের সংখ্যা)	শ্রেণি সীমানা	শ্রেণির অধ্যক্ষ	A দলের রান	B দলের রান
৬	০.৫-৬.৫	৩.৫	২	৫
৭-১২	৬.৫-১২.৫	৯.৫	১	৬
১৩-১৮	১২.৫-১৮.৫	১৫.৫	৮	২
১৯-২৪	১৮.৫-২৪.৫	২১.৫	৭	১০
২৫-৩০	২৪.৫-৩০.৫	২৭.৫	৪	৫

আমি বলের সংখ্যা x অক্ষ বরাবর এবং রানের পরিমাণ y অক্ষ বরাবর নিলাম। x অক্ষ বরাবর ৫টি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ বর্গ এবং y -অক্ষ বরাবর ২টি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = ১। রান বসাই A দলের জন্য (৩.৫, ২), (৯.৫, ১), (১৫.৫, ৮), (২১.৫, ৭), (২৭.৫, ৪) বিন্দুগুলি স্থাপন করে এবং অনুভূমিক রেখার সাহায্যে যোগ করে A দলের পরিসংখ্য বহুভুজ পলাম।

একইভাবে, B দলের জন্য (৩.৫, ৫), (৯.৫, ৬), (১৫.৫, ২), (২১.৫, ১০), (২৭.৫, ৫) বিন্দুগুলি স্থাপন করে এবং অনুভূমিক রেখার সাহায্যে যোগ করে B দলের পরিসংখ্য বহুভুজ পলাম।



দেখছি, পরিসংখ্য বহুভুজের সাহায্যে আমরা একাধিক তথ্যের সহজে তুলনা করতে পারি।



কষে দেখি—১১.৩

- ১ নকুলজলা গ্রামের ৫০টি নেকোলনের দৈনিক লাভ টিকা নীচে ছকে করে লিখলাম

দৈনিক লাভ (টিকা)	০-৫০	৫০-১০০	১০০-১৫০	১৫০-২০০	২০০-২৫০
নেকোলনের সংখ্যা	৪	১৫	১০	১২	৫

উপরের তথ্যের আয়তলেখ অঙ্কন করি

২. মিতা জামের স্থানীয় ৭৫ জন বন্দুদের উচ্চতা মোপ নীচের ছকে লিখলাম

উচ্চতা (সেমি)	১৩৬-১৪২	১৪২-১৪৮	১৪৮-১৫৪	১৫৪-১৬০	১৬০-১৬৬
বন্দুদের সংখ্যা	১২	১৪	২৬	১৪	৫

আমি মিতার সংগ্রহ কর তথ্যের আয়তলেখ অঙ্কন করি

৩. আম্রামের পাড়ায় ১০ বছর থেকে ৪৫ বছর বয়স পর্যন্ত বাসিন্দাদের মধ্যে হিন্দিভাষী লোকের সংখ্যা সংগ্রহ করে নীচের ছকে লিখলাম

বয়স বহুরো	১০-১৫	১৬-২১	২২-২৭	২৮-৩৩	৩৪-৩৯	৪০-৪৫
হিন্দিভাষী লোকের সংখ্যা	৪	১৪	১০	২০	৬	২

আমি উপরের তথ্যের আয়তলেখ অঙ্কন করি

৪. নীচের পরিসংখ্য বিভাজন ছকের আয়তলেখ অঙ্কন করি

শ্রেণি	১-১০	১১-২০	২১-৩০	৩১-৪০	৪১-৫০	৫১-৬০
পরিসংখ্যা	৪	৩	৬	২	২	৭

৫. আমি শ্রমীদের ক্রমের ৭৫ জন শ্রমিকীদের নিম্নলিখিত প্রাপ্ত বছরের পরিসংখ্য বহুভুজ অঙ্কন করি

প্রাপ্ত বছর	৩০	৪০	৫০	৬০	৭০	৮০
জাত-ছাত্রীক সংখ্যা	১২	১৪	২১	১৫	৬	৩

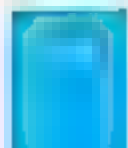
ছক কাগজে অনুভূমিক ও উল্লম্বরেখা বরাবর সূচিসংকেত মাথ নিয়ে ২০ ০., ৩০ ১২., ৪০ ১৪., ৫০ ২১., ৬০ ১৫., ৭০ ৬., ৮০ ৩. ও (৯০ ০.) বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করি ও যোগ করে পরিসংখ্য বহুভুজ অঙ্কন করি।

৬. নীচের পরিসংখ্য বিভাজন ছকটির পরিসংখ্য বহুভুজ অঙ্কন করি

শ্রেণি	০-৫	৫-১০	১০-১৫	১৫-২০	২০-২৫	২৫-৩০
পরিসংখ্যা	৪	১০	২৪	১২	২০	৪

৭. নীচের পরিসংখ্য বিভাজন ছকের আয়তলেখ অঙ্কন করে পরিসংখ্য বহুভুজ অঙ্কন করি

উচ্চতার পরিমাপ (টিকা)	২০	২৫	৩০	৩৫	৪০	৪৫	৫০
সমন্বয় সংখ্যা	২০	২৬	১৬	০	৪	১৪	৬



৪ নীচের পরিসংখ্য বিভাজন ছকের আয়তলেখ অঙ্কন করি

বিশৃঙ্গা	0	1	2	3	4	5
পরিবার সংখ্যা	20	85	50	25	15	5

সংকেত প্রথমে বাণিতথ্যকে প্রদত্ত বহির্ভূত লম্বাঙ্ক অনুসারে প্রদত্ত সীমানাসহ নীচের মতো পরিসংখ্য বিভাজন ছক প্রস্তুত করে নেব

বিশৃঙ্গা	0-	2	2-3	3-4	4-5	5-6
পরিবার সংখ্যা	20	85	50	25	15	5

৫ বীরসিংহ গ্রামের বিদ্যালয়ের প্রাথমিক বিদ্যালয়ে ১২ জন শিক্ষক/শিক্ষিকাদের বয়স নীচের ছকে লিখলাম।

বয়স বহুভুজ	৩৫-৩৬	৩৬-৩৭	৩৭-৩৮	৩৮-৩৯	৩৯-৪০
শিক্ষক, শিক্ষিকার সংখ্যা	০	৩	০৫	০৩	০১

আমি উপরের তথ্যটির আয়তলেখ ও পরিসংখ্য বহুভুজের মাধ্যমে লৈখিক উপস্থাপন করি

১০ নীচের পরিসংখ্য বিভাজন ছকটির পরিসংখ্য বহুভুজ অঙ্কন করি

প্রতি	75-80	80-85	85-90	90-100	100-105
পরিসংখ্যা	12	18	22	10	8

১১ নীচের পরিসংখ্য বিভাজন ছকটির পরিসংখ্য বহুভুজ অঙ্কন করি

প্রতি	১-১০	১১-২০	২১-৩০	৩১-৪০	৪১-৫০
পরিসংখ্যা	8	3	6	12	4

১২ আমাদের গ্রামে সকল নারীদের স্বাক্ষর করার বিশেষ ব্যবস্থা নেওয়া হবে তাই আমরা নীচের তথ্যটি সংগ্রহ করেছি

বয়স	১০-১৫	১৫-২০	২০-২৫	২৫-৩০	৩০-৩৫
স্বাক্ষরকারীদের সংখ্যা	40	90	100	60	160

আমি উপরের তথ্যটির পরিসংখ্য বহুভুজ অঙ্কন করি

১৩ গত মাসে আমাদের কলকাতা কুটনয়ন লিখে প্রদত্ত প্রশ্নের পরিসংখ্য নীচে লিখাছি

প্রশ্ন	0	1	2	3	4	5	6
করিসংখ্যা	১৫	20	2	8	6	৩	1

উপরের বাণিতথ্য উপস্থাপনের জন্য একটি পরিসংখ্য বহুভুজ অঙ্কন করি



14. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.)

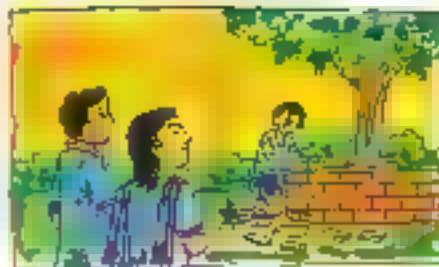
১. একটি আয়তাকার প্রতিটি অক্ষের ক্ষেত্র সমানুপাতী হয়।
 (a) ওই প্রেক্ষির মধ্যবিন্দুর সাথে
 (b) ওই প্রেক্ষির প্রেক্ষি দৈর্ঘ্যের সাথে
 (c) ওই প্রেক্ষির পরিসংখ্যার সাথে
 (d) ওই প্রেক্ষির ক্রমবৈগিক পরিসংখ্যার সাথে
২. একটি পরিসংখ্যা নমুনা তৈরি অঙ্কন করে ওই প্রেক্ষির সীমানা হয়।
 (a) প্রেক্ষির উচ্চ সীমানা দ্বারা
 (b) প্রেক্ষির নিম্ন সীমানা দ্বারা
 (c) প্রেক্ষির মধ্যমান দ্বারা
 (d) প্রেক্ষির যেকোনো মান দ্বারা
৩. আয়তাকার অঙ্কনর ক্ষেত্র প্রাতি প্রেক্ষির আয়তাকারের চূর্ম হয়।
 (a) y -অক্ষ বরাবর
 (b) x -অক্ষ বরাবর
 (c) x -অক্ষ এবং y -অক্ষ উভয় বরাবর
 (d) x -অক্ষ ও y -অক্ষের মধ্যে
৪. আয়তাকার অঙ্কনর ক্ষেত্র প্রাতি প্রেক্ষির আয়তাকারের চূর্ম হয়।
 (a) পরিসংখ্যা
 (b) প্রেক্ষি সীমানা
 (c) প্রশ্নার
 (d) প্রেক্ষি দৈর্ঘ্য
৫. একটি আয়তাকার নিন্দ্রত্ব তথ্যের লৈখিক প্রকাশ যার প্রেক্ষি সীমানা এবং প্রেক্ষি সীমা নেওয়া হয় যথাক্রমে
 (a) উল্লম্ব ও অনুভূমিক অক্ষ বরাবর
 (b) কেবলমাত্র উল্লম্ব অক্ষ বরাবর
 (c) কেবলমাত্র অনুভূমিক অক্ষ বরাবর
 (d) অনুভূমিক এবং উল্লম্ব অক্ষ বরাবর



12

ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত উপপাদ্য (THEOREMS ON AREA)

- 1 অমরেন্দ্র বাড়িন যাবোতে আয়তক্ষেত্রাকার টালি বসানো হয়েছে এখনও ১৪টি সমান মাপের টালি অতিরিঙ্ক হিসাবে পাড় আছে। আমরা ঠিক করছি এই ৪টি টালি আমাদের বাগানের পথেরা গাছের গোড়ায় ঢাকনিক লাগিয়ে দেওয়া কিন্তু এই ৪টি সমান মাপের আয়তক্ষেত্রাকার টালিগুলি নিয়ে গাছের পেড়ার কতটা জায়গা ভরাটি করতে পারব? প্রথমে ১টি টালি কতটা জায়গা জুত মাকর হিসাব কাব অর্থাৎ ১টি আয়তক্ষেত্রাকার টালির ক্ষেত্রফল হিসাব করি।



মাপে দেখছি আয়তক্ষেত্রাকার টালির দৈর্ঘ্য ১৫ সেমি এবং প্রস্থ ১০ সেমি।

$$\begin{aligned} 1 \text{ টি টালির ক্ষেত্রফল} &= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \\ &= 15 \text{ সেমি.} \times 10 \text{ সেমি} \\ &= 150 \text{ বর্গ সেমি} \end{aligned}$$

যোহতু, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ (এটি একটি স্বতঃসিদ্ধ)

১৪ টি একই মাপের আয়তক্ষেত্রাকার টালি দিয়ে 150×14 বর্গ সেমি = বর্গ সেমি জায়গা ভরাটি করতে পারব।

কিন্তু যদি মিলিত আকারে আয়তক্ষেত্রের না হয়ে নীচের ছবির মতো হতো তাহলে কি ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যেত?

তখনও টালিটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যেত কিন্তু কঠিন হতো।

ক্ষেত্রফল বলতে কী বুঝি?

ক্ষেত্রফল হলো কোনো ক্ষেত্রের পরিমাপ। Magnitude or measure) এই পরিমাপটি কোনো একক Unit সমেত প্রকাশ করা হয় যেমন ১৫০ বর্গ সেমি কোনো ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।



এই সামন্তলিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= নীল অংশের ক্ষেত্রফল + লাল অংশের ক্ষেত্রফল



যদি প্রতিটি টালির মাপ ১৫ x ১০ আকার shape একই রকম হয় অর্থাৎ প্রতিটি টালিকে একটর উপর অপসারি বসিয়ে দিলে সম্পূর্ণভাবে মিলে যায় তাহলে কি ও. নর ক্ষেত্রফল সমান হবে?

যদি দুটি সামন্তলিক ক্ষেত্রের আকার ও মাপ সমান হয় অর্থাৎ সর্বসম হয়, সেক্ষেত্রে তাদের ক্ষেত্রফলও সমান হবে।

কিন্তু যদি দুটি সামন্তলিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হয় তবে কি সামন্তলিক ক্ষেত্রদুটি সর্বসম হবে?

$$4 \text{ সেমি} \times \boxed{5 \text{ সেমি}} = \boxed{20 \text{ বর্গ সেমি}} \times 2 \text{ সেমি}$$

এই সামন্তলিক ক্ষেত্রদুটির ক্ষেত্রফল সমান কিন্তু এরা সর্বসম নয় অর্থাৎ একটির উপর অপরটি বসিয়ে দিলে সম্পূর্ণভাবে মিলে যাবে না।



আমরা কোনে সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের কী কী ধর্ম পলম্ব লিখি

- A ও B দুটি সামান্তরিক ক্ষেত্র সমান হলে A -এর ক্ষেত্রফল = B -এর ক্ষেত্রফল হবে
- একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রকে দুটি আলাদা আলাদা (যদি একটি ক্ষেত্র অপব্যটির ক্ষেত্রের কোনও জায়গা না নেয়) অংশ A ও B তে বিভক্ত করলে,

সমগ্র সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = A অংশের ক্ষেত্রফল + B অংশের ক্ষেত্রফল

নান্দন মাপের ও আলাদার টালির ক্ষেত্রফলের ধারণা পাওয়ার জন্য আমরা নান খাতায় অনেকগুলি বহুভুজাকার চিত্র আঁকল সে আঁকল



আমি দাদার আঁকা চিত্রগুলির মধ্যে মিল খুঁজি

- এ চিত্রে দেখছি, $ABCD$ ও $EBCF$ দুটি সামান্তরিক যাদের একই ভূমি BC কিন্তু A, D, F ও E একই সরলরেখায় নেই অর্থাৎ সমরেখ নয়

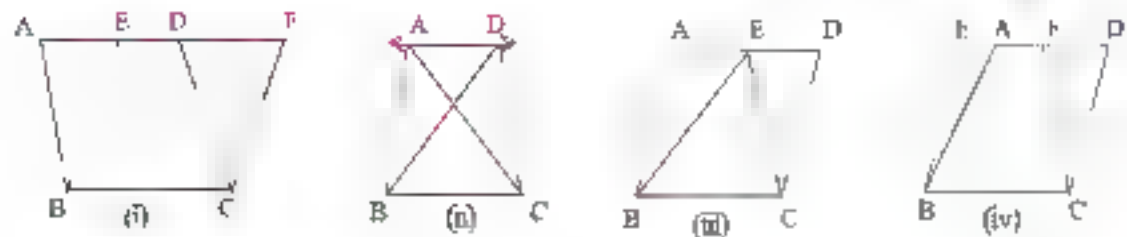
আবার (ii) এ চিত্রে, $\triangle ABC$ ও $\triangle DBE$ এর একই ভূমি BC

- এ চিত্রে AB ও DE এর একই ভূমি BC কিন্তু A, E, D সমরেখ নয়

- এ চিত্রের সামান্তরিক $ABCD$ এবং ত্রিভুজাকার $EBCF$ এর একই ভূমি BC

কিন্তু E, F, D, A সমরেখ নয়

আমি দাদার আঁকা চিত্রগুলি অন্যভাবে আঁকি



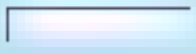
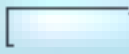
আমি কোনের আঁকা (i), এ ছবিতে দেখছি

$ABCD$ এবং $EBCF$ সামান্তরিক দুটির একই ভূমি BC কিন্তু BC সাধারণ ভূমির উপরের দিকের বীহ বিন্দুগুলি A, D, E ও F, A, F সরলরেখায় অবস্থিত এবং $AF \parallel BC$

অর্থাৎ বলাতে পারি $ABCD$ এবং $EBCF$ সামান্তরিক দুটি একই ভূমি BC এবং একই সমান্তরাল সরলরেখাযুগল BC ও AF এর মধ্যে অবস্থিত

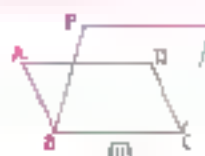
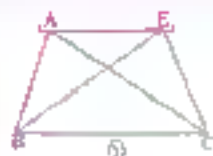


কাকি ছবিগুলি দেখি ও ছকে লিখি

ছবি	সাম্যতলিক চিত্র	সমাপ্ত ভূমি	সমাপ্ত ভূমির উপরের দিকের শীর্ষবিন্দুগুলি কোন রেখায় অবস্থিত ও ভূমির সমাপ্ত রেখার সম্পর্ক	কিন্তু
১ নং	ΔABC ও ΔDBE	BC	BC এর উপরের দিকের শীর্ষবিন্দু A ও D এবং AD BC	ΔABC ও ΔDBE একই ভূমি BC ও একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত।
২ নং			BC এর উপরের দিকের শীর্ষবিন্দুগুলি A, E ও D এবং A, E ও D বিন্দুগুলি একই সরলরেখা AD-তে অবস্থিত এবং AD BC	নিজে লিখি
৩ নং	নিজে লিখি	নিজে লিখি	নিজে লিখি	নিজে লিখি

সমাপ্ত ভূমি হল একটি একই ভূমি ও একই সমাপ্ত রেখার উপরে অবস্থিত দুটি সমাপ্ত ভূমি।
 ১ নং চিত্রে ΔABC ও ΔDBE একই ভূমি BC এবং একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত।
 ২ নং চিত্রে ΔABE ও ΔDEC একই ভূমি BC এবং একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত।

আমরা এখান থেকে 'সমাপ্ত ভূমি'র একটি চিত্রগুলি দেখে সে আর খানেক আলাদা চিত্র আঁকব।



আমি নিম্নের আঁকা চিত্রগুলি দেখি ও কোন সাম্যতলিক চিত্রগুলি একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত লিখি

দেখছি, ১ নং চিত্রে ΔABC ও ΔEBC একই ভূমি BC এবং একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগল BC ও AE-এর মধ্যে অবস্থিত।

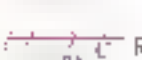
কিন্তু, ২ নং চিত্রে সাম্যতলিক ABCD এবং সাম্যতলিক PBCQ একই ভূমি BC এর উপর অবস্থিত কিন্তু একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত নয়।

২ নম্বর সাম্যতলিক চিত্রগুলির তেমন কোন সাম্যতলিক চিত্রগুলি একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত নয়।

আমি এখান থেকে 'সমাপ্ত ভূমি'র একটি চিত্রগুলি দেখি ও সে আর খানেক আলাদা চিত্র আঁকব।
 ১ নং চিত্রে ΔABC ও ΔEBC একই ভূমি BC এবং একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগল BC ও AE-এর মধ্যে অবস্থিত।
 ২ নং চিত্রে সাম্যতলিক ABCD এবং সাম্যতলিক PBCQ একই ভূমি BC এর উপর অবস্থিত কিন্তু একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত নয়।

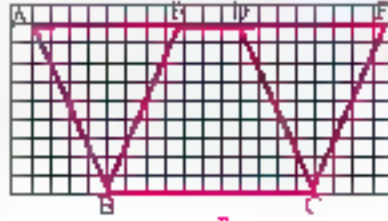
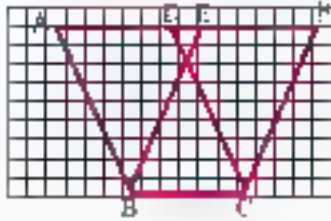


(নিজে করি)



হাতেকলমে

দাদা ছক কাগজে একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখাগুলোর মাধ্যমে অবস্থিত সামান্তরিক আঁকল



এ দুটির সামান্তরিক আকারে ক্ষেত্র দুটির ক্ষেত্রফল ছক কাগজের ঘর গুন নির্ণয় করে তুলনা করি

ছক কাগজের ঘর গুনে দেখছি

ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বর্গ একক (প্রায়)

EBCF সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বর্গ একক (প্রায়)

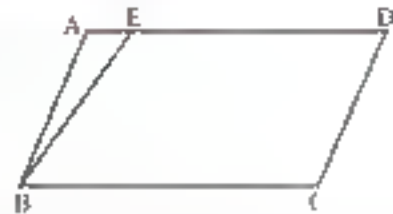
ছক কাগজের ঘর গুনে পেলাম ABCD ও EBCF সামান্তরিক আকার ক্ষেত্র দুটির ক্ষেত্রফল সমান আমি একই ভাবে ছক কাগজে । এ দুটির সামান্তরিক দুটির ক্ষেত্রফল পেলাম বর্গ একক (নির্ভুল করে) হতেকলমে পেলাম একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখাগুলোর মাধ্যমে অবস্থিত দুটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল সমান

হাতেকলমে

আমি ও রিয়া কিছু অনুরকমভাবে হাতেকলমে যাচাই করলাম

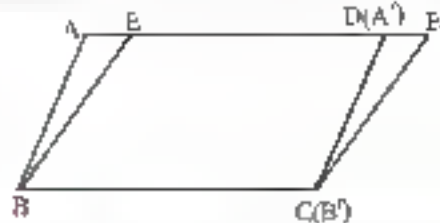
(i) প্রথমে একটি ঘোঁটা আটপেপারে একটি সামান্তরিক ABCD আঁকলাম এবং একটি সরলরেখাংশ BE আঁকলাম

(ii) এবার ট্রেসিং পেপারের সাহায্যে $\triangle ABE$ এবং সর্বসম একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র $\triangle A'B'E'$ এঁকে কোট নিলাম।



(iii) এবার $\triangle A'B'E'$ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রটি ABCD সামান্তরিকের সঙ্গে পাশের ছবির মতো এমনভাবে অঙ্কিলাম যাতে DC-এর সঙ্গে A'B' সমাপত্তিত হয়

দেখছি, দুটি সামান্তরিক ABED ও EBCF' পেলাম যাদের ভূমি BC এবং যাঁরা BC ও AE' সমান্তরাল সরলরেখাগুলোর মধ্যে অবস্থিত



হাতেকলমে এদের ক্ষেত্রফল হিসাব করি

$$\triangle ABE = \triangle A'B'E'$$

$$\triangle ABE = \triangle A'B'E'$$

$$ABCD \text{ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল} = \triangle ABE \text{ এর ক্ষেত্রফল} + \text{চতুর্ভুজ EBCD-এর ক্ষেত্রফল}$$

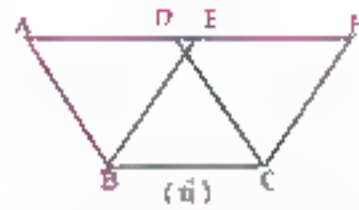
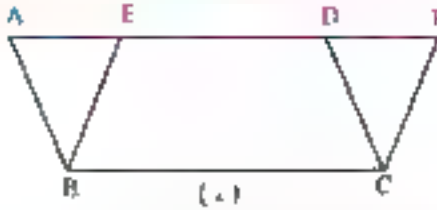
$$= \triangle A'B'E' \text{ এর ক্ষেত্রফল} + \text{চতুর্ভুজ EBCD এর ক্ষেত্রফল}$$

$$= A'B'E'D' \text{ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল}$$

একটি এঁকে ট্রেসিং পেপারে একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখাগুলোর মাধ্যমে অবস্থিত দুটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল সমান

দ্রুতি দিয়ে প্রমাণ করি

উদাহরণ ২১ যি সকল সামান্তরিক একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগল দ্বারা সীমিত থাকে, তাদের ক্ষেত্রফল সমান।



প্রমাণ সামান্তরিক ABCD ও সামান্তরিক EBCE একই ভূমি BC এবং একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগল BC ও AE এর মধ্যে অবস্থিত।

সমাণ করতে হবে যে ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = EBCE সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল অর্থাৎ, সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র ABCD = সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র EBCE

প্রমাণ সামান্তরিক ABCD-এর $AB \parallel DC$ এবং $AE \parallel BC$

$$\angle BAE = \text{অনুরূপ } \angle CDE \quad \dots \dots (i)$$

আবার সামান্তরিক EBCE-এর $EB \parallel FC$ এবং $AE \parallel BC$

$$\angle AEB = \text{অনুরূপ } \angle DFC \quad \dots \dots (ii)$$

$\triangle ABE$ ও $\triangle DCF$ এর মধ্যে

$$\angle BAE = \angle CDE \quad [i, \text{ থেকে পেলাম}]$$

$$AB = DC \quad [\because \text{ABCD সামান্তরিকের বিপরীত বাহু}]$$

$$\angle AEB = \angle DFC \quad [ii] \text{ থেকে পাই}$$

$$\triangle ABE \cong \triangle DCF \quad (\text{সর্বসমতার A-S-A শর্তানুসারে})$$

$$\triangle ABE = \triangle DCF$$

চতুর্ভুজের ক্ষেত্র $\text{ABCE} = \triangle ABE$ ত্রিভুজের ক্ষেত্র = চতুর্ভুজের ক্ষেত্র $\text{ABCE} - \triangle DCF$ ত্রিভুজের ক্ষেত্র সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র $\text{EBCE} =$ সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র ABCD প্রমাণিত।

৩ সকল দুটি সামান্তরিক PQRS ও MQRN এ কছে যে মনে ভূমি QR এবং যাদের একই সমান্তরাল সরলরেখাযুগল PN ও QR এবং মনে অবস্থিত আচ্ছন্ন বিন্দু নিয়ে প্রমাণ কর যে সামান্তরিক PQRS আকারের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = সামান্তরিক MQRN আকারের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

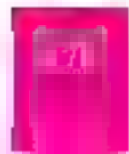
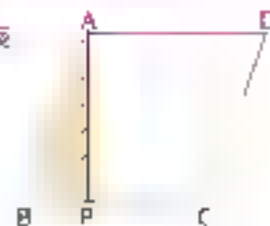
বিষয় একটি আউটপুটে ABCD সামান্তরিক ঐক্যে কেটে নিয়েছে

কিন্তু আমার ভাই কাগজ ভাঁজ করে

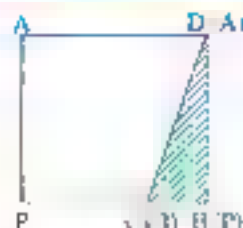
ABCD সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের A বিন্দু থেকে

BC-এর উপর AP লম্ব তৈরি করল

যা BC-তে P বিন্দুতে ছেদ করল



আমি ABP ত্রিভুজাকারক্ষেত্র কেটে নিলাম
এবং পাশের ছবির মতো এমনভাবে আটকে দিলাম
যাতে DC বাহুর সাপেক্ষে AB বাহু সমাপতিত হয়
 $APBD$ আয়তক্ষেত্র পেলাম



দেখছি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র $ABCD$ -এর ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্র $APBD$ এর ক্ষেত্রফল

$$= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ}$$

$$= AD \times AP$$

$$= BC \times AP = \text{ভূমি} \times \text{AP}$$

BC $ABCD$ সামান্তরিক ক্ষেত্রের ভূমি কিন্তু AP কে সামান্তরিকের উচ্চতা বলা হয়

AP সামান্তরিক ক্ষেত্র $ABCD$ -এর উচ্চতা

বুঝেছি, সামান্তরিকের একটি বাহুকে ভূমি ধরলে তার বিপরীত বাহুর যেকোনো বিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্যই হলো সামান্তরিকের উচ্চতা

পেলায় **১৪। ১** সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভূমি \times উচ্চতা

আমি অন্য যে কোনো সামান্তরিক ভাঁকনমে ও একইভাবে উঁজ কলে ও কেটে নিয়ে হাতেকলমে প্রমাণ করলাম যে, সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভূমি \times উচ্চতা

অনুসিদ্ধান্ত ১ আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে, সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভূমি \times উচ্চতা

প্রদত্ত যদি $ABCD$ একটি সামান্তরিক

প্রমাণ $ABCD$ সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

অঙ্কন BC কে ভূমি করে BC ও AD

সমান্তরালযুগ্মকর মাধ্যম আয়তাকার চিত্র $PBCQ$ অঙ্কন করলাম যা DA কে এবং DA এর বর্ধিতাংশকে যথাক্রমে Q ও P বিন্দুতে ছেদ করল

প্রমাণ সামান্তরিক $ABCD$ ও আয়তক্ষেত্রের চিত্র $PBCQ$ একই ভূমি BC এবং একই সমান্তরালযুগ্মকর BC ও PD -এর মধ্যে অবস্থিত

$ABCD$ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্র $PBCQ$ এর ক্ষেত্রফল

$$= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ}$$

$$= BC \times PB$$

$$= \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

[PB , BC ভূমির সাপেক্ষে $ABCD$ সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্রের উচ্চতা]

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি \times উচ্চতা



প্রয়োগ 1 ১ সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ভূমির দৈর্ঘ্য ৮ মি. বিস্তারিত ৬ মি. এর ক্ষেত্রের হিসাব করে লিখি

সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $(10 \text{ মি.} \times 6 \text{ মি.})$ বর্গমি. যদি সমান্তরাল আকারের ভূমির দৈর্ঘ্য ১৫ মি. এবং উচ্চতা ৪.২ মি. হতো, সেক্ষেত্রে সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কী হতো হিসাব করে লিখি [নিজে লিখি]

অনুসিদ্ধান্ত 2 যদি দুটি সমান্তরাল সরলরেখার মাধ্যমে আনুগত্য সমান্তরাল আকার যাদের ভূমির দৈর্ঘ্য সমান, আমি যুক্ত দিয়ে প্রমাণ করি যে সমান্তরাল রূপান্তর ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান

প্রদত্ত ABCD ও PQRS সমান্তরাল দুটি সমান সমান ভূমি AB ও PQ এর উপর এবং একই সমান্তরাল সরলরেখা EF ও GH এর মধ্যে অবস্থিত

প্রমাণ করতে হবে যে ABCD সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = PQRS সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

অঙ্কন A, S ও B, R যুক্ত করলাম

প্রমাণ ABRS চতুর্ভুজে AB=SR, PQ=SR এবং AB=PQ এবং AB=SR, EF=GH

ABRS একটি সমান্তরাল

ABCD ও ABRS সমান্তরাল দুটি একই ভূমি AB ও একই সমান্তরাল সরলরেখা EF ও GH এর মধ্যে অবস্থিত

ABCD সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= ABRS সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
আবার PQRS এবং ABRS সমান্তরাল দুটি একই ভূমি SR এবং একই সমান্তরাল সরলরেখা EF ও GH এর মধ্যে অবস্থিত

PQRS সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

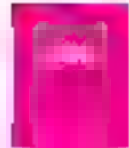
= ABRS সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
সুতরাং ABCD সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= PQRS সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

প্রয়োগ 2 দুটি AB রেখার বিপরীত পাশে ABCD ও ABFE সমান্তরাল এমনভাবে আঁকা যে D, A ও E একই সরল রেখায় এবং B, C ও F একই সরল রেখায় এবং ABCD সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ABFE সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = DCEF সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

প্রদত্ত ABCD ও ABFE সমান্তরাল দুটি AB ভূমির উপর অবস্থিত এবং ভূমি AB এর বিপরীত পাশে অবস্থিত

প্রমাণ করতে হবে যে (i) DCEF একটি সমান্তরাল
(ii) ABCD সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + ABFE সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = DCEF সমান্তরাল আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

প্রদত্ত ABCD সমান্তরালের AB ও DC বিপরীত বাহু
AB=DC এবং AB=DC (i)



আবার $ABFE$ সামান্তরিকের AB ও FE বিপরীত বাহু

$AB = FE$ এবং $AB = FE$ (১৭)

(১) ও (১৬) থেকে পেলোম, $DC = FE$ এবং $DC = FE$

$DCFE$ একটি সামান্তরিক (প্রমাণিত)

সুতরাং $DF = CE$

$\triangle ADF$ ও $\triangle BCE$ তে $AD = BC$, $AF = BE$ এবং $DF = CE$

সুতরাং $\triangle ADF \cong \triangle BCE$ (S-S-S সর্বসমতার শর্তানুসারে)

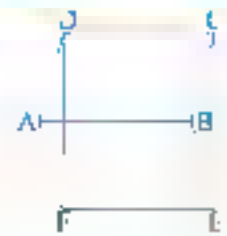
$\triangle ADF = \triangle BCE$

$DAFEC$ বহুভুজ আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\triangle BCE$

$= DAFEC$ বহুভুজ আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\triangle ADF$

$ABCD$ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + $ABFE$ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= DCEF$ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল। (প্রমাণিত)



প্রাঙ্গণ ৩ অর্ধ যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করো যে $ABCD$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $AHEF$ রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের চেয়ে বেশি।

প্রদত্ত $ABCD$ বর্গক্ষেত্র ও $ABEF$ রম্বস আকার ক্ষেত্রের একই ভূমি AB

প্রমাণ করতে হলে যে $ABCD$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $> ABEF$ রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

অঙ্কন F বিন্দু থেকে AB এর উপর FG লম্ব টানলাম FG রম্বসের উচ্চতা

প্রমাণ বর্গক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $= AB \cdot AB$ এবং $ABEF$ রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= AB \cdot FG$

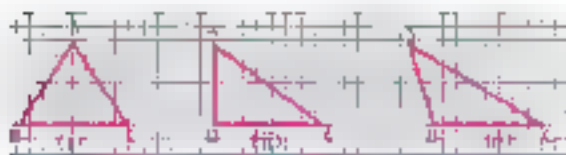
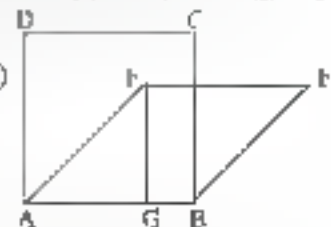
$\triangle FGA$ এর $\angle FGA = 90^\circ$ সমকোণ

অতিভুজ $AF > FG$ এবং $AF = AB$ (রম্বসের বাহু)

সুতরাং $AB > FG$

$AB \cdot AB > AB \cdot FG$

$ABCD$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $> ABEF$ রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল



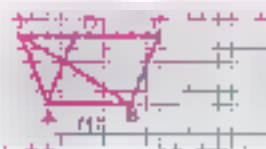
আমরা যখন বিভিন্ন ধরনের সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বোঝাচ্ছি তখন কখনো কখনো হাতে কলামে, কখনো ছক কাগজে একে আবার কখনো যুক্তিসহ প্রমাণ করছিলাম। তখন আমার বাবা ও আমার বন্ধু তিথি ছক কাগজে অনেকগুলি ত্রিভুজ আঁকেছে

আমি ছক কাগজের ঘর গুলে হাতে কলামে ত্রিভুজগুলির ক্ষেত্রফল মাপি

ছক কাগজে ঘর গুলে দেখছি (১) নং ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= 2$ বর্গ একক (প্রাচ)

ছক কাগজের ঘর গুলে (২) নং ও (৩) ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে ও পেলোম নিজে ঘর গুলে লিখি)

যদি একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখাগুলোর মধ্যে একটি ত্রিভুজ ও একটি সামান্তরিক থাকে সাফায়ে ওই দুই ক্ষেত্রফল সমান হবে। কারণ সম্পর্ক থাকবে কি ছক কাগজে এঁকে যাচাই করি



ছক কাগজের ঘব গুনে পেমাম

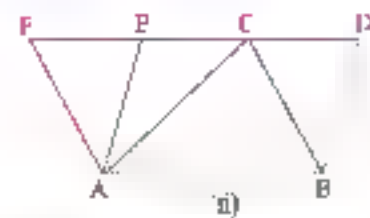
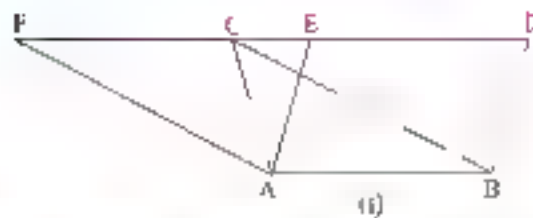
(i) নং ছবির ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১ বর্গ একক প্রায়

(ii) নং ছবির সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ২৬ বর্গ একক প্রায়

ছক কাগজের ১ নং ছবির ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পেমাম বর্গ একক এবং সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বর্গ একক

দেখি 'একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখাংশদ্বারা ঘটা অবস্থিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক' (নিচের ধরি)

উপপাদ্য ২৪ একটি অর্থো গীটাদরে সমান্তরাল সরলরেখাংশদ্বারা একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখাংশদ্বারা ঘটা অবস্থিত হাল ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক হবে



প্রদত্ত $\triangle ABC$ ও সামান্তরিক ABDE একই ভূমি AB ও একই সমান্তরাল সরলরেখাংশদ্বারা AB ও CD-এর মধ্যে ১ নং ছবির ক্ষেত্রে বা AB ও ED-এর মধ্যে (i) ১ নং ছবির ক্ষেত্রে অবস্থিত

প্রমাণ করতে হবে যে $\triangle ABC = \frac{1}{2}$ সামান্তরিক ABDE অর্থাৎ $\triangle ABC$ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ABDE সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক

অঙ্কন A বিন্দু দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন করলাম যা বর্ষিত DC বা DE কে F বিন্দুতে ছেদ করল

প্রাপ্ত \therefore ABCF চতুর্ভুজের

AB \parallel FC (প্রদত্ত)

AF \parallel BC (অঙ্কনানুসারে)

ABCF একটি সামান্তরিক

সামান্তরিক ABDE ও সামান্তরিক ABCF একই ভূমি AB ও একই সমান্তরাল সরলরেখাংশদ্বারা AB ও FD-এর মধ্যে অবস্থিত

ABDE সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ABCF সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
অর্থাৎ সামান্তরিক ABCF-এর কর্ণ AC

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \text{ সামান্তরিক ABCF}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ সামান্তরিক ABDE}$$

$\triangle ABC$ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \text{ABDE সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক}$$

B বিন্দু দিয়ে AC-এর সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন করে উপপাদ্যটি নিজ পয়াম করি



বিজ্ঞ করি- 12.1

- কোনো ত্রিভুজ ও আনুভূমিক একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখা দুটির মধ্যে অবস্থিত হলে, যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল আনুভূমিক ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।
- কোনো ত্রিভুজ ও কোনো সামান্তরিক সমান সমান ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখা দুটির মধ্যে অবস্থিত হলে, প্রমাণ করি যে ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

এই উদাহরণে আমরা দেখাব যে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
মানুষের মতো কমে।

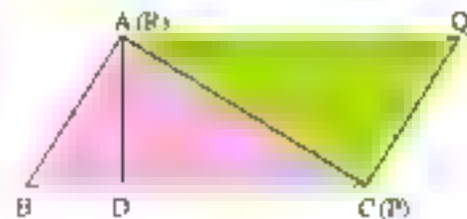
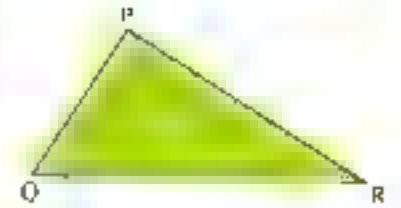
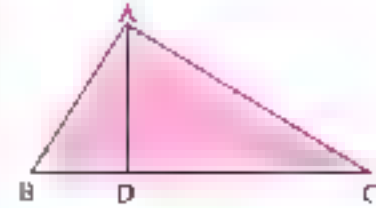
কিন্তু ছক কাগজের সাহায্য ছাড়া আমরা এই ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের
ক্ষেত্রফল কীভাবে নির্ণয় করব?



আমি রিয়ার আল ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল ছক কাগজ ছাড়া অন্য পদ্ধতিতে মানব চেষ্টা করি

হাতেকলমে

- প্রথমে কাগজ ভাঁজ করে : $\triangle ABC$ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ভূমি BC এর উপর A বিন্দু থেকে লম্ব AD অঙ্কন করলাম যা BC থেকে D বিন্দুতে ছেদ করল অর্থাৎ $\triangle ABC$ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের উচ্চতা AD নিলাম। A শীর্ষবিন্দু বরাবর BC বাহুর এমনভাবে ভাঁজ করলাম, যাতে B বিন্দুটি BC বাহু বরাবর এবং BC বাহুর উপরে থাকে। ভাঁজ গুলে হাত কলমে BC এর উপর লম্ব পেলাম।
- ট্রেসিং পেপারের সাহায্যে $\triangle ABC$ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের আল একটি সবুজ রঙের ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র PQR তৈরি করলাম ও কেটে নিলাম।
- পাশের ছবির মতো $\triangle ABC$ ও $\triangle PQR$ একসাথে একটি বড়ো পিচবোর্ডে আটকে দিলাম যাতে $\triangle ABC$ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের AC বাহু ও $\triangle PQR$ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের PR বাহু সমাপতিত হয় এবং AC বাহুর যে পাশে Q বিন্দু আছে তার বিপরীত পাশে B বিন্দু থাকে।



দেখছি $ABQC$ একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র পয়েছি।

$\triangle ABC$ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times ABQC$ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} BC \times AD$$

$$= \frac{1}{2} \text{ ভূমি} \times \text{উচ্চতা [BC বাহুর সাপেক্ষে AD উচ্চতা]}$$

হাতেকলমে পেলাম $\triangle ABC$ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$



যদি অন্য ত্রুজ এতেও কেউ একইভাবে হাত কলায়ে যাচাই করে পলায় AB ত্রুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$ নিাক কবি

অনুসিদ্ধান্ত ③ আমি যুক্তি নিয়ে প্রমাণ কবি যে, কোন ত্রুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$

প্রমাণ যদি ABC একটি ত্রুজ যার ভূমি BC এবং $AP \perp BC$

প্রমাণ করতে হবে যে $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AP$



অঙ্কন BC কে ভূমি করে এমন একটি আয়তক্ষেত্র $DBCE$ অঙ্কন কবলাম যাতে D, A ও E সমান্তর হই

সমাণ ΔABC ও আয়তক্ষেত্র $DBCE$ একই ভূমি BC ও একই সমান্তরাল সরলরেখাংশ BC ও DE এর মধ্যে অবস্থিত

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times \text{আয়তক্ষেত্র } DBCE = \frac{1}{2} \times BC \times DB = \frac{1}{2} \times BC \times AP \quad [APBD \text{ একটি সামান্তরিক}]$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা } AP \quad [B, \text{ বাহুর সাপেক্ষে উচ্চতা}]$$

প্রয়োগ ④ কিয়ান আকার নীচ ১-তর ত্রুজটির ভূমি ৭ সেমি এবং উচ্চতা ৬ সেমি। ত্রুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে নির্মা

$$\text{ত্রুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 7 \text{ সেমি} \times 6 \text{ সেমি} = 21 \text{ বর্গ সেমি}$$

প্রয়োগ ⑤ $ABCD$ সামান্তরিকের ভিতর P যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ কবি যে APD ত্রুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল BPC ত্রুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ সামান্তরিক $ABCD$ আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

প্রমাণ $ABCD$ সামান্তরিকের ভিতর P যেকোনো একটি বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে APD ত্রুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $+ BPC$ ত্রুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ $ABCD$ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

প্রমাণ P বিন্দু দিয়ে AD বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কিত কবি যা AB বাহুকে E বিন্দুতে এবং DC বাহুকে F বিন্দুতে ছেদ করে

প্রমাণ $AEPD$ চতুর্ভুজে $AD \parallel EF$ এবং $AE \parallel DF$

সুতরাং $AEPD$ একটি সামান্তরিক

ΔAPD ও সামান্তরিক $AEPD$ একই ভূমি AD ও একই সমান্তরালখণ্ড AD ও EF এর মধ্যে অবস্থিত



সুতরাং APD ত্রুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ $AEPD$ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

ΔBPC ও সামান্তরিক $BEFC$ একই ভূমি BC ও একই সমান্তরালখণ্ড BC ও EF এর মধ্যে অবস্থিত

সুতরাং BPC ত্রুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ $BEFC$ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

APD ত্রুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $+ BPC$ ত্রুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times \text{AEPD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} + \frac{1}{2} \times \text{BEFC সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}$$



প্রমাণ ৬ ABC সমবাহু ত্রিভুজে $AB = AC = BC$ বাহুর উপর O যেকোন একটি বিন্দু। বিন্দু থেকে AB ও AC বাহুর লম্ব দ্রষ্টব্য যথাক্রমে OP এবং OQ । B বিন্দু থেকে AC বাহুর লম্ব দ্রষ্টব্য BD । প্রমাণ করি যে, $OP + OQ = BD$ ।

প্রদত্ত ABC ত্রিভুজের BC বাহুর উপর O যেকোন একটি বিন্দু এবং $AB = AC$ । O বিন্দু থেকে OP ও OQ যথাক্রমে AB ও AC বাহুর উপর লম্ব। B বিন্দু থেকে AC বাহুর উপর লম্ব BD ।

প্রমাণ করতে হবে যে $OP + OQ = BD$ ।

অঙ্কন A, O যুক্ত করলাম।

প্রমাণ AOB ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} AB \cdot OP$

AOC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} AC \cdot OQ$

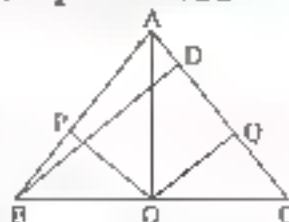
AOB ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + AOC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} AB \cdot OP + \frac{1}{2} AC \cdot OQ$$

ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} AC \cdot OP + \frac{1}{2} AC \cdot OQ$ [$AB = AC$]

$$\frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} AC \cdot (OP + OQ)$$

$$OP + OQ = BD \quad (\text{প্রমাণিত})$$



প্রমাণ ৭ ABC সমবাহু ত্রিভুজের ভিতর O যেকোন একটি বিন্দু। বিন্দু থেকে BC , AC এবং AB বাহুর উপর লম্ব যথাক্রমে OP , OQ এবং OR । প্রমাণ করি যে, ত্রিভুজটির উচ্চতা $OP + OQ + OR$ ।

প্রদত্ত ABC ত্রিভুজের ভিতর O যেকোন একটি বিন্দু। O বিন্দু থেকে OP , OQ এবং OR যথাক্রমে BC , AC এবং AB বাহুর উপর লম্ব। A বিন্দু থেকে AD , BC বাহুর উপর লম্ব। সুতরাং AD , ABC ত্রিভুজের উচ্চতা।

প্রমাণ করতে হবে যে $OP + OQ + OR = AD$ ।

অঙ্কন O, A, D, B এবং O, C যুক্ত করলাম।

প্রমাণ BOC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} BC \cdot OP$

COA ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} CA \cdot OQ$

AOB ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} AB \cdot OR$

BOC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + COA ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল +

$$AOB \text{ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} BC \cdot OP + \frac{1}{2} CA \cdot OQ + \frac{1}{2} AB \cdot OR$$

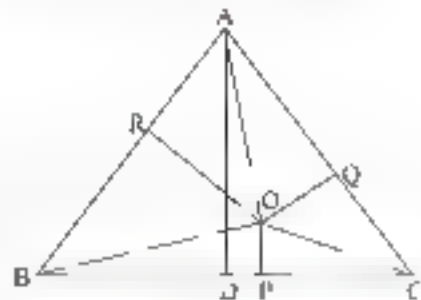
$$ABC \text{ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} BC \cdot OP + \frac{1}{2} BC \cdot OQ + \frac{1}{2} BC \cdot OR$$

$$(\because BC = CA = AB)$$

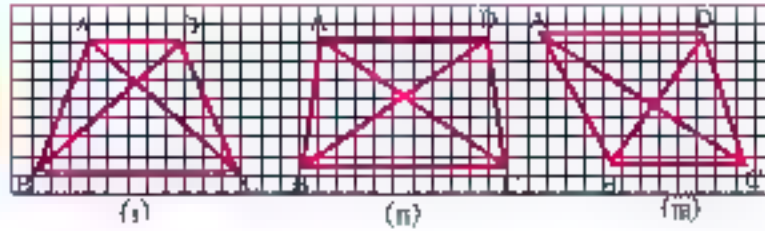
$$\frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} BC (OP + OQ + OR)$$

$$OP + OQ + OR = AD$$

সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি উচ্চতাই সমান। ত্রিভুজটির উচ্চতা = $OP + OQ + OR$ ।



আমি ছক কাগজে একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত দুটি ত্রিভুজ আঁকন করছি।
 ছক কাগজের ঘর গুলে এই ত্রিভুজটির ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল হাতেকলমে নির্ণয় করি ও তাদের মধ্যে সম্পর্ক
 জানার চেষ্টা করি।



ছক কাগজে (i) নং ছবিতে $\triangle ABC$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১৫ বর্গ একক (প্রায়)

আবার $\triangle BDC$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১৫ বর্গ একক (প্রায়)

হাতে কলমে পেলাম, $\triangle ABC = \triangle BDC$

(i) নং ও (ii) নং ছবিত ত্রিভুজটির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হাতেকলমে ছক কাগজের ঘর গুলে লেখি
 $\triangle ABC = \triangle BDC$ [নির্দেশ করি]

হাতেকলমে পেলাম, একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত দুটি ত্রিভুজের
 ক্ষেত্রফল সমান।

স্বস্তি দিয়ে প্রমাণ করি

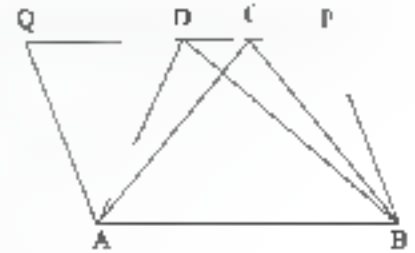
উপপাদ্য ১৫ একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত ত্রিভুজটির ক্ষেত্রগুলির
 ক্ষেত্রফল সমান।

প্রদত্ত $\triangle ABC$ ও $\triangle ABD$ একই ভূমি AB ও একই সমান্তরাল সরলরেখাযুগল AB ও DC এর মধ্যে
 অবস্থিত।

প্রমাণ করতে হবে যে $\triangle ABC = \triangle ABD$

অঙ্কন AB কে ভূমি করে এবং AB ও DC সমান্তরাল
 সরলরেখাযুগলের মধ্যে $ABPQ$ একটি সামান্তরিক অঙ্কন
 করলাম।

প্রমাণ $\triangle ABC$ ও সামান্তরিক $ABPQ$ একই ভূমি AB ও একই
 সমান্তরাল সরলরেখাযুগল AB ও PQ এর মধ্যে
 অবস্থিত।



$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \text{ সামান্তরিক } ABPQ$$

অনুরূপে, $\triangle ABD = \frac{1}{2} \text{ সামান্তরিক } ABPQ$

$$\triangle ABC = \triangle ABD \text{ [প্রমাণিত]}$$

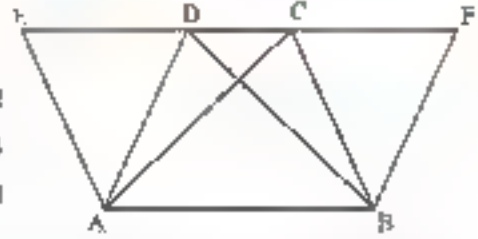


আমি অন্যভাবে প্রমাণ করি

প্রদত্ত $\triangle ABC$ ও $\triangle ABD$ একই ভূমি AB এবং একই সমান্তরাল সরলরেখাদ্বয় AB ও CD এর মধ্যে অবস্থিত

প্রমাণ করতে হবে যে $\triangle ABC = \triangle ABD$

অঙ্কন A বিন্দু দিয়ে BC -এর সমান্তরাল সরলরেখা টানলাম যা বর্ষিত CD -কে E বিন্দুতে ছেদ করল। আবার B বিন্দু দিয়ে AD -এর সমান্তরাল সরলরেখা টানলাম যা বর্ষিত DC -কে F বিন্দুতে ছেদ করল



প্রমাণ চতুর্ভুজ $ABCE$ এর $AB \parallel EC$ । $AB \parallel CD$ প্রদত্ত এবং $AE \parallel BC$ [অঙ্কনানুসারে]
 $ABCE$ একটি সামান্তরিক

অনুরূপে, $ABFD$ ও একটি সামান্তরিক

আবার, সামান্তরিক $ABCE$ ও সামান্তরিক $ABFD$ একই ভূমি AB

ও একই সমান্তরাল সরলরেখাদ্বয় AB ও EF এর মধ্যে অবস্থিত


সামান্তরিক $ABCE$ আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = সামান্তরিক $ABFD$ আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

আবার, সামান্তরিক $ABCE$ -এর কর্ণ AC

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \text{ সামান্তরিক } ABCE$$

অনুরূপে $\triangle ABD = \frac{1}{2} \text{ সামান্তরিক } ABFD$

$$\triangle ABC = \triangle ABD \quad [\text{সামান্তরিক } ABCE = \text{সামান্তরিক } ABFD] \quad [\text{প্রমাণিত}]$$

অনুসিদ্ধান্ত  প্রমাণ করি যে, সমান সমান 'লম্বার' ভূমির উপর অঙ্কিত এবং একই উচ্চতা বিশিষ্ট 'ত্রিভুজ' আকার ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল সমান

প্রদত্ত $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ এর ভূমির বৈধি BC ও EF সমান অর্থাৎ, $BC = EF$ AP BC বাহুর উপর লম্ব এবং DQ EF বাহুর উপর লম্ব অর্থাৎ AP ও DQ যথাক্রমে $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ এর BC ও EF ভূমি সাপেক্ষে উচ্চতা এবং $AP = DQ$

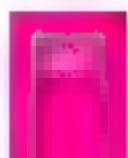
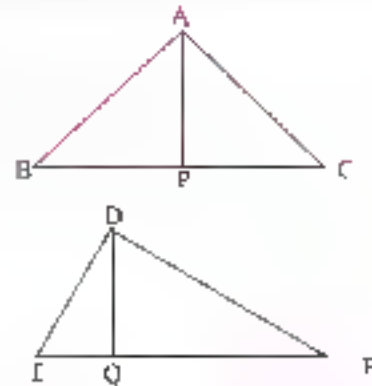
প্রমাণ করতে হবে যে $\triangle ABC = \triangle DEF$

প্রমাণ ABC ত্রিভুজটির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} BC \cdot AP$

DEF ত্রিভুজটির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} EF \cdot DQ$

$$= \frac{1}{2} BC \cdot AP \quad (EF = BC \text{ এবং } AP = DQ)$$

$$\triangle ABC = \triangle DEF \quad [\text{প্রমাণিত}]$$



অনুসিদ্ধান্ত ৫ প্রমাণ করি যে কোনো ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রটি ৩ টি সমান ক্ষেত্রফলিশীল ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

প্রদত্ত $\triangle ABC$ -এর AD মধ্যমা অর্থাৎ, $BD = DC$

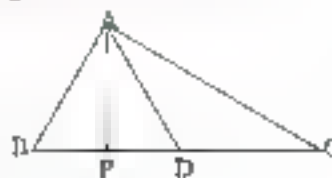
প্রমাণ করতে হবে যে ABD ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ACD ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

অঙ্কন A বিন্দু থেকে BC ভূমির উপর AP লম্ব টানলাম

প্রমাণ ABD ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} BD \cdot AP$

$$\begin{aligned} \triangle ADC \text{ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} DC \cdot AP \\ &= \frac{1}{2} BD \cdot AP \quad (BD = DC) \end{aligned}$$

ABD ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ADC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল [প্রমাণিত]



প্রয়োগ ৬ $\triangle ABC$ এর AD মধ্যমার উপর P যে কোন একটি বিন্দু প্রমাণ করি যে $\triangle ABP \cong \triangle ACP$

প্রদত্ত $\triangle ABC$ -এর AD মধ্যমার উপর P যে কোন একটি বিন্দু

প্রমাণ করতে হবে যে $\triangle ABP \cong \triangle ACP$

প্রমাণ $\triangle ABC$ -এর AD মধ্যমা

$$\triangle ABD \cong \triangle ACD \quad (i)$$

আবার $\triangle BPC$ এর PD মধ্যমা।

$$\triangle BPD \cong \triangle CPD \quad (ii)$$

(i)-(ii) করে পাই, $\triangle ABD - \triangle BPD \cong \triangle ACD - \triangle CPD$

$\triangle ABP \cong \triangle ACP$ প্রমাণিত



প্রয়োগ ৭ প্রমাণ করি যে একটি সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের নীচের সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

প্রদত্ত $ABCD$ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের AC ও BD কর্ণ দুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে

প্রমাণ করতে হবে যে $\triangle AOB \cong \triangle BOC \cong \triangle COD \cong \triangle AOD$

প্রমাণ $ABCD$ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের AC ও BD কর্ণদুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে

$AO = OC$ এবং $BO = OD$ [সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখলিত করে]

$\triangle ABC$ এর BO মধ্যমা,

$$\triangle AOB \cong \triangle BOC \quad (i)$$

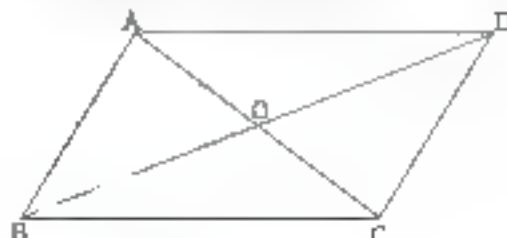
$ABCD$ -এর CO মধ্যমা,

$$\triangle BOC \cong \triangle COD \quad (ii)$$

$\triangle ACD$ এর DO মধ্যমা

$$\triangle COD \cong \triangle AOD \quad (iii)$$

(i), (ii) ও (iii) থেকে পেলাম $\triangle AOB \cong \triangle BOC \cong \triangle COD \cong \triangle AOD$ [প্রমাণিত]



প্রমাণ 10 ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের AD মধ্যমা D বিন্দু E হল

প্রমাণ করি যে, $AB \cdot D = \frac{1}{4} \Delta ABC$

[নিজে করি]

প্রমাণ 11 $ABCD$ ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রে $AB \parallel DC$ এবং AC ও BD কর্ণ পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করি যে $\Delta AOD = \Delta BOC$

প্রমাণ $ABCD$ ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রে $AB \parallel DC$ এবং AC ও BD কর্ণ পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

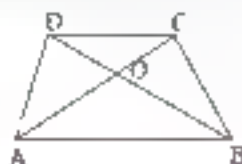
প্রমাণ করিতে হবে যে, $\Delta AOD = \Delta BOC$

প্রমাণ ΔADB ও ΔACB একই ভূমি AB ও একই উচ্চতায় অবস্থিত সরলরেখাগুলি AB ও DC এর মধ্যে অবস্থিত।

$$\Delta ADB = \Delta ACB$$

$$\Delta ADB - \Delta AOB = \Delta ACB - \Delta AOB$$

$$\Delta AOD = \Delta BOC \text{ [প্রমাণিত]}$$



প্রমাণ 12 ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে AB , BC ও CA বাহুগুলির মধ্যবিন্দুগুলি যথাক্রমে D , E ও F । প্রমাণ করি যে, $\Delta DEF = \frac{1}{4} \Delta ABC$

প্রমাণ ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে AB , BC ও CA বাহুগুলির মধ্যবিন্দুগুলি যথাক্রমে D , E ও F ।

প্রমাণ করিতে হবে যে $\Delta DEF = \frac{1}{4} \Delta ABC$

প্রমাণ ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে AB ও AC -এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও F ।

$$DF \parallel BC \text{ বা } DF = \frac{1}{2} BC$$

আবার ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে AC ও BC -এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F ও E ।

$$FE \parallel AB \text{ বা } FE = \frac{1}{2} AB$$

সেলায় $BDEF$ চতুর্ভুজের $DF \parallel BE$ এবং $BD \parallel EF$

$BDEF$ একটি সামান্তরিক এবং DE কর্ণ।

$$\Delta DBE \cong \Delta DCF$$

$$\Delta DBE = \Delta DEF \text{ (area)} \quad (i)$$

একইভাবে পাই $\Delta CEF = \Delta DEF$ (area) (ii)

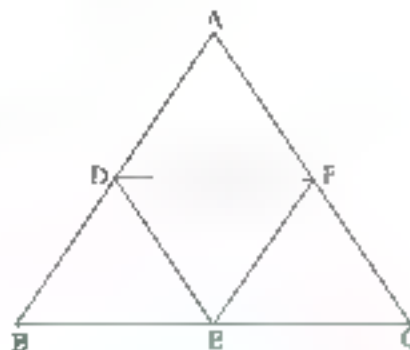
এবং $\Delta ADF = \Delta DEF$ (area) (iii)

যি (i) ও (iii) থেকে সেলায়

$$\Delta DEF = \Delta DBE = \Delta ADF = \Delta CEF$$

$$4 \Delta DEF = \Delta ABC$$

$$\Delta DEF = \frac{1}{4} \Delta ABC \text{ (প্রমাণিত)}$$



অথবা যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করেছি আবার হাতেকলমে যাচাই করে নেওয়া হবে। একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখা গুলোর মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজের ক্ষেত্রের অর্ধেক সমান হবে।

যদি ABC একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্র DEF একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রের অর্ধেক হয়। তবে DEF একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রের অর্ধেক হয়।

এই ত্রিভুজের ক্ষেত্র DEF একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রের অর্ধেক হয়।

যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি

উপপাদ্য 20 সমান সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রগুলি একই ভূমির উপর এবং ভূমির একই পাশে অবস্থিত হলে তারা একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগ্মান্তর মানে অবস্থিত হবে।

প্রদত্ত $\triangle ABC$ ও $\triangle DC$ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান এবং তারা একই ভূমি AC এর একই পাশে অবস্থিত। B, D যোগ করলাম।

প্রমাণ করতে হবে যে $AC \parallel BD$

অঙ্কন B ও D বিন্দু থেকে AC এর উপর BP ও DQ দুটি লম্ব অঙ্কন করলাম যারা AC বা AC এর বর্ধিতাংশকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রমাণ $\triangle ABC = \frac{1}{2} AC \cdot BP$ [AC ভূমি এবং BP উচ্চতা]

$$\triangle ADC = \frac{1}{2} AC \cdot DQ \quad [AC \text{ ভূমি এবং } DQ \text{ উচ্চতা}]$$

$$\text{যেহেতু } \triangle ABC = \triangle ADC$$

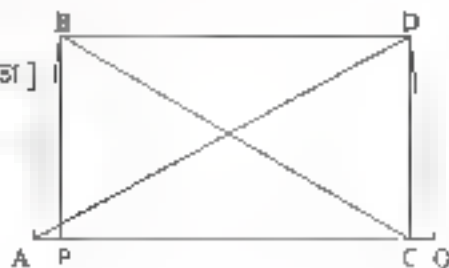
$$\frac{1}{2} AC \cdot BP = \frac{1}{2} AC \cdot DQ$$

$$\text{সুতরাং } BP = DQ$$

অর্থাৎ $BP \parallel DQ$ (একই সরলরেখাংশের উপর লম্ব)

$BPQD$ একটি সামান্তরিক।

সুতরাং $PQ \parallel BD$ অর্থাৎ $AC \parallel BD$ (প্রমাণিত)



প্রমাণ 13 $ABCD$ চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের A ও C কর্দন দুটি পরস্পরকে বিদ্যুত এমনভাবে ছদ করেছে যে $\triangle AOD = \triangle BOC$ প্রমাণ করি যে $ABCD$ একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র।

প্রদত্ত $ABCD$ চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের AC ও BD কর্দন দুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে এমনভাবে ছদ করেছে যে $\triangle AOD = \triangle BOC$

প্রমাণ করতে হবে যে $ABCD$ একটি ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্র।

$$\text{প্রমাণ } \triangle AOD = \triangle BOC$$

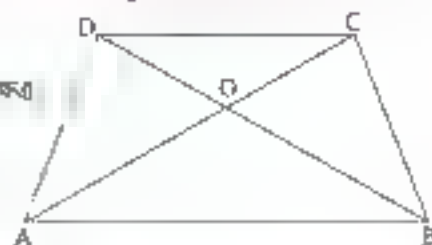
$$\triangle AOB + \triangle AOD = \triangle AOB + \triangle BOC$$

$$\triangle ABD = \triangle ABC$$

সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট $\triangle ABD$ ও $\triangle ABC$ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র দুটি একই ভূমি AB -এর উপরে এবং AB -এর একই পাশে অবস্থিত।

$\triangle ABD$ ও $\triangle ABC$ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র দুটি একই সমান্তরাল যুগ্মান্তর মানে থাকবে অর্থাৎ $AB \parallel DC$

$ABCD$ চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের $AB \parallel DC$ সুতরাং $ABCD$ একটি ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্র।



প্রমাণ 14 $ABCD$ চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের AB ও AC বাহুর উপর দুটি বিন্দু D ও E এমনভাবে অবস্থিত যেন $\triangle DBE = \triangle EBF$ হয় প্রমাণ কর যে $DE \parallel BF$ (নির্দেশ কর)



প্রমাণ 15 প্রমাণ কর যে য'ম একটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের প্রতিটি কর্ণ চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্র ও ত্রুভুজাকার এবং চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটি একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র হবে।

প্রদত্ত ABCD একটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্র এর প্রত্যেকটি কর্ণ AC ও BD চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটিকে প্রতি ক্ষেত্রে দুটি সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রুভুজাকার ক্ষেত্রে বিভক্ত করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে ABCD একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র।

প্রমাণ $\Delta ABC = \Delta ACD = \frac{1}{2}$ সামান্তরিক ABCD = $\Delta ABD = \Delta BCD$
 $\Delta ABC = \Delta ABD$

এরা একই ভূমি AB-এর উপর এবং AB-এর একই পার্শ্ব অবস্থিত।

$$AB = DC$$

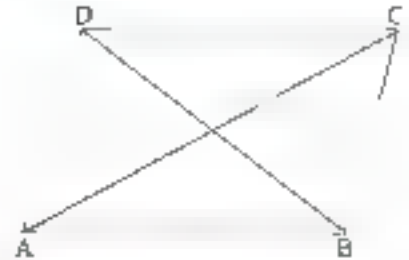
অনুরূপে, $\Delta ABC = \Delta DCB$

এরা একই ভূমি BC-এর উপর এবং

BC-এর একই পার্শ্ব অবস্থিত।

$$AD = BC$$

∴ ABCD একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র।



প্রমাণ 16 প্রমাণ কর যে একটি ট্র্যাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ত্রুভুজ বাহু দুটির মধ্যবিন্দুকে সংযোগকারী সরলরেখাংশে সামান্তরিক বাহু দুটির সমান্তরাল।

প্রদত্ত ABCD ট্র্যাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের AD || BC ত্রুভুজ বাহু দুটির মধ্যবিন্দু AB ও DC-এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q। P ও Q যোগ করলাম।

প্রমাণ করতে হবে যে PQ সরলরেখাংশ AD ও BC-এর সমান্তরাল।

অঙ্কন AC, PC, BD ও BQ খুঁট করলাম।

প্রমাণ ΔABC ও ΔDCB একই ভূমি BC এবং একই সমান্তরাল সরলরেখাংশগুলি BC ও AD-এর মধ্যে অবস্থিত।

$$\Delta ABC = \Delta DCB$$

অবার AB-এর মধ্যবিন্দু P

$$\Delta BPC = \frac{1}{2} \Delta ABC$$

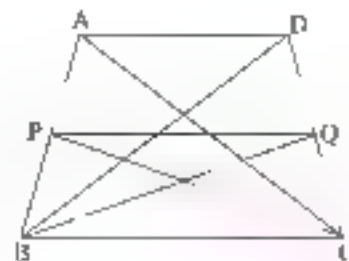
অনুরূপে $\Delta BQC = \frac{1}{2} \Delta DCB$ [DC-এর মধ্যবিন্দু Q]

$$\Delta BPC = \Delta BQC$$

এবং এরা BC-এর উপর একই দিকে অবস্থিত।

$$PQ \parallel BC$$

সেহেতু AD || BC সুতরাং PQ, BC ও AD উভয়ের সঙ্গেই সমান্তরাল।



1. $\triangle ABC$ সমান্তরাল AB এবং DC বাহুর মধ্যস্থিত যাক্রম P এবং Q প্রমাণ করি যে $APCQ$ চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল $\frac{1}{2} \times \triangle ABC$ সমান্তরাল আকারের ক্ষেত্রফল
2. $\triangle ABC$ বহু সম AB এবং DC বাহুর মধ্যস্থিত PQ এবং AD ও BC বাহুর মধ্যস্থিত RS প্রমাণ করি যে $PQ = RS$
3. $\triangle ABC$ সমান্তরাল AB এবং DC বাহুর মধ্যস্থিত যাক্রম P এবং Q প্রমাণ করি যে $PBQD$ একটি সমান্তরাল এবং $\triangle PBC \sim$ সমান্তরাল $PBQD$
4. $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ $AB = AC$ এবং $\angle B$ ও $\angle C$ বাহুর উপর P বিন্দু একটি বিন্দু P বিন্দু থেকে AB এবং AC বাহুর উপর যাক্রমে PQ ও PR লম্ব B বিন্দু থেকে AC বাহুর উপর লম্ব BS প্রমাণ করি যে, $PQ = PR = BS$
5. $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর ABC কর্ণের মধ্যস্থিত M ও N বিন্দু একটি বিন্দু O বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে ত্রিভুজটির উচ্চতা $= OP + OQ - OR$
6. $\triangle ABC$ সমান্তরাল AB বাহুর মধ্যস্থিত M বিন্দু A এবং BC বাহুর উপর N বিন্দু AN এবং BM এর মধ্যস্থিত F বিন্দু F বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে $APQ = \triangle BQR$
7. $\triangle ABC$ সমান্তরাল AB বাহুর উপর M বিন্দু M বিন্দু থেকে AB বাহুর উপর N বিন্দু N বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে $APQ = \triangle BQR$
8. $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ ABC এবং $\triangle DEF$ সমবাহু ত্রিভুজ DEF AB বাহুর উপর M বিন্দু M বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে, AB, CD কে সমান্তরাল করে
9. $\triangle ABC$ ত্রিভুজ ABC বাহুর মধ্যস্থিত M বিন্দু M বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে $APQ = \triangle BQR$
10. $\triangle ABC$ সমান্তরাল AB বাহুর উপর M বিন্দু M বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে $APQ = \triangle BQR$
11. $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ ABC এবং $\triangle DEF$ সমবাহু ত্রিভুজ DEF AB বাহুর উপর M বিন্দু M বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে $APQ = \triangle BQR$
12. $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ ABC এবং $\triangle DEF$ সমবাহু ত্রিভুজ DEF AB বাহুর উপর M বিন্দু M বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে $APQ = \triangle BQR$
13. $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ ABC এবং $\triangle DEF$ সমবাহু ত্রিভুজ DEF AB বাহুর উপর M বিন্দু M বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে $APQ = \triangle BQR$
14. $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ ABC এবং $\triangle DEF$ সমবাহু ত্রিভুজ DEF AB বাহুর উপর M বিন্দু M বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে $APQ = \triangle BQR$
15. $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ ABC এবং $\triangle DEF$ সমবাহু ত্রিভুজ DEF AB বাহুর উপর M বিন্দু M বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে $APQ = \triangle BQR$
16. $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ ABC এবং $\triangle DEF$ সমবাহু ত্রিভুজ DEF AB বাহুর উপর M বিন্দু M বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে $APQ = \triangle BQR$
17. $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ ABC এবং $\triangle DEF$ সমবাহু ত্রিভুজ DEF AB বাহুর উপর M বিন্দু M বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে $APQ = \triangle BQR$
18. $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ ABC এবং $\triangle DEF$ সমবাহু ত্রিভুজ DEF AB বাহুর উপর M বিন্দু M বিন্দু থেকে AB BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যাক্রমে P Q এবং R প্রমাণ করি যে $APQ = \triangle BQR$

19. ABCD সামান্তরিকের AB, BC, CD এবং DA বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E, F, G ও H প্রমাণ করি যে,

(i) EFGH একটি সামান্তরিক

(ii) EFGH সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক

20. ABCD ট্রাপিজিয়ামের AB, DC এবং BC বাহুর মধ্যবিন্দু E, প্রমাণ করি যে, AFD ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{1}{2} \times$ ABCD ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

21. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.):

(i) $\triangle ABC$ এর BC, CA এবং AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F যদি $\triangle ABC = 16$ বর্গ সেমি. হয় তাহলে $\triangle BCE$ ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

(a) 40 বর্গ সেমি (b) 8 বর্গ সেমি (c) 12 বর্গ সেমি (d) 100 বর্গ সেমি

(ii) A, B, C, D যথাক্রমে PQRS সামান্তরিকের PQ, QR, RS, SP বাহুর মধ্যবিন্দু PQRS সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 36 বর্গ সেমি হলে ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

(a) 24 বর্গ সেমি (b) 8 বর্গ সেমি (c) 36 বর্গ সেমি (d) 36 বর্গ সেমি

(iii) ABCD সামান্তরিকের ভিতর O যে কোন একটি বিন্দু $\triangle AOB + \triangle COD = 16$ বর্গ সেমি হলে, ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

(a) 8 বর্গ সেমি (b) 4 বর্গ সেমি (c) 32 বর্গ সেমি (d) 64 বর্গ সেমি

(iv) ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D, BD বাহুর মধ্যবিন্দু E এবং AF এর মধ্যবিন্দু O BOF ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

(a) $\frac{1}{4} \times$ ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (b) $\frac{1}{4} \times$ ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
(c) $\frac{1}{6} \times$ ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (d) $\frac{1}{8} \times$ ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

(v) একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র, একটি অগ্রভাস্কর এবং একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরল/বক্য যুগ্মের মধ্যে অবস্থিত এবং তাদের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে P, R ও T হলে,

(a) $P = R = 2T$ (b) $P = R = \frac{T}{2}$ (c) $2P = 2R = T$ (d) $P = R = T$

22. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

(i) ABCD সামান্তরিকের D বিন্দু থেকে AB বাহুর উপর লম্ব DE এবং B বিন্দু থেকে AD বাহুর উপর লম্ব BF $AB = 10$ সেমি $AD = 8$ সেমি এবং $DE = 6$ সেমি হলে BF এর দৈর্ঘ্য কত তা লিখি

(ii) ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ একক BC বাহুর মধ্যবিন্দু P ABP ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত তা লিখি

(iii) ABC ত্রিভুজের AD মধ্যমা এবং AC বাহুর উপর P এমন একটি বিন্দু যাতে $\triangle ADP$ এর ক্ষেত্রফল $\triangle ABD$ এর ক্ষেত্রফল = $\frac{2}{3}$ হয় $\triangle PDC$ এর ক্ষেত্রফল $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল কত তা লিখি

(iv) ABDE একটি সামান্তরিক F ED বাহুর মধ্যবিন্দু ABD ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 20 বর্গ সেমি হলে AEF ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত তা লিখি

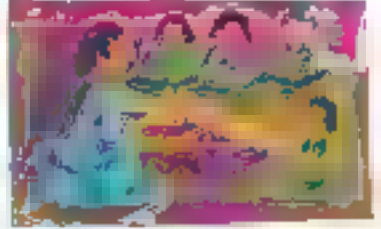
(v) PQRS একটি সামান্তরিক X এবং Y যথাক্রমে PQ এবং SR বাহুর মধ্যবিন্দু কর্ণ SQ যুগ্ম করি সামান্তরিক XQRY আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল QSR ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত তা লিখি

সম্পাদ্য ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট সামান্তরিক অঙ্কন যার একটি কোণের পরিমাপ নির্দিষ্ট

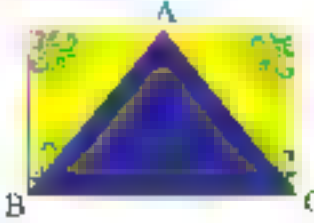
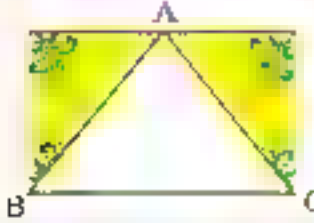
(CONSTRUCTION OF A PARALLELOGRAM WHOSE MEASUREMENT OF ONE ANGLE IS GIVEN AND EQUAL IN AREA OF A TRIANGLE)

আমরা জানব যে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার ক্ষেত্রে আমরা সমান্তরিক আঁকতে পারব।

এই ক্ষেত্রে আমরা একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার ক্ষেত্রে সমান্তরিক আঁকতে পারব।



আমি নিম্নলিখিত ত্রিভুজের একটি আঁকন নিলাম।



আমি এই আঁকনের ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল অংশে নীল রঙের ভেলভেট লাগিয়েছি।



উপরের ছবির আঁকনটির ফাঁকা জায়গা ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল।

আমি আর একটি আঁকন সমান পুঁজিতে আঁকলাম যে ভেলভেট লাগবে।
এই ক্ষেত্রফল ত্রিভুজ ABC ক্ষেত্রফল ক্ষেত্রফলের সমান হবে এবং
সামান্তরিকটির একটি কোণ একটি নির্দিষ্ট কোণের সমান হবে।



আমরা আমাদের খাতায় প্রথমে একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ আঁকব। তারপরে এই ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করব যার একটি কোণ একটি নির্দিষ্ট কোণের সমান।

1 একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ ABC এবং একটি নির্দিষ্ট কোণ দান পদ্ধতিতে x° আঁকলাম। $\triangle ABC$ এর সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি সমান পুঁজিতে আঁক যার একটি কোণের পরিমাপ x° ।

(i) প্রথমে নির্দিষ্ট $\triangle ABC$ ও নির্দিষ্ট পরিমাপের কোণ x° আঁকলাম।



(ii) এবার $\triangle ABC$ এর BC বাহুকে পেনসিল কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যে D বিন্দুতে সমান্তরীকৃত করলাম।



v₁) স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে $\triangle ABC$ -এর A বিন্দু দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা PR আঁকিলাম।



উদাহরণ: একটি ত্রিভুজ ABC-এর A বিন্দু দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা PR আঁকিলাম। B বিন্দু দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা QP আঁকিলাম। Q বিন্দু দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা RS আঁকিলাম। R বিন্দু দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা TU আঁকিলাম। T বিন্দু দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা VW আঁকিলাম। W বিন্দু দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা XY আঁকিলাম। X বিন্দু দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা ZV আঁকিলাম। Y বিন্দু দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা UV আঁকিলাম। Z বিন্দু দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা UV আঁকিলাম।

v₂ $\triangle ABC$ -এর BC বাহুর D বিন্দুতে x° -এর সমান $\angle GDC$ অঙ্কন করিলাম যা PR-কে E বিন্দুতে ছেদ করল।



v₃ স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে DC-এর সমান করে ER থেকে EF আংশ কেটে নিলাম এবং C ও F বিন্দু দুটি যোগ করে EDCF সামান্তরিক পেলাম।

C বিন্দু দিয়ে DE-এর সমান্তরাল CF রেখাংশ অঙ্কন করেও EDCF সামান্তরিকটি অঙ্কন করা যায়।



২. আমি যুক্ত দু'দিক থেকে প্রমাণ করি যে $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল = সমান্তরাল $EDCF$ এর ক্ষেত্রফল



প্রমাণ A ও D বিন্দু দুটি যোগ করলাম চতুর্ভুজ EDCF-এর DC = EF [অঙ্কনানুসারে]

এবং $DC \parallel EF$ [অঙ্কনানুসারে]

$EDCF$ একটি সমান্তরিক

পেনামি $EDCF$ একটি সমান্তরিক যার $\angle EDC = x^\circ$

$\triangle ADC$ ও সমান্তরিক $EDCF$ একই ভূমি DC ও একই সমান্তরালদুগল DC ও AF এর মধ্যে অবস্থিত।

$$\triangle ADC = \frac{1}{2} \text{ সমান্তরিক } EDCF \quad \dots \dots (i)$$

অবার, $\triangle ABC$ এর AD মধ্যমা

$$\triangle ADC = \frac{1}{2} \triangle ABC \quad \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) থেকে পাই $\triangle ABC = \text{সমান্তরিক } EDCF$



$\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল = সমান্তরিক EDCF এর ক্ষেত্রফল। অর্থাৎ $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল = $EDCF$ এর ক্ষেত্রফল।



এই প্রমাণটি দেখানোর জন্য আমরা একটি ছবি ব্যবহার করেছি। ছবিতে একটি ত্রিভুজ ABC এবং একটি সমান্তরিক EDCF দেখানো হয়েছে। ত্রিভুজ ABC-এর ভূমি BC এবং সমান্তরিক EDCF-এর ভূমি DC একই। এছাড়াও, BC এবং DC সমান্তরাল। এইভাবে, ত্রিভুজ ABC এবং সমান্তরিক EDCF একই ভূমি এবং একই সমান্তরালদুগলে অবস্থিত।

আমি ৩ সেমি, ৪ সেমি ও ৫ সেমি লম্বুলিপিষ্ট একটি ত্রিভুজ আঁকি। ওই ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সমান্তরিক আঁকা। তখন অঙ্কন করে যার একটি কোণ 70° অঙ্কন প্রণালী ও প্রমাণ লিখি। [নিজে করি]

সুজয় স্টেল ও পেনসিল কম্পোজের সাহায্যে একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ PQR অঁকল

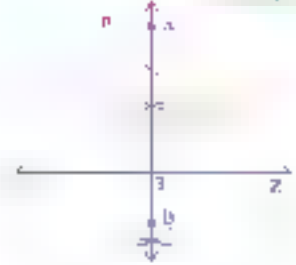


3. আমি একটি পঞ্চভুজ ΔPQR এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আকারে ক্ষেত্র অঙ্কন করি যার একটি কোণ 40° । সোজাএই বই অনুসরণ করে তুমিও তৈরি করতে পারো।

সুজয় স্ক্রল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ PQR এঁকেছে।



আমি প্রথমে ΔPQR এর QR বাহুর লম্ব সমবিশিষ্টক AB অঙ্কন করলাম। ওই লম্ব সমবিশিষ্টকটি QR বাহুকে I বিন্দুতে ছেদ করলাম।



i) এবার ΔPQR এর P বিন্দু দিয়ে QR এর সমান্তরাল করে CD সরলরেখা অঙ্কন করলাম যা AB লম্ব সমবিশিষ্টককে E বিন্দুতে ছেদ করল।



ii) এবার TR এর সমান করে ED থেকে EF অংশ কেটে নিলাম। F ও R বিন্দু দুটি যোগ করে $PTRF$ সামান্তরিক পেশলাম যার ক্ষেত্রফল ΔPQR এর ক্ষেত্রফলের সমান এবং যার একটি কোণ $\angle ETR = 90^\circ$ ।



অনুশীলন ৭. a) ও b) এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র $PTRE$ অঙ্কন করলাম।

• কাজে দেখি—১৩ •

1. PQ একটি সরলরেখাংশ আঁকি যার দৈর্ঘ্য ৫ সেমি। ওই সরলরেখাংশের বহিঃস্থ বিন্দু A নিলাম। A বিন্দু দিয়ে PQ সরলরেখাংশের সমান্তরাল সরলরেখা আঁকি। [তিন বকম পদ্ধতিতে আঁকি]
2. ৫ সেমি ৪ সেমি ও ১.৫ সেমি দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি এবং ওই ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করি যার একটি কোণ 60° । অঙ্কন প্রণালী ও প্রমাণ লিখি।
3. ΔABC অঙ্কন করি যার $AB = 6$ সেমি, $BC = 9$ সেমি, $\angle ABC = 95^\circ$ । ΔABC এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করি যার একটি কোণ 60° এবং একটি বাহুর দৈর্ঘ্য AC বাহুর দৈর্ঘ্যের অর্ধেক।
4. ΔPQR এর $\angle PQR = 30^\circ$, $\angle PRQ = 75^\circ$ এবং $QR = 8$ সেমি। ΔPQR এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র আঁকি।
5. ৬.৭ সেমি দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করি এবং ওই ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করি যার একটি কোণ 45° ।
6. একটি সমবিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন করি যার সমান বাহু দুটির প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ৪ সেমি এবং ভূমির দৈর্ঘ্য ৭ সেমি। ওই ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করি যার একটি কোণ ত্রিভুজের সমান কোণ দুইটির একটির সমান এবং একটি বাহু সমান বাহু দুইটির একটির অর্ধেক।
[কেবলমাত্র অঙ্কনটিই দিতে হবে।]
7. একটি সমবিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন করি যার প্রত্যেকটি সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সেমি এবং সমান বাহু দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ 90° । ওই ত্রিভুজটির সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করি।
[কেবলমাত্র অঙ্কনটিই দিতে হবে।]



14

সম্পাদ্য : চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন (CONSTRUCTION OF A TRIANGLE OF EQUAL AREA OF A QUADRILATERAL)

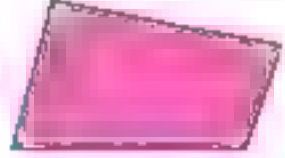
একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন

নিম্নের চিত্রটি দেখুন। এখানে $ABCD$ একটি চতুর্ভুজ।

ত্রিভুজাকার ভেলভেট করিব

ওই চতুর্ভুজের ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন।

একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন

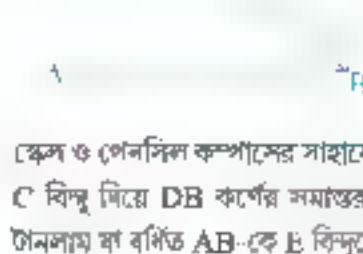
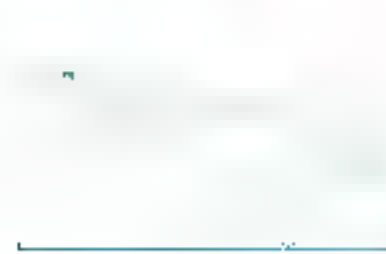


1 একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন

(i) একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ ABCD অঙ্কন।

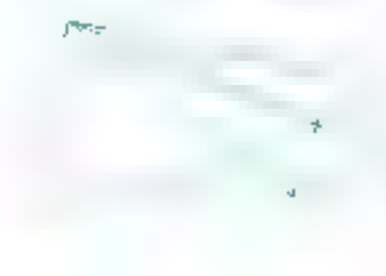


(i) একটি ABCD চতুর্ভুজের DB কর্ণটি অঙ্কন।



রুল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ABCD চতুর্ভুজের C বিন্দু দিয়ে DB কর্ণের সমান্তরাল একটি সরলরেখা টানলাম যা বর্ধিত AB-কে E বিন্দুতে ছেদ করল।

[C বিন্দু দিয়ে যে কোনো পদ্ধতিতে DB এর সমান্তরাল সরলরেখা টানা যায় এখানে C বিন্দুকে কেন্দ্র করে DB-এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে এবং B বিন্দুকে কেন্দ্র করে DC-এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে দুটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করলাম যারা পরস্পরকে F বিন্দুতে ছেদ করল। C ও F বিন্দু দুটি যোগ করে Q বিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে দিয়ে CQ \parallel DB পেলাম।]



(iv) D এবং E বিন্দু দুটি যোগ করে ADE ত্রিভুজ পেলাম।



২) যুক্ত দ্বিমে পূরণ করার চেষ্টা করি। য $\triangle ADE$ এর ক্ষেত্রফল = চতুর্ভুজ ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

প্রমাণ $\triangle DBE$ ও $\triangle DBC$ একই ভূমি DB-এর উপর এবং একই সমান্তরাল

দুগল DB এবং CP-এর যথায় অর্ধসিদ্ধি ফলেই অঙ্কনানুসারে DB \parallel CQ

$$\triangle DBE = \triangle DBC$$

$$\triangle ABD + \triangle DBE = \triangle ABD + \triangle DBC \text{ (উভয়দিকে } \triangle ABD \text{-এর ক্ষেত্রফল যোগ করে পাই)}$$

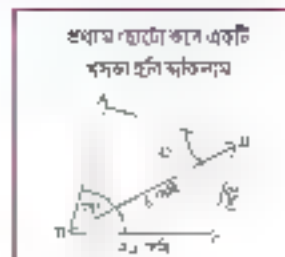
$$\triangle ADE = \text{চতুর্ভুজ ABCD}$$

স্মারি এই চতুর্ভুজ ABCD এর ক্ষেত্রফল $\triangle ADE$ এর ক্ষেত্রফল সমান। কেনি $\triangle ADE$ এর ক্ষেত্রফল $\triangle ADE$ এর ক্ষেত্রফল সমান।

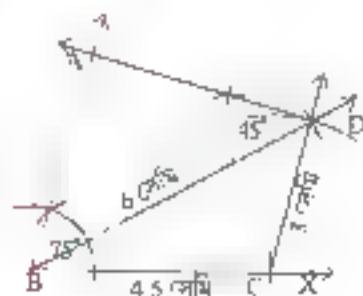
আমি আগের পদ্ধতি প্রয়োগ করে এই ত্রিভুজাকাল ক্ষেত্র ADE এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র বা আয়তাকার অঙ্কন করতে পারব।

কিন্তু এই ধরনের পদ্ধতি প্রয়োগ করে চতুর্ভুজ ABCD এর ক্ষেত্রফল সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র বা আয়তাকার অঙ্কন করা যাবে।

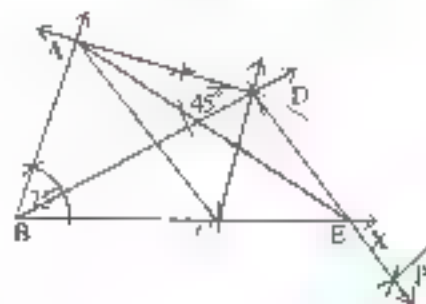
৩) আমরা যথু জাকির একটি চতুর্ভুজ ABCD অঁকল যার $BC = 4.5$ সেমি, $CD = 3$ সেমি, $\angle ADB = 45^\circ$ এবং $\angle ABC = 75^\circ$ । জাকি ABCD চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করি যার একটি কোণ 60° ।



১) জাকির ABCD নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ অঁকল যার $BC = 4.5$ সেমি, $CD = 3$ সেমি, $\angle ADB = 45^\circ$ এবং $\angle ABC = 75^\circ$ ।

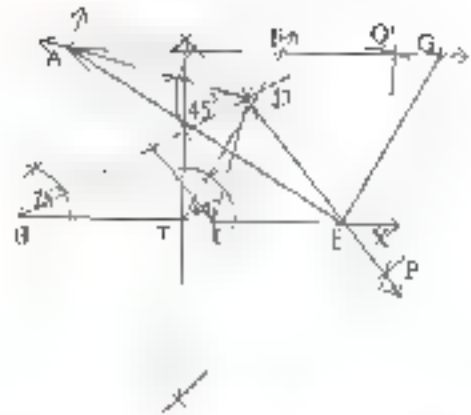


(১) আমি জাকিরের আঁকা ABCD চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট $\triangle ABE$ অঙ্কন করলাম।



(ii.) এবার আমি $\triangle ABE$ -এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট সামান্তরিক $FTEG$ অঙ্কন করলাম যার একটি কোণ $\angle FGE = 60^\circ$

জাগ্রদেব ঐক্য $ABCD$ নির্দিষ্ট চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র $FTEG$ পেলেন যার $\angle PTE = 60^\circ$



4. আমি $ABCD$ একটি চতুর্ভুজ আঁকি যার $BC = 6$ সেমি, $CD = 4$ সেমি, $DA = 5$ সেমি, $\angle DAB = 45^\circ$ এবং $\angle ABC = 70^\circ$ চতুর্ভুজটি অঙ্কন করি এবং $ABCD$ চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করি। [নিজে করি]

5. আমার লম্বু সালেমা তার খাতায় $AHEDE$ একটি পঞ্চভুজ আঁকতে আমি একইসাথে এই পঞ্চভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি চতুর্ভুজ এবং চিত্রের আঁকান চেষ্টা করি

(i) সালেমা একটি পঞ্চভুজ $ABCDE$ আঁকেছে

A



(ii) $ABCDE$ পঞ্চভুজের দুটি কর্ণ AC ও AD অঙ্কন করলাম B ও E বিন্দু দিয়ে যথাক্রমে AC ও AD -এর সমান্তরাল দুটি সরলরেখাংশ BP এবং EQ অঙ্কন করলাম যা উভয়নিকে বর্ধিত CD -কে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করল A, P বিন্দু দুটি এবং A, Q বিন্দু দুটি যোগ করলাম

পেললাম, $AP = AQ$ চিত্রের উপর সমান্তরাল BP ও EQ সরল রেখাংশের অঙ্কন

$AP = AQ$ চিত্রের উপর সমান্তরাল BP ও EQ সরল রেখাংশের অঙ্কন করলাম



6. আমি নুড়ি দিয়ে প্রমাণ করি যে:

চতুর্ভুজ $APDF$ এর ক্ষেত্রফল = পঞ্চভুজ $ARCTIF$ এর ক্ষেত্রফল

ΔAPQ এর ক্ষেত্রফল = পঞ্চভুজ $ABCTDE$ এর ক্ষেত্রফল



প্রমাণ অঙ্কনানুসারে, AC , BP এবং AD , EQ

ΔABC ও ΔAPC একই ভূমি AC ও একই সমান্তরালখণ্ড AC ও BP এর মধ্যে অবস্থিত
 $\Delta ABC \sim \Delta APC$ (1)

ΔAED ও ΔAQD একই ভূমি AD ও একই সমান্তরালখণ্ড AD ও EQ এর মধ্যে অবস্থিত
 $\Delta AED = \Delta AQD$ (2)

1 থেকে পাই, $\Delta ABC +$ চতুর্ভুজ $ACDE = \Delta APC +$ চতুর্ভুজ $ACDE$

পঞ্চভুজ $ABCTDE =$ চতুর্ভুজ $APDE$

1 ও 2 থেকে পাই $\Delta ABC + \Delta AED = \Delta APC + \Delta AQD$

$\Delta ABC + \Delta AED + \Delta ACD = \Delta APC + \Delta AQD + \Delta ACD$ উভয়দিকে ΔACD যোগ করে পাই,
 পঞ্চভুজ $ABCTDE = \Delta APQ$ | প্রমাণিত

• কবে বেধি—14 •

- প্রতিম $ABCD$ একটি চতুর্ভুজ অঙ্কন করেছে যার $AB = 5$ সেমি, $BC = 6$ সেমি, $CD = 4$ সেমি, $DA = 3$ সেমি এবং $\angle ABC = 60^\circ$ আমি এই চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি
- সাহানা একটি চতুর্ভুজ $ABCD$ অঙ্কন করেছে যার $AB = 4$ সেমি, $BC = 5$ সেমি, $CD = 4.8$ সেমি, $DA = 4.2$ সেমি এবং কর্ণ $AC = 6$ সেমি। চতুর্ভুজটির সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি
- সাহানা একটি আয়তক্ষেত্র $ABCD$ আঁকাছে যার $AB = 4$ সেমি ও $BC = 6$ সেমি। এই $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি
- একটি চতুর্ভুজ $ABCD$ আঁকি যার $BC = 6$ সেমি, $AB = 4$ সেমি, $CD = 3$ সেমি, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BCD = 55^\circ$ এই $ABCD$ চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি যার একটি বাহু AB এবং অপর একটি বাহু BC বাহু বরাবর থাকবে
- ৭ সেমি, বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি এই বর্গক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করি যার একটি কোণ 60°
- ৬ সেমি, বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি এবং এই বর্গক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি
- একটি চতুর্ভুজ $ABCD$ আঁকি যার AB বাহুর উপর AD ও BC লম্ব এবং $AB = 5$ সেমি, $AD = 7$ সেমি, ও $BC = 4$ সেমি এই চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি যার একটি কোণ 30°

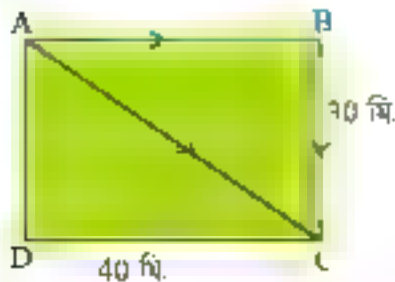
সংকেত $ABCD$ চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ ABQ আঁকলাম। ΔABQ -এর BQ কে ভূমি ধরে একই ভূমি ও একই সমান্তরাল খণ্ডের মধ্যে আরও একটি ত্রিভুজ আঁকলাম যার একটি কোণ 30°

- $ABCDE$ যে কোনো একটি পঞ্চভুজ অঙ্কন করি ও তার সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি যার একটি দীর্ঘতম C

15

ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল
(AREA & PERIMETER OF TRIANGLE & QUADRILATERAL.)

থেকে ইতিমধ্যে শুরু করে আলান পাথে (১) সিন্দুতে পৌঁছান ও
সেখান থেকে সোয়াই হ্রদে



অধি A বিন্দু থেকে ইটা গুলু করে মাঠের ধার ধরাবর হেঁটে এ বিন্দুতে পৌছালাম

સાઈટના લેઆઉટ AB-40 મિટરના એક તરફ અને BC-30 મિટરના

આમિં જોઈ નુકસાન થેલામ $AB + BC =$] ચિં

- [illegible]

সম্বন্ধে ত্রিভুজ ABC থেকে পাই,

$$AC^T = AB^T + BC^T$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

$$= \sqrt{(40)^2 + (30)^2} \text{ মিটার}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ बिट/सेकंड}$$

২৬ খিটোলে

দেখছি, ওনারা আমার থেকে কম দলভ্র হোট্টে একই ভাষণে গায় গেঁটেছে

২. অমির বন্ধু আরোণ। A বন্ধু হোক শব্দ করে ABCD আয়তক্ষেত্রের মাঠের পনিসীমা চকলেট একবার ঘুরে আবার A বিন্দুতে এসে পৌঁছান।

আবেদন আত্মকৃত্য করণ 2×40 ঘিটাজ + 30 ঘিটাজ)

$$= 2 \times 70 \text{ ચિંટા}$$

= মিটার

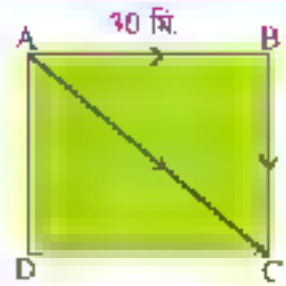
ଯଦି ଆମ୍ଭଙ୍କର ଯାଞ୍ଚର ନିର୍ଦ୍ଦେଶ a ଏବଂ ଶ୍ରୀମତୀ b ହେବେ

અતિસીમા = $2 \times a \quad b = 2$ (ગોળાકાં + અક્ષા)

কর্ণের দৈর্ঘ্য $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(\text{প্রদীর্ঘ})^2 + (\text{প্রসঙ্গ})^2}$

কিন্তু আমাদের মাঠ যদি বর্গক্ষেত্রাকার হতো যার প্রতিটি ধারের দৈর্ঘ্য ৩০ মিটার, সেক্ষেত্রে আমরা কে কতটা দূরত্ব অতিক্রম করতাম হিসাব করে লিখি

আমি ABCD বর্গাকার মাঠের A বিন্দু থেকে শুরু করে খার বরাবর C বিন্দু পর্যন্ত যেটি দূরত্ব অতিক্রম করতাম $\rightarrow AB + BC = \square$ মিটার



3. এখন ABCD বর্গাকার মাঠের A বিন্দু থেকে শুরু করে AC ধার বরাবর C বিন্দু পর্যন্ত যেটি দূরত্ব অতিক্রম করত হিসাব করি

সমকোণী ত্রিভুজ ABC থেকে পাই:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{30^2 + 30^2} \text{ মিটার} = \sqrt{1800} \text{ মিটার} = 30\sqrt{2} \text{ মিটার}$$

তখন সেক্ষেত্রে $30\sqrt{2}$ মিটার দূরত্ব অতিক্রম করত

4. এখন AB ও BC বর্গাকার মাঠের A বিন্দু থেকে শুরু করে মাঠের খার বরাবর চালাই, যাতে একবার ২ ও আবার A বিন্দুতে পৌঁছাতে যেটি দূরত্ব অতিক্রম করতাম

$$4 \times (AB) = 4 \times 30 \text{ মিটার} = 120 \text{ মিটার}$$

যদি বর্গাকার মাঠের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a হয়

$$\text{পরিমাপ} = 4a = 4 \times \text{একটি বাহুর দৈর্ঘ্য}$$

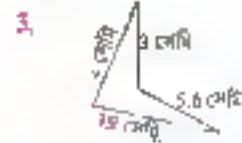
$$\text{এবং} \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} = \sqrt{2} \times \text{একটি বাহুর দৈর্ঘ্য}$$

5. আমাদের পড়ার খেলার মাঠটি চতুর্ভুজাকার, কত হাল চারটি শাবল 'নর্বা' যথাক্রমে a মিটার, b মিটার, c মিটার ও d মিটার

পরিমাপ নবাবর মাঠটি একবার ঘুরে আসতে অতিক্রম করতে হবে

$$a \text{ মিটার} + b \text{ মিটার} + c \text{ মিটার} + d \text{ মিটার} = (a + b + c + d) \text{ মিটার}$$

নিজের 15.1 আমি নিচের ছবিগুলি দেখি ও পরিমাপ লিখি



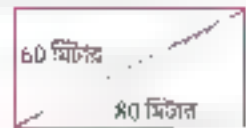
6. নিজে বহুভুজাকার চিত্র আঁক ও পরিমাপ লিখি



৬. আমানত আয়তক্ষেত্রাকার মাঠের দৈর্ঘ্য ২৫ মিটার এবং প্রস্থ ৬০ মিটার। এই মাঠের সীমানাকর্ষন একলাইন হাটলে কত পথ হ্রাতিব হিসাব করে লিখি।

আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার প্রস্থ ৬০ মিটার

আয়তাকার মাঠের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(৪০)^2 + (৬০)^2}$ মিটার $=$ মিটার



৭. ত্রিখিলের বর্গক্ষেত্রাকার জমির কর্ণের দৈর্ঘ্য $40\sqrt{2}$ মিটার হলে ত্রিখিল একলাইন দৈর্ঘ্য কত মিটার হলে হিসাব করে লিখি।

ধরি ত্রিখিলের বর্গক্ষেত্রাকার জমির একটি বাহুর দৈর্ঘ্য $= a$ মিটার

এই জমির কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{2}$ মিটার

$a\sqrt{2} = 40\sqrt{2}$

$a = \frac{40\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 40$

ত্রিখিলের বর্গাকার জমির একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার

৮. যে বর্গাকার চিত্রে কর্ণের দৈর্ঘ্য $3\sqrt{2}$ সেমি তবে একটি বাহুর দৈর্ঘ্য সেমি [চিত্রে লিখি]

৯. আমিনদের আয়তক্ষেত্রাকার জমির বাইরের চারদিকে ১ মিটার চওড়া রাস্তা আছে। আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য ৬ প্রস্থ যথাক্রমে ২২ মিটার ও ১৫ মিটার। প্রতি মিটার ৬ টাকা হিসাবে রাস্তার ভিতরে ও বাইরে প্রত্যেক দিকের জন্য ১ মিটার চওড়া রাস্তা প্রত্যেক দিকের হিসাবে করে লিখি।

ধরি আমিনদের আয়তক্ষেত্রাকার জমি ABCD এবং রাস্তাসমূহের জমি হলো PQRS

আয়তক্ষেত্রাকার জমি ABCD-এর দৈর্ঘ্য AB ২২ মিটার প্রস্থ BC ১৫ মিটার

PQRS আয়তক্ষেত্রাকার জমির

দৈর্ঘ্য PQ $= ২২$ মি. $+ ২ \times ১$ মি. $=$ মিটার

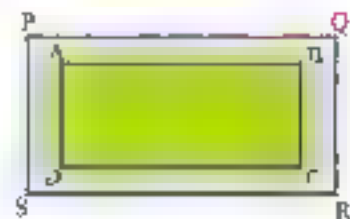
এবং প্রস্থ QR $= ১৫$ মি. $+ ২ \times ১$ মি. $=$ মিটার

ABCD-এর পরিসীমা $২ \times (২২ + ১৫)$ মি. $=$ মিটার

এবং আয়তক্ষেত্রাকার জমি PQRS-এর পরিসীমা $=$ মিটার

মোট বেড়া দিতে হবে $=$ মিটার $+$ মিটার $= ১৭২$ মিটার

খরচ হবে $= ৬ \times$ টাকা $=$ টাকা



১০. মামুনদের আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তুলনায় ৩ মিটার ৪০ সেন্টিমিটার হিসাবে মামুনদের জমি বেড়া দিতে যদি ১৭২ টাকা খরচ হয় তবে মামুনদের জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত মিটার।

ধরি মামুনদের জমির প্রস্থ x মিটার অর্থাৎ এক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য $৩x$ মিটার।

আয়তাকার জমির পরিসীমা $= ২(৩x + x)$ মিটার $= ২ \times ৪x$ মিটার $= ৮x$ মিটার

আবার জমির পরিসীমা $= \frac{১১৫২}{৮}$ মিটার $= ৬৪$ মিটার

শর্তানুসারে, $৮x = ৬৪$

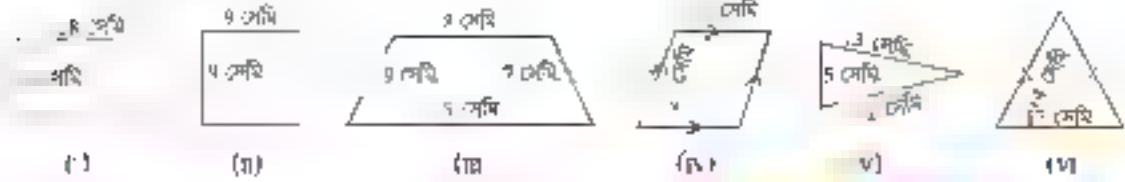
$x =$

দৈর্ঘ্য $=$ মি. প্রস্থ $=$ মি.



নিজের করি - 152

- এক বর্গক্ষেত্রাকার জমির কর্ণের দৈর্ঘ্য $20\sqrt{2}$ মিটার। তার চারদিকে পাঁচিল দিয়ে ঘিরতে কত মিটার দৈর্ঘ্যের পাঁচিল দিতে হবে হিসাব করে লিখি।
- শীতমাদের আয়তক্ষেত্রাকার জমির বাহিরের চারদিকে ৭ মিটার চওড়া বাস্তা আছে। আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ২৭ ডেকামিটার ও ১৭ ডেকামিটার। প্রতি মিটার ১৪ টাকা হিসাবে বাস্তার বাহিরের চারদিকে বেড়া দিয়ে ঘিরতে মোট কত টাকা খরচ পড়বে হিসাব করে লিখি।
- নীচের কার্ড দেখি, পরিসীমায় লিখি ও একই পরিসীমা বিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য কী হবে হিসাব করে লিখি।



- আজ জমির আয়তক্ষেত্রাকার আয়তক্ষেত্রের আট মাপ এর কার্ড তৈরি করব এবং সেই কার্ডে আয়তক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থের মান পাঠ্য পুস্তক থেকে প্রতিটি কার্ডের চিহ্নের পাত নষ্টের কাগজ দিয়ে মুদ্রার হিসাব করে দেখি প্রতিটি কার্ডের জন্য কতটা নষ্টের কাগজ লাগবে।



দেখছি এই কার্ডের দৈর্ঘ্য ১২ সেমি. এবং প্রস্থ ৪ সেমি।

এই কার্ডের জন্য নষ্টের কাগজ লাগবে, $১২ \text{ সেমি.} \times ৪ \text{ সেমি.} = ৪৮ \text{ বর্গ সেমি.}$

[কার্ডের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ]

বলি যে কার্ড তৈরি করল তার দৈর্ঘ্য ১৪.২ সেমি এবং প্রস্থ ৭.৫ সেমি।

এই কার্ডের জন্য নষ্টের কাগজ লাগবে $[] \times []$ বর্গ সেমি = $[]$ বর্গ সেমি. [নিজে লিখি]

- জাহির একটি বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড তৈরি করল যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৭ সেমি। কার্ডটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে এই বর্গক্ষেত্রাকার কার্ডের ক্ষেত্রফল ৬.৪৮ বর্গ সেমি [নিজে লিখি]
= $[]$ বর্গ সেমি. [নিজে লিখি]

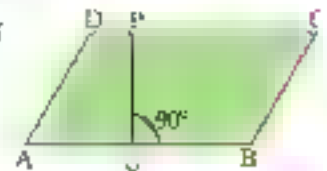
- কিছু মেয়ে য কার্ড তৈরি করল সেটি আয়তক্ষেত্রাকার হলে না কার্ডটি সমান্তরিক আকৃতির সমান্তরিক আকার কার্ডের ক্ষেত্রফল কীভাবে পাব সেমি।

সমান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = সমান্তরিকের ভূমি \times সমান্তরিকের উচ্চতা

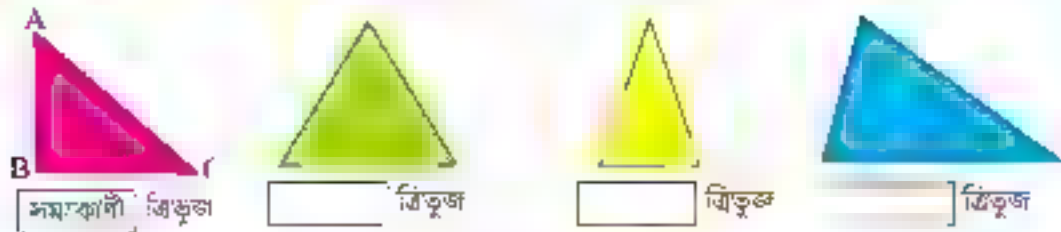
যেহা যেহে দেখল কার্ডটির ভূমির দৈর্ঘ্য ৮ সেমি এবং উচ্চতা ৬ সেমি

কার্ডটির ক্ষেত্রফল = ৮×৬ বর্গ সেমি. = ৪৮ বর্গ সেমি

ছবিতে AB, DC সমান্তরিকের ভূমি AB এবং উচ্চতা PQ)



আমার ডাই কয়েকটি বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজের বিভিন্ন কাগজ কোটেছে



- 14 আমি ও গ্রেসিড এই ত্রিভুজ আকারে অঙ্কণের বাহুর দৈর্ঘ্য লিখি ও এরপর ক্ষেত্রফল লিখার চেষ্টা করি।
যদি, লাল রঙের সমকোণী ত্রিভুজ ABC এর ভূমি BC = a একক
উচ্চতা AB = b একক

সমকোণী ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = \frac{1}{2} \times a \times b \text{ বর্গ একক}$$

পেলায়

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\frac{1}{2} \times$ সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য $\frac{1}{2} ab$ বর্গ একক

- 15 আমি সবুজ রঙের সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বাপের চেষ্টা করি

যদি, সবুজ রঙের সমবাহু ত্রিভুজটি হল $\triangle ABC$ যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = a একক
সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 3a একক A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর AD লম্ব টানি
সুতরাং ত্রিভুজটির উচ্চতা = AD

সমকোণী ত্রিভুজ ABD তে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$



বা, $AB^2 = AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$ (যেহেতু সমবাহু ত্রিভুজে AD লম্ব BC বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে)

বা $BC^2 = AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$ ($\because AB = BC$)

$$\text{বা } BC^2 - \frac{BC^2}{4} = AD^2$$

$$\text{বা } AD^2 = \frac{3BC^2}{4}$$

$$AD = \sqrt{\frac{3}{4}} BC$$

সুতরাং, সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা = $\frac{\sqrt{3}}{2} a$ একক

সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$

$$= \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a \text{ বর্গ একক} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \text{ বর্গ একক}$$

পেলায়

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$



- 16 যে সমন্যত্ব ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৮ সেমি তাহা ক্ষেত্রফল হিসাব করি

যে সমন্যত্ব ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৮ সেমি তাহা ক্ষেত্রফল $\frac{\sqrt{3}}{4} \times ৮ \times ৮$ বর্গ সেমি $9\sqrt{3}$ বর্গ সেমি

- 17 যা সমন্যত্ব ত্রিভুজের পরিমীমা ১২ সেমি তাহা ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি নিজে করি

যদি কোনো সমন্যত্ব ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য জানা থাকিলে তাই সমন্যত্ব ত্রিভুজের উচ্চতা ও তাই এর ক্ষেত্রফল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পরিমাপ করতে পারি

- 18 যদি হলুদ রঙের সমন্যত্ব ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে চাই

যদি ΔABC হল হলুদ রঙের সমন্যত্ব ত্রিভুজটি

এবং ABC -এর $AB = AC = a$ একক
 $BC = b$ একক

সুতরাং সমন্যত্ব ত্রিভুজের পরিমীমা $= (2a + b)$ একক

A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর AD লম্ব টানি।

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে সমকোণী ত্রিভুজ ABD-তে

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

বা $AD^2 = AB^2 - BD^2$

বা $AD^2 = AB^2 - \frac{BC^2}{4}$ [যেহেতু সমন্যত্ব ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর লম্ব টানলে লম্বটি ভূমিকে সমন্যিত করে]

বা $AD^2 = a^2 - \frac{b^2}{4}$ বর্গ একক

$$AD = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \text{ একক}$$

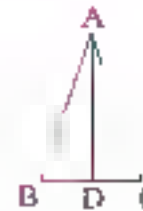
সমন্যত্ব ত্রিভুজ ABC এর উচ্চতা AD $\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}$ একক

$$\begin{aligned} \text{সমন্যত্ব ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} \\ &= \frac{1}{2} \times BC \times AD \\ &= \frac{1}{2} \times b \times \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

পেলায়,

সমন্যত্ব ত্রিভুজের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =

$$\frac{1}{2} \times \text{ভূমির দৈর্ঘ্য} \times \sqrt{\text{সমান বাহুর একটির দৈর্ঘ্য}^2 - \frac{\text{ভূমির দৈর্ঘ্যের অর্ধের}^2}$$

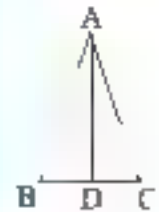


- ১১ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রের ভূমির দৈর্ঘ্য ১২ মিমি এবং ১২মি বাহু দুটির দৈর্ঘ্য ১০ সেমি হলে এই ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখ।

$$\begin{aligned}\text{সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times 12 \times \sqrt{(10)^2 - \left(\frac{12}{2}\right)^2} \text{ বর্গ সেমি} \\ &= 6 \times \sqrt{100 - 36} \text{ বর্গ সেমি.} \\ &= \boxed{\quad\quad} \text{ বর্গ সেমি.}\end{aligned}$$

সমাধান টি

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ABC এর $AB = AC = 10$ সেমি.
এবং $AD^2 = AB^2 - BD^2$ (১০ সেমি.)^২ ৬সেমি^২ = ৬৪ বর্গ সেমি.
উচ্চতা = $AD = 8$ সেমি
 ΔABC এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times BC \times AD = \boxed{\quad\quad}$ বর্গ সেমি



- ১২ আমি নীল রঙের ত্রিভুজের বিহীন বাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল মাপার চেষ্টা করি।

ধরি, ΔABC হল নীল রঙের বিহীন বাহু ত্রিভুজটি

এবং $AB = a$ একক $BC = b$ একক

এবং $AC = c$ একক

A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর AD লম্ব টানি

ধরি উচ্চতা $AD = h$ একক

ΔABC এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times b \times h$ বর্গ একক

ধরি, $BD = x$ একক

$DC = b - x$ একক

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে সমকোণী ত্রিভুজ ABD থেকে পাই

$$x^2 + h^2 = a^2$$

$$h^2 = a^2 - x^2 \quad (1)$$

আবার পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, সমকোণী ত্রিভুজ ACD থেকে পাই

$$h^2 + (b - x)^2 = c^2$$

$$\text{বা } h^2 + b^2 - 2bx + x^2 = c^2$$

$$\text{বা } h^2 = 2bx - b^2 + x^2 \quad (2)$$



১ ও ii) থেকে পাই,

$$a^2 - x = 2bx - b^2 - x^2 + c^2$$

$$\text{বা } 2bx = a^2 + b^2 - c^2$$

$$x = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b}$$

$$\begin{aligned} \text{অতএব } h^2 &= a^2 - x^2 \\ &= a^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b} \right)^2 \\ &= \frac{a^4 - (a^2 + b^2 - c^2)^2}{4b^2} \\ &= \frac{4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2}{4b^2} \\ &= \frac{(2ab)^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2}{4b^2} \\ &= \frac{2ab(a^2 + b^2 - c^2) - (2ab - a^2 - b^2 + c^2)(2ab - a^2 - b^2 + c^2)}{4b^2} \\ &= \frac{(a - b + c)(c - (a - b))}{4b^2} = \frac{(a + b - c)(a - b + c)(c + a - b)(c - a + b)}{4b^2} \end{aligned}$$

সহজে ত্রিভুজটির অর্ধপরিমিতি $2s$ একক
ত্রিভুজটির অর্ধ-পরিমিতি $= s$ একক

$$\text{সুতরাং } h = \frac{(a + b - c)(a - b + c)(c + a - b)(c - a + b)}{4b^2}$$

$$h = \frac{2s(2s - 2c)(2s - 2b)(2s - 2a)}{4b^2} = \frac{(s - s + a)(s - b)(s - c)}{b^2}$$

$$h = \frac{2}{b} \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

$$\begin{aligned} \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times b \times h \text{ বর্গ একক} = \frac{1}{2} \times b \times \frac{2}{b} \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)} \text{ বর্গ একক} \\ &= \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)} \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে Δ চিহ্ন দ্বারাও প্রকাশ করা হয়: $\Delta = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$

অর্থাৎ যেকোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b ও c হলে,

$$\text{এই ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)} \text{ যেখানে অর্ধপরিমিতি } (s) = \frac{a + b + c}{2}$$

$$\text{অন্যভাবে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$



ব্রহ্মগুপ্ত

BRHAD BRHAD

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের এই সূত্রটি হিন্দুর পণ্ডিত হেরন দিয়েছিলেন।
কই এই সূত্রটি হেরনের সূত্র, Heron's Formula নামে পরিচিত।
এই সূত্রটি ব্রহ্মগুপ্তের সূত্র (Brahmagupta's Formula) নামেও পরিচিত।



হেরন

BRAD BRAD

21. কামান্নল পাতাল ত্রিভুজাকার মাঠের বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ২ : ৩ : ৪ এবং মাঠের পরিসীমা ৫৪ মিটার হলে মাঠের ক্ষেত্রফল এক বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে যথাক্রমে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য হিসাব করে দেখি।

ত্রিভুজাকার মাঠের বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ২:৩:৪

সুতরাং ত্রিভুজাকার মাঠের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য $2x$ মিটার, $3x$ মিটার এবং $4x$ মিটার যেখানে x ০

ত্রিভুজাকার মাঠের পরিসীমা $2x + 3x + 4x$ মিটার $= 9x$ মিটার

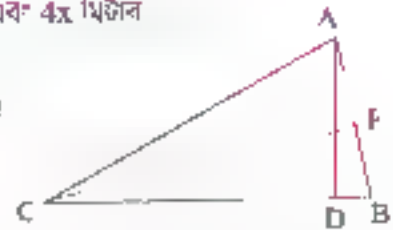
শর্তানুসারে $9x = 108$

বা, $x = 12$

মাঠের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 12×2 মিটার $= 24$ মিটার, 12×3 মিটার $= 36$ মিটার, 12×4 মিটার $= 48$ মিটার

মাঠের অর্ধপরিসীমা $= \frac{108}{2}$ মিটার $= 54$ মিটার

ত্রিভুজাকার মাঠের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{54(54-24)(54-36)(54-48)}$ বর্গমিটার $=$] বর্গমিটার



১. এক ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ২ : ৩ : ৪ এবং এর ক্ষেত্রফল ১০৮.১৫ বর্গমিটার।

$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times BC \times AD$$

আবার ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= 108.15$ বর্গমিটার

$$\frac{1}{2} BC \times AD = 108.15 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \times 48 \text{ মিটার} \times AD = 108.15 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{বা } AD = \frac{08\sqrt{15}}{24} \text{ মিটার}$$

$$\therefore AD = \frac{9\sqrt{15}}{2} \text{ মিটার}$$

সুতরাং বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে বৃহত্তম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{9\sqrt{15}}{2}$ মিটার।

$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times AB \times CF$$

$$\text{অথবা } \frac{1}{2} \times AB \times CF = 108.15 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{বা } \frac{1}{2} \times \square \times CF = 108.15 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{বা } CF = \square$$

$$CF = \square$$

ক্ষুদ্রতম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে ক্ষুদ্রতম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য] মিটার



- ১২** কিশোর আমান বক্ শুমিতির পাড়ায় চিকুড়াবাবুর একটি ঘাটের দৈর্ঘ্য ১ মিটার, ৬ মিটার এবং ৫ মিটার।
আমি শুমি, এল পাড়ায় চিকুড়াবাবুর বাড়ির জায়গায় শুধু ৬২৫ বর্গমিটার জমি কিনেছি। আমি ৬২৫ বর্গমিটার
বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য হিসাব করি।

অর্থগণিতসিদ্ধান্তে $s = \frac{12+16+20}{2}$ মিটার

বা $h = \frac{48}{2}$ মিটার = 24 মিটার

$$\text{ଆଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ } (\Delta) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{24 \cdot (24-12) \cdot (24-16) \cdot (24-20)}$$
 रज विजाय

$$= \sqrt{24 \times 12 \times 8 \times 4} \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\sqrt{2 \times 2 \times 12 \times 8 \times 4}$$
 বর্গ মিটার

$$= \sqrt{12 \times 12 \times .6 \times 4} \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= 12 \times 4 \times 2 \text{ वर्ग मिटर}$$

= 96 वर्ग मिटर

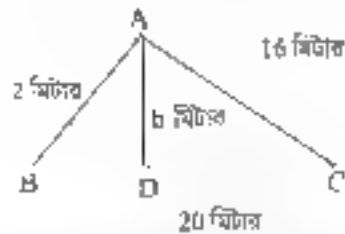
ধরি, বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য h মিটার

$$\text{মোট ক্ষয়ক্ষতি} = \frac{1}{2} \times 20 \times h \text{ বর্গ মিটার}$$

• 10 h वर्ग विज्ञान

10 h = 96

$$h = \frac{96}{10} = 9.6$$



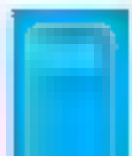
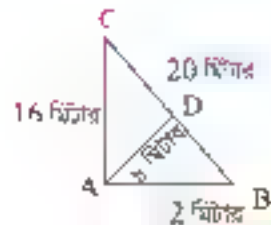
জিভুজাসাব খাটের ক্ষেত্রফল ৭৬ বর্গ মিটার এবং বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে বৃহত্তম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য ৭.৬ মিটার।

23. সুখিত নলন আর্মি কিছু মাঠের ক্ষেতফল অনুভব করছে কারণ আমাদের পাড়ায় কিছুজনকর্তি মাঠের দৈর্ঘ্য 12 মিটার, 16 মিটার ও 20 মিটার। আমাদের পাড়ার কিছুজনকর্তি মাঠটির ক্ষেতফল ও বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্যের শীর্ষবিন্দু থেকে বৃহত্তম বাহুর ওপর লম্বের দৈর্ঘ্য। হিসাব কর।

$$12^2 + 16^2 = 20^2$$

त्रिभुजाकृति यन्त्रेण समकोणी त्रिभुजाकार

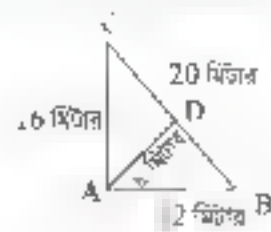
মোটের ক্ষেত্রেফল = $\frac{1}{2} \times 12 \times 16$ বর্গ মিটার = 96 বর্গ মিটার



ধরি বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য h মিটার

$$\begin{aligned}\text{মাঠের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times 20 \times h \text{ বর্গ মিটার} \\ &= 10h \text{ বর্গ মিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}10h &= 96 \\ h &= \frac{96}{10} = 9.6\end{aligned}$$



ত্রিভুজাকৃতি মাঠের ক্ষেত্রফল ৭৬ বর্গ মিটার এবং বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে বৃহত্তম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য ৭.৬ মিটার

- ২৪) যদি ত্রিভুজাকৃতি মাঠের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৩ মিটার, ৪ মিটার ও ৫ মিটার হাত তখন এই ত্রিভুজাকৃতি মাঠের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি। সমাধান হিসাব করে লিখি।

- ১১) কামারগঞ্জ স্কুলের একটি ৩২ মিটার উঁচু তালগাছ পতঙ্গকাড়ি ওঠে যাওয়ায় ওর অগ্রভাগ এম গাছটির পাতা থেকে ৪ মিটার দূর ভূমি স্পর্শ করেছে। গাছটি ভূমি থেকে কত দূরত্বে হেঁচকিল তারি ও হিসাব করে লিখি।

ধরি AB তালগাছটির দৈর্ঘ্য এবং C বিন্দুতে হেঁচকি ভূমিকে A বিন্দুটি D বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।

$$AB = \square \text{ মিটার}$$

$$AC = CD$$

$$AB = AC + CB = CD + CB$$

ধরি CB = x মিটার

$$AB = CD + x \text{ মিটার}$$

বা, ৩২ মিটার = $CD + x$ মিটার

$$CD = (32 - x) \text{ মিটার}$$

সমকোণী ত্রিভুজ CBD থেকে পাই,

$$CB + BD^2 = CD^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 8^2 = (32 - x)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 8^2 = (32)^2 + x^2 - 2 \times x \times 32$$

$$\text{বা, } 2 \times x \times 32 = 32^2 - 8^2$$

$$\text{বা, } 64x = \square$$

$$x = \square$$

ভূমি থেকে \square মিটার উপরে তালগাছটি ভেঙে

গিয়েছিল।



২৬. কামনা সমকোণী ত্রিভুজ ABC-এর অতিভুজ AB = ৩৫ মিটার এবং সমকোণ মারক বাহুর একটির দৈর্ঘ্য ৩৭ মি. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

ধরি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের AB = ৩৫ মিটার

এবং অতিভুজ AC = ৩৭ মিটার

সমকোণী ত্রিভুজ ABC থেকে পাই,

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\text{বা, } BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$\text{বা, } BC^2 = (37^2 - 35^2) \text{ বর্গ মিটার}$$

$$\text{বা, } BC^2 = (37+35)(37-35) \text{ বর্গ মিটার}$$

$$\text{বা, } BC^2 = 72 \times 2 \text{ বর্গ মিটার} \quad BC = \boxed{} \text{ মিটার}$$

$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times BC \times AB \text{ বর্গ মিটার} = \boxed{} \text{ বর্গ মিটার}$$



২৭. পৃথাকের প্রত্যেক ত্রিভুজাকৃতি উদাহরণে তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য, যথাক্রমে ২৫ মিটার, ২৭ মিটার ও ৫৬ মিটার। অথবা যখন দুই উদাহরণ ৫৬ মিটার দৈর্ঘ্য বাহুর উৎসর্গ বরাবর্তী কোণের তীব্র অথবা লম্ব বাহুর পাটিল দিই তখনই পাটিলের দৈর্ঘ্য কী হবে। ঠিক হিসাব করে লিখি।

ধরি ΔABC হল পৃথাকের ত্রিভুজাকৃতি মাঠ যেখানে

$$AB = 25 \text{ মিটার}$$

$$AC = 29 \text{ মিটার}$$

$$\text{এবং } BC = 56 \text{ মিটার}$$

$$\Delta ABC \text{ এর অর্ধপরিমিতি} = \boxed{} \text{ মিটার (নিজে হিসাব করে লিখি)} \quad 56 \text{ মিটার}$$

$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \sqrt{60 \times (60 - 25) \times (60 - 29) \times (60 - 56)} \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= 420 \text{ বর্গ মিটার}$$

ধরি, $AD \perp BC$ এবং $AD = h$ মিটার

$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times BC \times h \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= \frac{1}{2} \times 56 \times h \text{ বর্গ মিটার} = 28h \text{ বর্গ মিটার}$$

$$\text{সর্তানুসারে, } 28h = 420$$

$$\text{বা, } h = \frac{420}{28}$$

$$h = \boxed{}$$

পাটিলের দৈর্ঘ্য হবে ১৫ মিটার



- ২৮) আমরা ত্রি একটি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতির কাঁচের কাঁচের একটি কাঁচের মধ্যে কোনো এক বিন্দু থেকে সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহুর উপর তিনটি লম্ব টেনেছি। যদি লম্ব তিনটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৪ সেমি, ৫ সেমি ও ৬ সেমি হয়, তাহলে ঐ কাঁচ সমবাহু ত্রিভুজাকার কাঁচের ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

ধরি, $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজাকারক্ষেত্র $AB = BC = CA = x$ সেমি এবং $OF = ৪$ সেমি, $OD = ১১$ সেমি, $OE = ৫$ সেমি।

সমবাহু ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4} x^2$ বর্গ সেমি।

আবার, $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল

= $\triangle AOB$ এর ক্ষেত্রফল + $\triangle BOC$ এর ক্ষেত্রফল + $\triangle AOC$ এর ক্ষেত্রফল

$$= \left(\frac{1}{2} \times AB \times ৪ + \frac{1}{2} \times BC \times ১১ + \frac{1}{2} \times AC \times ৫ \right) \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= \left(৪x + \frac{11}{2} x + ৫x \right) \text{ বর্গ সেমি}$$

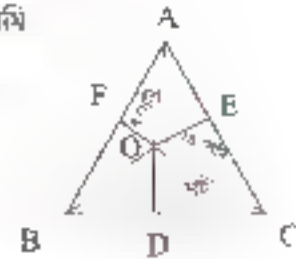
$$= \frac{৪x + ১১x + ১০x}{2} \text{ বর্গ সেমি,} = \frac{২৫}{2} x \text{ বর্গ সেমি}$$

$$\text{সুতরাং, } \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \frac{২৫}{2} x$$

$$\text{বা } \frac{\sqrt{3}}{4} x = \frac{২৫}{2} \quad [\because x \neq ০]$$

$$x = \frac{৫০}{\sqrt{3}}$$

$$\text{সমবাহু ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র } ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{২৫}{2} \times \frac{৫০}{\sqrt{3}} \text{ বর্গ সেমি} = \frac{৬২৫\sqrt{3}}{3} \text{ বর্গ সেমি}$$



- ২৯) আমি একটি সামান্তরিক ত্রিভুজি যার সামান্তরিক বাহুগুলির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৩ সেমি ও ২০ সেমি এবং কোণ ত্রিভুজি একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য ২ সেমি। আমি এই সামান্তরিক আকারে কাটলে ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা কত হবে হিসাব করি। ২০ সেমি, লম্বকে ভূমি ধরে সামান্তরিকটির উচ্চতা নির্ণয় করি।

ধরি, $ABCD$ সামান্তরিক ত্রিভুজি যার

$$AB = ১৩ \text{ সেমি,}$$

$$BC = ২০ \text{ সেমি,}$$

$$\text{এবং } AC = ২১ \text{ সেমি}$$



$$s = \frac{১৩ + ২০ + ২১}{2} \text{ সেমি} = \frac{৫৪}{2} \text{ সেমি} = ২৭ \text{ সেমি}$$

$$\triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \sqrt{s(s-১৩)(s-২০)(s-২১)} \text{ বর্গ সেমি}$$

$$\text{সামান্তরিক আকারে ক্ষেত্র } ABCD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = ২ \times \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \text{ বর্গ সেমি}$$

ধরি $AE \perp BC$ এবং $AE = h$ সেমি।

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি \times উচ্চতা

$$\text{সুতরাং, } ২০ \times h = \text{ বর্গ সেমি}$$

$$h = \frac{\text{বর্গ সেমি}}{২০}$$

সামান্তরিকের উচ্চতা ১২.৬ সেমি



- 30) দিয়া একটি চতুর্ভুজ ABCD এ' কোণের AB = 90 সেমি, BC = 40 সেমি, $\angle D = 25^\circ$, $\angle A = 65^\circ$ এবং $\angle ABC = 90^\circ$ । চতুর্ভুজ ABCD-এর ক্ষেত্রফল কত হবে? হিসাব করে লিখি।

ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ

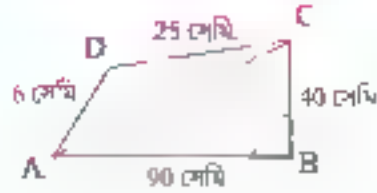
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 90^2 + 40^2 =$$

$$AC = 41 \text{ সেমি}$$

$$\Delta ABC \text{ -এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 90 \times 40 \text{ বর্গ সেমি} = 1800 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$\Delta ADC \text{ -এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times AC \times AD \times \sin D = 1800 \text{ বর্গ সেমি}$$



ABCD চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ΔABC -এর ক্ষেত্রফল + ΔADC -এর ক্ষেত্রফল = 3600 বর্গ সেমি।

- 31) পড়ার ত্রিভুজাকার মাঠের তিনটি দিক দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 52 মিটার, 56 মিটার এবং 60 মিটার। প্রতি বর্গ মিটার 2 টাকা হিসাবে মাঠটি ঘেরাও করতে কত টাকা খরচ পড়বে হিসাব করে লিখি। (গা: ত্রিভুজের জন্য 1 মিটার ছোট লম্বি মাঠের দৈর্ঘ্য বরাবর গড়া দৈর্ঘ্য প্রতি মিটারে 25 টাকা হিসাবে লম্বি খরচ পড়বে হিসাব করে লিখি)

ধরি ABC ত্রিভুজাকার মাঠ।

$$\Delta ABC \text{ -এর অর্ধপরিমিতি} = \frac{52 + 56 + 60}{2} \text{ মিটার} = 84 \text{ মিটার}$$

$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \sqrt{84(84-52)(84-56)(84-60)} \text{ বর্গ মিটার} = 1440 \text{ বর্গ মিটার}$$



প্রতি বর্গ মিটার 2 টাকা হিসাবে মাঠটি ঘেরাও করতে খরচ হবে = $1440 \times 12 \text{ টাকা}$

$$\text{মাঠের বড় দৈর্ঘ্য} = \text{মাঠের অর্ধপরিমিতি} - 4 \text{ মিটার} = 80 \text{ মিটার}$$

$$\text{মাঠ কেন্দ্র থেকে খরচ হবে} = 80 \times 25 \text{ টাকা} = 2000 \text{ টাকা (নিজে লিখি)}$$

নিজে করি - 15.3

নিচের ছবি দেখি ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।



- বাটানিক্যাল পার্গনের একটি সলোয়ারে পদ্মফুলের উপর প্রান্ত অন্তর্ভুক্ত থেকে 2 সেমি উপরে ছিল। বাতাসে চালিত হয়ে উপর পাখিটি পূর্বস্থান থেকে 15 সেমি দূরে জলস্রোতের সঙ্গে মিশে গেল। জলের গভীরতা হিসাব করে লিখি। একটি সমকোণী সমান্তরাল ত্রিভুজের অভিবৃদ্ধির দৈর্ঘ্য 12.5 সেমি, হলে, ওই ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কী হবে হিসাব করে লিখি।
- আমাদের ত্রিভুজাকার পার্কের তিন দিকের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 65 মিটার, 70 মিটার ও 75 মিটার। বৃহত্তম দিক থেকে বিপরীত শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব হিসাব করে লিখি।
- আমি ও সুখা দুটি ত্রিভুজ আঁকব যাদের উচ্চতার অনুপাত 3 : 4 এবং ওই ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফলের অনুপাত 4 : 9। ত্রিভুজ দুটির ভূমির অনুপাত কী হবে হিসাব করে লিখি।



দুটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান হলে, তাদের উচ্চতা ও ভিত্তির দৈর্ঘ্যের গুণফল সমান হয়।
একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ১০ বর্গ সেমি। যদি তার উচ্চতা ৫ সেমি হয়, তবে ভিত্তির দৈর্ঘ্য কত সেমি হবে?



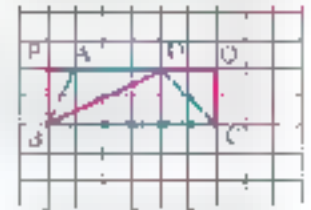
৩২ এই ট্রাপিজিয়াম আকারের কাগজের ক্ষেত্রফল কতভাবে হিসাব করার চক কাগজের সাহায্যে এই ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করার চেষ্টা করি।

একটি চক কাগজ তৈরি করলাম যার প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের ১ টি বাহুর দৈর্ঘ্য ১ সেমি।

চক কাগজের ঘর গুলে দেখি ABCD ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বর্গ সেমি

আমি যুক্তি নিয়ে প্রমাণের চেষ্টা করি

ABCD ট্রাপিজিয়ামের AD || BC এবং B ও C বিন্দু থেকে উভয়পার্শ্ব বসিত AD সরলরেখাংশের উপর দুটি লম্ব BP ও CQ অঙ্কন করলাম যা উভয়পার্শ্ব বসিত AD সরলরেখাংশকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করল। B ও D যোগ করলাম



প্রমাণ ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned} &= \Delta ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল} + \Delta DBC \text{ এর ক্ষেত্রফল} \\ &= \frac{1}{2} \times AD \times BP + \frac{1}{2} \times BC \times CQ \\ &= \frac{1}{2} \times AD \times BP + \frac{1}{2} \times BC \times BP \quad [PQ \parallel BC, BP = CQ] \\ &= \frac{1}{2} \times (AD + BC) \times BP \end{aligned}$$

ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times \text{ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি} \times \text{সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যে লম্বদূরত্ব}$$

হাতেকলমে

আমি হাতেকলমে ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কীভাবে পাব দাঁ?

উপকরণ স্টিচবোর্ড, বহির্জন আর্টপেপার, কাঁচি, জাঁটা পেন ও পেনসিল

পদ্ধতি ১) প্রথমে একই আকারের কিন্তু আলাদা রঙিন কাগজে ট্রাপিজিয়াম একে কেটে নিলাম ও ABCD

২) PQRS ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্র পেলাম

ধরি উচ্চতা AM = h

A ————— B

P ————— Q

D — M

C

Q —

R



(২) একটি বড়ো নিচেলোপেট এই দুটি বর্জিত ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্র ABCD ও PQRS চিত্র , এর মতো আঠা দিয়ে আটকে নিশান



ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্র ABCD-এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \text{ সমান্তরিক আকারের ক্ষেত্র ASRD-এর ক্ষেত্রফল}$$

$$= \frac{1}{2} DR \times AM$$

$$= \frac{1}{2} (DC + CR) \times AM$$

$$= \frac{1}{2} (DC + AB) \times h \quad CR = QR = AB$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি} \times \text{ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যে লম্ব দূরত্ব})$$

ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times \text{সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি} \times \text{সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যে লম্ব দূরত্ব}$

33. সুনীতি আর একটি ট্রাপিজিয়াম আকারের কার্ড তৈরি করেছে যার সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 12.2 সেমি ও 8.6 সেমি এবং সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরত্ব 9.8 সেমি। আমি হিসাব করে সুনীতির এই কার্ডের ক্ষেত্রফল হিসাব করতে চাই।

ট্রাপিজিয়াম আকারের কার্ডের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times (12.2 \text{ সেমি} + 8.6 \text{ সেমি}) \times 9.8 \text{ সেমি}$$

$$= \text{ } \text{ বর্গ সেমি. (নিজে হিসাব করি)}$$



34. যদি একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সেমি ও 4.7 সেমি এবং সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরত্ব 7 সেমি হয়, তবে ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

35. তথাক্রমে একটি রাস্তা আকারের কার্ড তৈরি করে দেওয়া হল। এই রাস্তা আকারের কার্ডের ক্ষেত্রফল হিসাব করে রাস্তা একটি সামান্তরিক

স্বল্প দিয়ে যোগ দেখছি, এই রাস্তার দৈর্ঘ্য সেমি এবং উচ্চতা সেমি

এই রাস্তার ক্ষেত্রফল $\text{ } \times \text{ } = \text{ } \text{ বর্গ সেমি.}$

অবশেষে রাস্তার ক্ষেত্রফল যোগ করে ক্রম যুক্ত করে রাস্তার দৈর্ঘ্য হিসাব করে চেষ্টা করি।
প্রথমে ছক কাগজে রাস্তাটি আঁকি।

ছক কাগজের প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সেমি

ছক কাগজে ছয় গুনে দেখছি রাস্তা ABCD এর ক্ষেত্রফল = বর্গ সেমি.



আমি জানি না কতটা ভাল চেষ্টা করি

ABCD বহুভুজের দুটি কর্ণ AC ও BD তিনলাই দ্বারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রমাণ: বহুভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখলিত করে

ABCD বহুভুজের AC ও BD কর্ণ দুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখলিত করেছে।

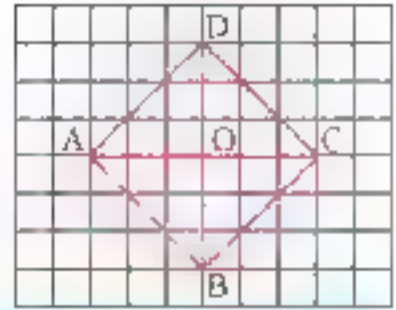
সুতরাং ABCD বহুভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \Delta ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল} + \Delta BCD \text{ এর ক্ষেত্রফল}$$

$$= \frac{1}{2} \times BD \times AO + \frac{1}{2} \times BD \times CO$$

$$= \frac{1}{2} \times BD \times (AO + CO) = \frac{1}{2} \times BD \times AC$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গুণফল}$$



বহুভুজ আকাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times \text{কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গুণফল}$$

সেহিঁচি ABCD বহুভুজের AC = ৬ সেমি. এবং BD = ৪ সেমি.

ABCD বহুভুজ আকাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

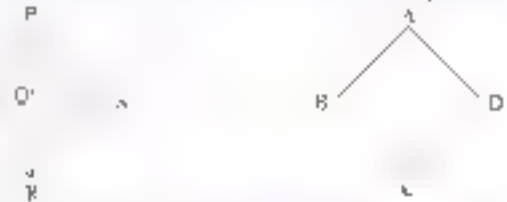
$$= \frac{1}{2} \times ৬ \times ৪ \text{ বর্গ সেমি} = ১২ \text{ বর্গ সেমি}$$

হাতেকলমে

আমি হাতেকলমে বহুভুজ আকাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল মাপার চেষ্টা করি

উপকরণ: পিচবোর্ড, বর্ডিন, আর্টপেনসিল, কণ্ঠি, অটো পেন ও পেনসিল

- ১) প্রথমে কাগজে ভাঁজ করে বা এঁকে একটি বর্ডিন কাগজে ABCD বহুভুজ এঁকে বহুভুজাকৃতি ক্ষেত্র কেটে নিলাম
- ২) এবার ট্রেসিং পেপারের সাহায্যে আর একটি একই মাপের অন্য বহুভুজের বহুভুজ PQRS এঁকে বহুভুজাকৃতি ক্ষেত্র কেটে নিলাম



- ৩) PQRS বহুভুজাকৃতি ক্ষেত্রের দুটি কর্ণ PR ও QS তিনলাই দ্বারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করল। কর্ণ বরাবর PQRS বহুভুজাকৃতি ক্ষেত্র কেটে ΔPOQ , ΔQOR , ΔROS এবং ΔPOS পেলাম

- ৪) একটি পিচবোর্ডে চিত্র-১ এর মতো আটকে দিলাম

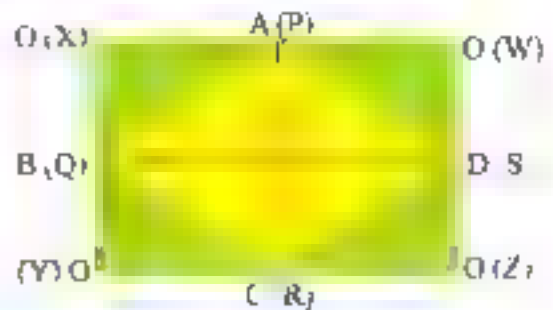
বহুভুজ ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times \text{আয়তক্ষেত্র XYZW}$$

$$= \frac{1}{2} \times XY \times YZ$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{বহুভুজের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গুণফল}$$



পেলাম

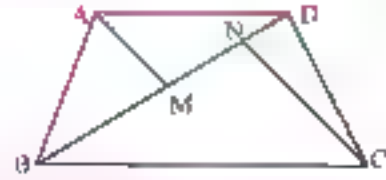
$$\text{বহুভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গুণফল}$$

চিত্র-১।

36. ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। একই সর BD কর্ণের দৈর্ঘ্য 1 সেমি। A ও C বিন্দু থাকে BD কর্ণের উপর দুটি লম্ব AM ও CN ট্রাপিজিয়াম BD-তে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করে। AM ও CN এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১ সেমি ও ২ সেমি। ABCD ট্রাপিজিয়াম হাকের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

ট্রাপিজিয়াম আকার ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned} &= \Delta ABD\text{-এর ক্ষেত্রফল} + \Delta BCD\text{-এর ক্ষেত্রফল} \\ &= \frac{1}{2} \times BD \times AM + \frac{1}{2} \times BD \times CN = \frac{1}{2} \times 1 \times (1 + 2) = \frac{3}{2} \text{ বর্গ সেমি} \end{aligned}$$



37. পরমাণুকারী ৬ টি সমান মাপের ত্রিভুজাকৃতি টুকরো সেনলরি করে একটি ছাতা তৈরি করেছেন। প্রতিটি ত্রিভুজাকৃতি টুকরোর তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৫০ সেমি, ২০ সেমি ও ২০ সেমি। ছাতা তৈরি করতে মোট কত পরিমাণ কাপড় লাগবে? এরমি হিসাব করে লিখ।

দেখি, প্রতিটি ত্রিভুজাকার টুকরো সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আকার ক্ষেত্র। যার সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ৫০ সেমি। এবং ভূমির দৈর্ঘ্য ২০ সেমি।

$$\text{প্রতিটি টুকরোর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 20 \times \sqrt{50^2 - \left(\frac{20}{2}\right)^2} \text{ বর্গ সেমি} = \frac{1}{2} \times 20 \times 48.99 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 10 \times 200\sqrt{6} \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 2000\sqrt{6} \text{ বর্গ সেমি}$$



ছাতা তৈরি করতে মোট $2000\sqrt{6}$ বর্গ সেমি পরিমাণ কাপড় লাগবে।

38. শাকিল একটি বহুস অকারের কার্ড তৈরি করেন যার কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৬ সেমি ও ৮ সেমি। হিসাব করে শাকিলের তৈরি বহুস অকারের কার্ডটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

39. যেনক একটি বহুস অকারের বহুস কার্ড তৈরি করেন যার কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ৪০ সেমি এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য ২৪ সেমি। কার্ডটির অন্য কর্ণের দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখ।

ABCD বহুসের পরিসীমা ৪০ সেমি

$$AB = \frac{80}{4} \text{ সেমি} = 20 \text{ সেমি}$$

যদি AC কর্ণ = ২৪ সেমি

$$AO = 12 \text{ সেমি}$$

$\angle AOB = 90^\circ$ যেহেতু বহুসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে লম্বভাবে সমদ্বিখণ্ডিত করে,

$$OB^2 + OA^2 = AB^2$$

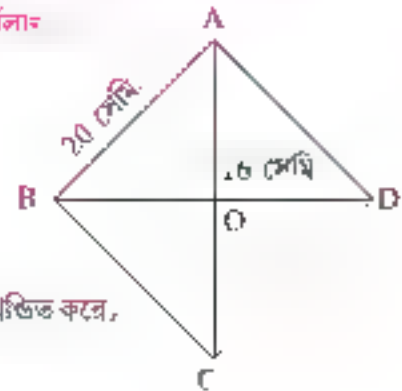
$$\text{সুতরাং } OB^2 = AB^2 - OA^2$$

$$\text{বা. } OB = \sqrt{20^2 - 12^2} \text{ সেমি}$$

$$\text{বা. } OB = 16 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$OB = 16 \text{ সেমি}$$

$$\text{সুতরাং } BD = 12 \times 2 \text{ সেমি} = 24 \text{ সেমি}$$

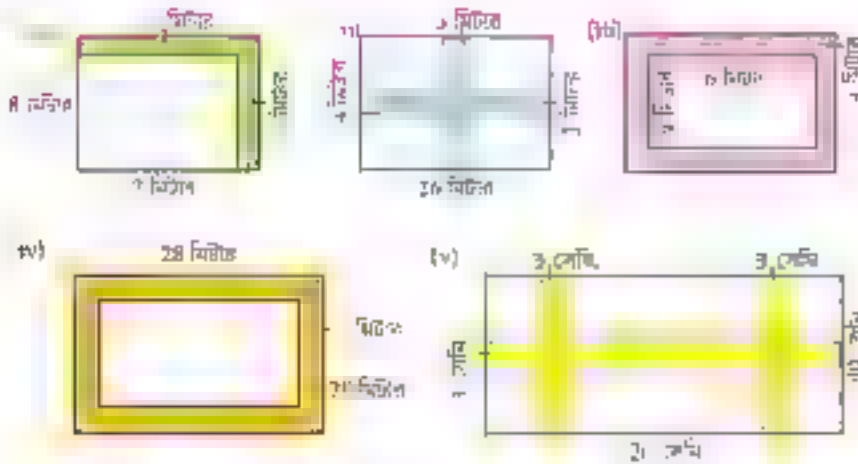


$$\text{বহুস ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 24 \times 16 \text{ বর্গ সেমি} = 192 \text{ বর্গ সেমি}$$





- আমি কামালদের বাড়ির স্থিতি দেখি ও উত্তর খুঁজি
 - কামালদের বাগানের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি
 - প্রতি বর্গমিটারে ৩০ টাকা হিসাবে কামালদের বাগানের ক্ষেত্রে মেসায়ত করতে কত খরচ হবে হিসাব করে লিখি
 - কামাল তার পড়ার ঘরের মোড়তে টালি বসাতে চলে যনি প্রতিটি টালি ২৫সেমি. x ২৫ সেমি. হয় তবে তার পড়ার ঘরের মোড়তে টালি বসাতে কতগুলি টালি লাগবে হিসাব করে লিখি।
- নীচের ছবি দেখি ও রঙিন অংশের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি



- বিরটি মহাভক্তি সঙ্ঘের অধিকারীর ঘাটের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত ৪ : ৩ ঘাটটির চারদিকে একবার হেঁটে এলে ৩৩৬ মিটার পথ অতিক্রম করা যায়। ঘাটের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি
- প্রতি বর্গ মিটারে ৩.৫০ টাকা হিসাবে সমরসেন একটি বর্গাকার জমি চাষ করতে খরচ হয় ১৪০০ টাকা প্রতি মিটারে ৪.৫০ টাকা হিসাবে সমরসেন ভূমিটির চারদিকে একটি উচ্চতার তারের বেড়া লাগাতে কত খরচ হবে হিসাব করি
- সুহাসনের আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল ৫০০ বর্গ মিটার জমিটির দৈর্ঘ্য ৩ মিটার কমালে এবং প্রস্থ ২ মিটার বাড়ালে জমিটি বর্গাকার হয় সুহাসনের জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ হিসাব করে লিখি
- আমাদের গ্রামে একটি বর্গাকার জমির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৩০০ মিটার এই বর্গাকার জমির চারদিকে একটি উচ্চতার ৩ ডেসিমিটার চওড়া দেয়াল নিয়ে ঘিরে হিসাব করে দেখি প্রতি ১০০ বর্গ মিটার জমিতে ২০০০ টাকা হিসাবে দেয়ালের জন্য কত খরচ লাগবে
- রোহানদের আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ১৪ মিটার এবং প্রস্থ ১২ মিটার বাগানটির ভিতরে চারদিকে সমান চওড়া একটি বাতাস তৈরি করতে প্রতি বর্গ মিটারে ২০ টাকা হিসাবে মোট ১৪০ টাকা খরচ হলে বাতাসটি কত চওড়া হিসাব করে লিখি।
- ২০০ বর্গ সেমি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য ৪০ সেমি হলে তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি



- 9 একটি হলঘরের দৈর্ঘ্য 4 মিটার, প্রস্থ 6 মিটার এবং উচ্চতা 4 মিটার। সবজিতে তিনটি স্তরভা আছে যাদের প্রত্যেকটি 1 মি. x 1 মি. এবং চারটি জানালা আছে যাদের প্রত্যেকটি 2 মি. x 1 মি. ঘরটির চার দেয়াল প্রতি বর্গ মিটারে 70 টাকা হিসাবে যদি 8 জানালা দিয়ে ঢাকতে কত খরচ হবে।
- 10 একটি ঘরের চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল 42 বর্গ মিটার এবং মোটের ক্ষেত্রফল 12 বর্গ মিটার। ঘরটির দৈর্ঘ্য 4 মিটার হলে, ঘরটির উচ্চতা হিসাব করে লিখি।
- 11 মৃগাতা 84 বর্গ সেমি ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি অষ্টভুজের কাপড়ে ছবি আঁকবে। কাপড়টির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অন্তর 9 সেমি। মৃগাতার কাপড়টির পরিসীমা হিসাব করি।
- 12 মিরাজমের বর্গাকার বাগানের বাইরের চারদিকে 2.5 মিটার চওড়া একটি বাঁধা আছে। বাঁধাটির ক্ষেত্রফল 169 বর্গ মিটার। বাগানের ক্ষেত্রফল এবং বাঁধার দৈর্ঘ্য হিসাব করি। $\sqrt{2} = 4.14$
- 13 যে বর্গাকার জমির কর্ণের দৈর্ঘ্য $20\sqrt{2}$ মিটার তাই চারদিকের পটিল দিয়ে ঘিরতে কত মিটার দৈর্ঘ্যের পটিল লাগে হবে। প্রত্যেক কবে 100 মি. প্রতি বর্গমিটার 20 টাকা হিসাবে খাস বসাতে কত খরচ হবে হিসাব করে লিখি।
- 14 আমাদের আয়তাকার বাগানের একটি কর্ণ বরাবর একটি বেড়া দেল। আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 12 মিটার ও 7 মিটার হলে বেড়ার দৈর্ঘ্য হিসাব করে দেখি। বেড়াটি আয়তাকার বাগানকে যে দুটি ত্রিভুজে ভাগ করবে তার পরিসীমা লিখি।
- 15 মৌসুমীর বাড়ির আয়তাকার বড় হলঘরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 5 এবং পরিসীমা 40 মিটার। মৌসুমীরা হলঘরের মেঝেতে 25 সেমি. x 25 সেমি আকারের আয়তাকার টালি বসাতে চায়। প্রতি 100 টালির দাম 900 টাকা হলে, মৌসুমীদের হলঘরের মেঝেতে টালি বসাতে কত খরচ হবে হিসাব করি।
- 16 18 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি বেড়া হলঘরের কর্ণেটি দিয়ে। মুক্তিতে 2160 টাকা খরচ হয়। যদি হলঘরের প্রস্থ 4 মিটার কম হতো তাহলে 1620 টাকা খরচ হতো। হলঘরের ক্ষেত্রফল হিসাব করি।
- 17 একটি আয়তাকার জমির কর্ণের দৈর্ঘ্য 5 মিটার এবং দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অন্তর 1 মিটার। জমিটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।
- 18 385 মিটার x 60 মিটার পরিমাপের একটি আয়তাকার চাতাল পালা করতে সর্বমুহু কত যাপের বর্গাকার টাইলস ব্যবহার করা যাবে এবং সেক্ষেত্রে টাইলসের সংখ্যা কত হবে হিসাব করি।

9 বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.)

- i. একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{2}$ সেমি। বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল
 - a) 288 বর্গ সেমি. b) 144 বর্গ সেমি. c) 72 বর্গ সেমি. d) 18 বর্গ সেমি.
- ii) যদি একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল A_1 বর্গ একক এবং ওই বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অধিকত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল A_2 বর্গ একক হয়, তাহলে A_1, A_2 হবে
 - a) 1, 2 b) 2, 1 c) 1, 4 d) 4
- iii) 6 মিটার দৈর্ঘ্য ও 4 মিটার চওড়া একটি আয়তাকার জায়গা 2 ডিমি বর্গ টালি দিয়ে ঠাণ্ডা হলে টালি লাগবে
 - (a) 1200 (b) 2400 c) 600 d) 1800
- iv) সমান পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র এবং একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে S এবং R হলে
 - (a) $S = R$ (b) $S > R$ (c) $S < R$



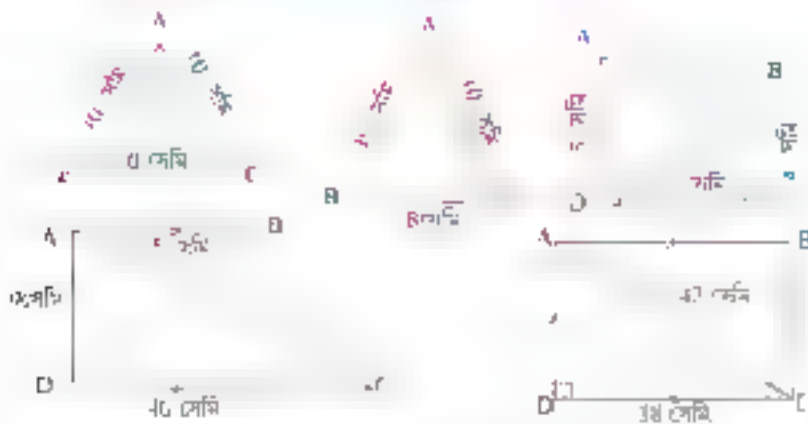
- v একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য ১০ সেমি এবং ক্ষেত্রফল ৬২.৫ বর্গ সেমি হলে আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সমষ্টি
(a) ১২ সেমি. (b) ১ সেমি. (c) ২০ সেমি. (d) ২১ সেমি

২০ সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

- একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য ১০% বৃদ্ধি করলে বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?
- ii) একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১০% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ ১০% হ্রাস করা হলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে?
- (iii) একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য ৫ সেমি. কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু থেকে আয়তক্ষেত্রের একটি প্রস্থের উপর দ্রষ্টব্য দৈর্ঘ্য ২ সেমি. আয়তক্ষেত্রের প্রস্থের দৈর্ঘ্য কত?
- iv) একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু থেকে তার যে কোনো বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{2}$ সেমি হলে বর্গক্ষেত্রটির প্রতিটি কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?
- v একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা ১৪ সেমি. এবং ক্ষেত্রফল ৬৫ বর্গ সেমি. আয়তক্ষেত্রের প্রতিটি কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

কবে সেমি—১৬.২

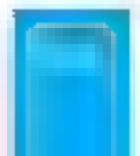
১. নিচের ছবিগুলির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি



২. কোনো সমবাহু ত্রিভুজের পবিসীমা ৪৪ সেমি. হলে, তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি
৩. ABC সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা $৫\sqrt{৩}$ সেমি. হলে, ত্রিভুজটির পবিসীমা ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি
৪. $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বটির প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ৫ সেমি এবং ভূমির দৈর্ঘ্য ৪ সেমি হলে $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি
৫. যদি কোনো সমবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য ১২ সেমি. এবং সমান বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ১০ সেমি হয় তবে এই সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি
৬. কোনো সমবাহু ত্রিভুজের পবিসীমা ৫৪৪ সেমি. এবং সমান বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ভূমির দৈর্ঘ্যের $\frac{৫}{৬}$ অংশ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি



- 7 একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{2}$ সেমি হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
- 8 দু'খণ্ড একটি সামান্তরিক একেছে যার কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সেমি ও 8 সেমি এবং কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু কোণগুলির প্রত্যেকটি 90° সামান্তরিকের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য লিখি ও সামান্তরিকটির বৈশিষ্ট্য লিখি।
- 9 আমাদের পাড়ার ত্রিভুজাকৃতি একটি পার্কের বাহুগুলির দৈর্ঘ্যের অনুপাত 2 : 3 : 4, পার্কটির পরিমাপ 2 : 6 মিটার।
 - (i) হিসাব করে পার্কটির ক্ষেত্রফল লিখি।
 - (ii) পার্কটির বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণিক বিন্দু থেকে ওই বাহুতে সোজাসুজি যেতে কত পথ হাঁটতে হবে হিসাব করে লিখি।
- 10 পহলমপুর গ্রামের ত্রিভুজাকৃতি মাঠের তিনদিকের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 26 মিটার, 28 মিটার ও 30 মিটার।
 - (i) প্রতি বর্গমিটারে 5 টাকা হিসাব ত্রিভুজাকৃতি মাঠ হাস লাগাতে মোট কত টাকা খরচ হবে হিসাব করে লিখি।
 - (ii) ওই ত্রিভুজাকৃতি মাঠে প্রবেশের গেট তৈরির জন্য 5 মিটার জায়গা ছেড়ে বাকি চারদিক বেড়া দিয়ে ঘিরতে প্রতি মিটার 1.8 টাকা হিসাবে মোট কত টাকা খরচ হবে হিসাব করে লিখি।
- 11 শাকিল একটি সমবাহু ত্রিভুজ PQR একেছে। আদি ওই সমবাহু ত্রিভুজের অন্তর্ভুক্ত কোনো বিন্দু থেকে ত্রিভুজের বাহুগুলির উপর তিনটি লম্ব অঙ্কন করেছে যাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 সেমি, 12 সেমি ও 8 সেমি। হিসাব করে ΔPQR -এর ক্ষেত্রফল লিখি।
- 12 একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 20 সেমি এবং ওই বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45° হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
- 13 একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 20 সেমি এবং ওই বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
- 14 একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিমাপ $\sqrt{2} + 1$ সেমি হলে ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
- 15 মারিলা দ্রুতায় 18 কিমি বেগে সাইকেল চালিয়ে 10 মিনিট একটি সমবাহু ত্রিভুজাকার মাঠের পরিমাপ বরাবর ঘুরে এল। ত্রিভুজটির একটি কোণিক বিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু পর্যন্ত সোজা যেতে মারিলায় কত সময় লাগবে হিসাব করে লিখি। ($\sqrt{3} \approx 1.732$)
- 16 একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার বৃদ্ধি করলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $\sqrt{3}$ বর্গমিটার বৃদ্ধি পায়। সমবাহু ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।
- 17 একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $\sqrt{3} : 2$ বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য 60 সেমি হলে সমবাহু ত্রিভুজটির পরিমাপ হিসাব করে লিখি।
- 18 একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য এবং পরিমাপ যথাক্রমে 12 সেমি এবং 90 সেমি, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।



- 19 একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ মূলস্থ বাহু দুটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১২ সেমি এবং ৯ সেমি। সমকোণীক লিনু থেকে অভিত্রুজের উপর লম্বের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি (৩ দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান)
- 20 ৩ সেমি, ৪ সেমি ও ৫ সেমি দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি সমকোণী ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র থেকে একটি সর্ববৃহৎ বর্গাকার ক্ষেত্র এমনভাবে কেটে নেওয়া হলো যাব একটি দীর্ঘবিন্দু ত্রিভুজটির অভিত্রুজের উপর অবস্থিত বর্গাকার ক্ষেত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি
- 21 বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.)
- i) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সেমি হলে ত্রিভুজটির উচ্চতাব পরিমাপ
 a) $4\sqrt{3}$ সেমি b) $16\sqrt{3}$ সেমি c) $8\sqrt{3}$ সেমি d) $2\sqrt{3}$ সেমি
- ii) একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যার সমান বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য a একক ত্রিভুজটির পরিসীমা
 (a) $(1 + \sqrt{2})a$ একক b) $(2 + \sqrt{2})a$ একক (c) $3a$ একক d) $(3 + 2\sqrt{2})a$ একক
- iii) একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, পরিসীমা এবং উচ্চতা যথাক্রমে a, b এবং h হলে $\frac{2a}{3h}$ এর মান
 (a) 1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$
- iv) একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ৬ সেমি এবং ভূমিক দৈর্ঘ্য ৫ সেমি। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল
 (a) ৪ বর্গ সেমি (b) ২ বর্গ সেমি (c) ১৫ বর্গ সেমি d) ৩০ বর্গ সেমি
- v) ABC ত্রিভুজের AC বাহুর উপর D এমন একটি বিন্দু যে $AD:DC = 3:2$ । ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৪০ বর্গসেমি, হলে BDC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
 (a) ৬ বর্গ সেমি (b) ২৪ বর্গ সেমি (c) ৩০ বর্গ সেমি d) ৩৬ বর্গ সেমি
- vi) একটি ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা থেকে প্রতিটির বাহুর দৈর্ঘ্যের অন্তর যথাক্রমে ৪ সেমি, ৭ সেমি ও ৭ সেমি। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল
 (a) $20\sqrt{7}$ বর্গ সেমি b) $10\sqrt{4}$ বর্গ সেমি (c) $20\sqrt{4}$ বর্গ সেমি d) ৪০ বর্গ সেমি

22. সংক্ষিপ্ত উত্তর ভিত্তিক প্রশ্ন

- i) একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতার সাংখ্যিকভাবে সমান। ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য কত?
- ii) একটি ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ত্রিগুণ করলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি হয়?
- iii) একটি ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ত্রিগুণ করলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি হয়?
- iv) একটি সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য $(x-2)$ সেমি, x সেমি এবং $(x+2)$ সেমি। ত্রিভুজটির অভিত্রুজের দৈর্ঘ্য কত?
- v) একটি সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতার উপর একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করা হলো। ত্রিভুজ ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?



করে দেখি—15.3

১. রাতুল একটি সামান্তরিক একেছে যার ভূমির দৈর্ঘ্য ৭ সেমি. এবং উচ্চতা 4 সেমি. রাতুলের আঁকা সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করি।
২. একটি সামান্তরিকের ভূমি তার উচ্চতার দ্বিগুন। যদি সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 98 বর্গ সেমি হয়, তাহলে সামান্তরিকটির দৈর্ঘ্য ও উচ্চতা ব পরিমাপ হিসাব করি।
৩. আমান্নুর বাড়ির পাশে একটি সামান্তরিক আকারের জমি আছে যাব সমিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 15 মিটার ও 3 মিটার। যদি এই জমির একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 14 মিটার হয়, তবে হিসাব করে সামান্তরিক আকারের জমির ক্ষেত্রফল লিখি।
৪. পূর্ণা একটি সমান্তরিক একেছে যার সমিহিত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য 25 সেমি. ও 5 সেমি. এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 20 সেমি.। হিসাব করে 25 সেমি. বাহুর উপর সামান্তরিকের উচ্চতার পরিমাপ লিখি।
৫. একটি সামান্তরিকের দুটি সমিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য 15 সেমি. ও 12 সেমি. ক্ষুদ্রতর বাহু দুটির দূরত্ব 7 ৭ সোম. হলে, বৃহত্তর বাহু দুটির দূরত্ব হিসাব করি।
৬. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের পরিমাপ 15 মিটার ও 20 মিটার হলে উহার পরিসীমা ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা হিসাব করে লিখি।
৭. একটি রম্বসের পরিসীমা 440 মিটার এবং সমান্তরাল বাহুদুটির মধ্যে দূরত্ব 22 মিটার হলে, রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
৮. যদি একটি রম্বসের পরিসীমা 20 সেমি এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 6 সেমি হয়, তবে ওই রম্বসের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
৯. একটি ট্র্যাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 400 বর্গ ডেসিমিটার। উহার সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যে লম্ব দূরত্ব 20 ডেসিমিটার এবং সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 1 হলে ওই বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।
১০. 8 সেমি বাহুবিশিষ্ট সুযম বড়চুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি। (সংকেত সুযম বড়চুজাকার কর্ণগুলি অঁকা হলে ছয়টি সর্বসম সমবাহু ত্রিভুজ পাব।)
১১. ABCD চতুর্ভুজের AB=5 মিটার, BC=12 মিটার, CD= 4 মিটার, DA= 5 মিটার এবং $\angle ABC = 90^\circ$ হলে, ABCD চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
১২. সাহিন ABCD একটি ট্র্যাপিজিয়াম একেছে, যাব BD কর্ণের দৈর্ঘ্য 11 সেমি এবং A ও C বিন্দু থেকে BD কর্ণের উপর দুটি লম্ব একেছে যাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সেমি. ও 1. সেমি. হিসাব করে ট্র্যাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল লিখি।
১৩. ABCDE একটি পঞ্চভুজ যার BC বাহুটি AD কর্ণের সমান্তরাল EP BC এর উপর লম্ব এবং EP AD কে Q বিন্দুতে ছেদ করেছে BC = 7 সেমি AD= 11 সেমি PE= 9 সেমি. এবং $PQ = \frac{4}{9} PE$ হলে ABCDE পঞ্চভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
১৪. একটি রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য ও একটি কর্ণক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং কর্ণক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $40\sqrt{2}$ সেমি। যদি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 4 হয় তাহলে রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।



15. একটি সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 10 সেমি. এবং সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সেমি. ও 17 সেমি. ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
16. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 19 সেমি. ও 9 সেমি. এবং তির্যক বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 8 সেমি. ও 6 সেমি. ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

17. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.)

- i. একটি সামান্তরিকের উচ্চতা ভূমির এক তৃতীয়াংশ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 192 বর্গসেমি. হলে, সামান্তরিকটির উচ্চতা
a) 4 সেমি. b) 8 সেমি. c) 16 সেমি. d) 24 সেমি.
- ii. একটি বৃত্তের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি. এবং একটি কোণের পরিমাপ 60° হলে, বৃত্তের আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
a. $9\sqrt{3}$ বর্গ সেমি. b. $8\sqrt{3}$ বর্গ সেমি. c. $36\sqrt{3}$ বর্গ সেমি. d. $6\sqrt{3}$ বর্গ সেমি.
- iii. একটি বৃত্তের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য অপন বর্গটির দৈর্ঘ্যের তিনগুণ যদি বৃত্তের আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 96 বর্গ সেমি হয়, তাহলে বড় কর্ণটির দৈর্ঘ্য
a, 8 সেমি. b) 12 সেমি c) 16 সেমি. d) 24 সেমি.
- iv. একটি বৃত্ত ও একটি বর্গক্ষেত্র একই ভূমির উপর অবস্থিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল x বর্গ একক এবং বৃত্তের আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল y বর্গ একক হলে.
a, $y > x^2$ b, $y < x^2$ c) $y = x^2$
- v. একটি ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 162 বর্গ সেমি এবং উচ্চতা 6 সেমি ট্রাপিজিয়ামটির একটি সমান্তরাল বাহুর দৈর্ঘ্য 23 সেমি হলে, অপর সমান্তরাল বাহুর দৈর্ঘ্য
a) 29 সেমি. b) 31 সেমি. c) 32 সেমি. d) 33 সেমি

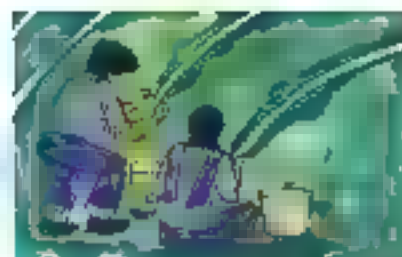
18. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

- i. ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 96 বর্গ সেমি. ও BD কর্ণের দৈর্ঘ্য 12 সেমি A বিন্দু থেকে BD কর্ণের উপর লম্বের দৈর্ঘ্য কত?
- ii. একটি সামান্তরিকের সম্বন্ধিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 5 সেমি. এবং 3 সেমি বৃহত্তর বাহুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব 2 সেমি হলে, ক্ষুদ্রতর বাহুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব কত?
- iii. একটি বৃত্তের উচ্চতা 4 সেমি. এবং বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি বৃত্তের আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?
- iv. একটি সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়ামের যেকোনো সমান্তরাল বাহু সংলগ্ন একটি কোণ 45° ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুর দৈর্ঘ্য 62 সেমি. হলে সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব কত?
- v. ABCD সামান্তরিকের AB = 4 সেমি BC = 6 সেমি এবং $\angle ABC = 30^\circ$ হলে ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?



16

বৃত্তের পরিধি (CIRCUMFERENCE OF CIRCLE)



সমুদ্রতীরে বা বন্য প্রাণীর চরাচর ভ্রমণ করে পানির খোঁজে যেমন আমরা পানির খোঁজে ঘুরে বেড়াই। তেমনি বৃত্তের পরিধি হল বৃত্তের চকতি। বৃত্তের পরিধি হল বৃত্তের চকতি। বৃত্তের পরিধি হল বৃত্তের চকতি।

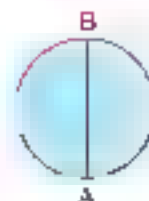
কিন্তু আমরা যদি এই ছোটো বৃত্তের প্রতিটি বৃত্ত বরাবর সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্যই জাহান করতাম তাহলে এই পথের দৈর্ঘ্য কীভাবে পাব। অর্থাৎ প্রতিটি বৃত্তের পরিধি কীভাবে মাপ। আমরা সন্ধ্যাে হাত বকলান বৃত্তাকার চাকতি তৈরি করে তার পরিধি কত জানার চেষ্টা করি।



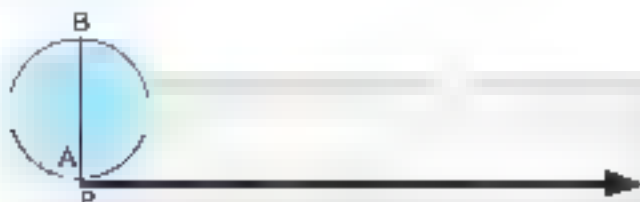
হাতেকলমে

আজ আমরা বকলান দুটি মোট কাগজের ছোটো বৃত্ত বৃত্তাকার চকতি তৈরি করেছি। এই বৃত্তাকার চকতিগুলির পরিধি জানার চেষ্টা করি।

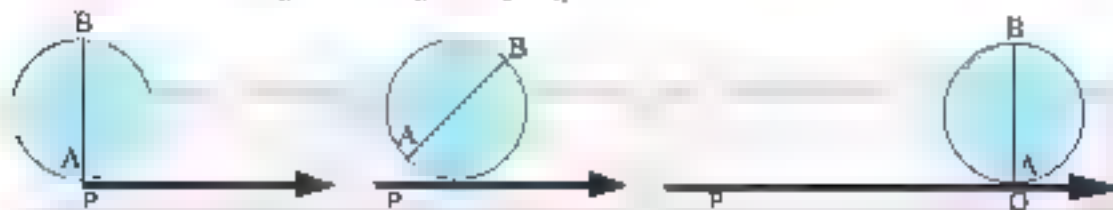
- প্রথমে দুটি বৃত্তাকার চকতি সমান দু'ভাঁজ করে একা দু'ভাঁজ খুলে একটি রেখাঙ্কিত ভাঁজ AB পেনায়ে এবং A বিন্দুতে একটি দাগ দিয়ে চিহ্নিত করলাম।
- এবার কাগজে একটি রশ্মি আঁকলাম যার প্রান্তবিন্দু P



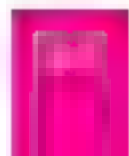
- এবার কাগজের উপর বৃত্তাকার চকতিটি এমনভাবে রাখলাম যাতে বৃত্তাকার চকতির A বিন্দু রশ্মির P বিন্দুর সঙ্গে যিশে থাকে।



- এবার বৃত্তাকার চকতিটিকে রশ্মি বরাবর সম্পূর্ণ একবার ঘোরালাম যাতে A বিন্দুটি পুনরায় রশ্মিকে স্পর্শ করে। ধরি চকতির A বিন্দুটি রশ্মিকে পুনরায় Q বিন্দুতে স্পর্শ করল।



PQ সবল রেখাংশের দৈর্ঘ্যই হল বৃত্তাকার চকতির পরিধি।



আমি মালা কাগজে রশ্মি একে একেইভাবে ওই বৃত্তাকার চাকতিটির পরিধি তিন-চারবার মেঝেতে
এবার ১টি বৃত্তাকার চাকতির ব্যাসার্ধ ও ব্যাসের দৈর্ঘ্য ও পরিধি জেনে নীচের ছকটি পূরণ করি।



বৃত্ত	ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য	ব্যাসের দৈর্ঘ্য	পরিধি	অনুপাত = $\frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাসের দৈর্ঘ্য}}$
১ নং	৭ সেমি	১৪ সেমি	৪৪ সেমি	$\frac{44}{14} = \frac{22}{7} \approx 3.14$
২ নং	১০.৫ সেমি	২১ সেমি	৬৬ সেমি	$\frac{66}{21} = \frac{22}{7} \approx 3.14$
৩ নং	৫ সেমি	১০ সেমি	৩১ সেমি	$\frac{31}{10} \approx 3.1$
৪ নং	৪ সেমি	৮ সেমি	৫০.৫ সেমি	$\frac{50.5}{16} \approx 3.16$
৫ নং	০ সেমি] সেমি	[সেমি	[] = []



বাকিপুলি গোলাকার চাকতির ভ্রূপ নিয়ে নিজে লিখি

দেখছি, প্রতিটি বৃত্তাকার চাকতির পরিধি ভাব ব্যাসের [] [২৩] গুণের দ্বারা কিছু বেশি

অর্থাৎ, উপরের ছক থেকে পাই প্রতিটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত একটি $\frac{22}{7}$ বা 3.14 । এই নির্দিষ্ট সংখ্যাটিকে π পাই তিহু দ্বারা লেখা হয় এবং $\pi \approx 3.14$ প্রায় ক [] (প্রায়)

এখন ধরি একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = r একক

সুতরাং, বৃত্তটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য = $2r$ একক

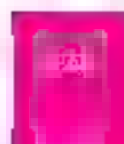
$$\frac{\text{বৃত্তের পরিধি}}{\text{ব্যাসের দৈর্ঘ্য}} = \pi$$

$$\text{বৃত্তের পরিধি} = \pi \times \text{ব্যাসের দৈর্ঘ্য} = \pi \times 2r \text{ একক} = 2\pi r \text{ একক}$$

যেখানে π এর মান $\frac{22}{7}$ বা 3.14 (প্রায়)

$$\text{বৃত্তের পরিধি} = \pi \times \text{ব্যাসের দৈর্ঘ্য} = 2 \times \pi \times \text{ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য}$$

১. বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য ২ সেমি তার পরিধি হিসাব করি।
বৃত্তের পরিধি = $\pi \times 2$ সেমি = 3.14×2 সেমি = [] সেমি।
২. দুটি বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৪ সেমি ও ১০ সেমি তাদের পরিধি হিসাব করে লিখি [নিজে করি]
৩. খেলার মাঠের একদিকে বৃত্তপূর্ণিত ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ৪ মিটার ৫ মিটার ৬ মিটার হলে সেই বৃত্তপূর্ণিত মাঠের সম্পূর্ণ একপাক দৌড়ান। প্রতিটি বৃত্তাকার পথের জন্য কতটা পথ দৌড়াতে হবে হিসাব করে লিখি।
যদি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ৪ মিটার হয় তাহলে পরিধি $2 \times \frac{22}{7} \times 4$ মিটার [] মিটার
বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ৫ মিটার হলে, ওই বৃত্ত সম্পূর্ণ একপাক দৌড়ালে ৪৪ মিটার দৌড়াতে হবে
যদি বৃত্তপূর্ণিতে সম্পূর্ণ একপাক দৌড়ান কতটা পথ দৌড়াতে হবে আমি হিসাব করে লিখি [নিজে করি]



4. জামি কোনা: বৃত্তাকার চাকতিরক যনি সমান দুটি ভাগে ভাগ করি তখন প্রাপ্তি ভাগের পরিসীমা কী হবে
 যদি একই হিসাব করে

যদি, বৃত্তাকার চাকতির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক

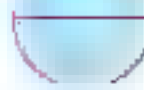
বৃত্তের পরিধি = একক

বৃত্তের অর্ধ পরিধি = $\frac{1}{2} \times 2\pi r$ একক = πr একক

বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য = একক

অর্ধবৃত্তাকার চাকতির পরিসীমা = $(\pi r + 2r)$ একক

অর্ধবৃত্তের পরিসীমা = $\pi r + 2r$



5. যে অর্ধবৃত্তাকার চাকতির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 0.5 সেমি তাহলে

পরিসীমা = $\pi \times 10.5 + 2 \times 10.5$ সেমি = সেমি। [নিজে করি]

6. যমু অর্ধবৃত্তাকার জামির চাবধান লড়া দিয়া গৈলাব যদি অর্ধবৃত্তাকার জামির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ৭ মিটার হয় তাহলে প্রতি মিটার ২২ টাকা হিসাব রাখুন জমির চাবধান লেডা দিয়া গৈলাব যেটি কত টাকা খরচ হবে হিসাব করে লিখি

যমুদের অর্ধবৃত্তাকার জমির পরিসীমা

= $\frac{22}{7} \times 7$ মিটার + মিটার = মিটার

জমির চাবধানে বেড়া দিতে খরচ হবে = \times টাকা = টাকা

7. খিড়ানল অর্ধবৃত্তাকার জমি লেডা দিয়া গৈলাব ৬২ মিটার লম্বা লাল প্রায়তন ব্যাসের লেডা দিলে জামির দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি

যদি, খিড়ানল অর্ধবৃত্তাকার জমির ব্যাসার্ধ r মিটার

অর্ধবৃত্তাকার জমির পরিসীমা = $\pi r + 2r$ মিটার = $\frac{22}{7} r + 2r$ মিটার

= $\frac{22r + 14r}{7}$ মিটার = $\frac{36r}{7}$ মিটার

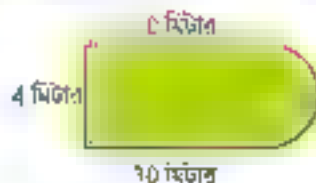
অত্যানুসারে, $\frac{36r}{7} = 162$

বা $r = \frac{162 \times 7}{36}$ $r =$

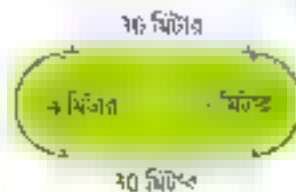
খিড়ানল জমির ব্যাসের দৈর্ঘ্য $2r$ মিটার মিটার

8. বাগের প্রান্তরটি জামির পরিসীমা লিখি

a)



b)



(a) জমির অর্ধবৃত্তাকার অংশের পরিসীমা $\pi \times$ ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য

= $\pi \times \frac{14}{2}$ মিটার

$\frac{22}{7} \times \frac{14}{2}$ মিটার ২২ মিটার

নির্ণেয় জমির পরিসীমা = ৩০ মিটার + ৪ মিটার + ৩০ মিটার + ২২ মিটার = মিটার

একইভাবে হিসাব করে দেখছি (b) জমির পরিসীমা = মিটার [নিজে করি]



- ৯ একটি হুপ্লিনের সামনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য ৭০ সেমি এবং পিছনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য ১৮৪ সেমি।
যে দূরত্ব অতিক্রম করতে সামনের চাকা দিয়ে গেল তাতেই সেই দূরত্ব অতিক্রম করতে পিছনের চাকা
কতবার ঘুরবে হিসাব করে লিখি।

হুপ্লিনের সামনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য ৭০ সেমি।

$$\text{ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য} = \frac{70}{2} \text{ সেমি.} = 35 \text{ সেমি}$$

১০ মিনিটের মধ্যে একটি ঘড়ির কাঁটার দৈর্ঘ্য ১০ সেমি। ১০ মিনিটের মধ্যে কাঁটার দৈর্ঘ্য ১০ সেমি।
একদল দু'জনের দৈর্ঘ্য ১০ সেমি।

$$\text{সামনের চাকার পরিধি} = 2 \times \pi \times 35 \text{ সেমি}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 35 \text{ সেমি.} = \boxed{\quad} \text{ সেমি}$$

$$\text{সামনের চাকা ১ বার ঘুরলে যায়} = 220 \text{ সেমি}$$

$$\text{সামনের চাকা ৬০০ বার ঘুরলে যায়} = 220 \times 600 \text{ সেমি}$$

১১ একটি ঘড়ির কাঁটার দৈর্ঘ্য ১০ সেমি। ১০ মিনিটের মধ্যে কাঁটার দৈর্ঘ্য ১০ সেমি।

$$\text{পিছনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য} = \boxed{\quad} \text{ সেমি}$$

$$\text{ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য} = \boxed{\quad} \text{ সেমি}$$

$$\text{পরিধি} = 2 \times \frac{22}{7} \times 84 \text{ সেমি.} = 44 \times 12 \text{ সেমি}$$

$$\text{পিছনের চাকা ঘুরবে} \frac{220 \times 600}{44 \times 2} \text{ বার} \boxed{\quad} \text{ বার}$$

যে দূরত্ব অতিক্রম করতে সামনের চাকা ৬০০ বার ঘুরবে, সেই দূরত্ব অতিক্রম করতে পিছনের চাকা ২৫০
বার ঘুরবে।

- ১০ যদি দু'জনের সামনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য ৮০ সেমি এবং পিছনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য ২২৪ সেমি
হয়, তাহলে যে দূরত্ব অতিক্রম করতে সামনের চাকা দিয়ে গেল তাতেই সেই দূরত্ব অতিক্রম করতে পিছনের
চাকা কতবার ঘুরবে হিসাব করে লিখি। [নিজেকে করি]

- ১১ আমরা হল দু'জনের পার্কের চত্বর। যি বা মাঝে চত্বর একটি পথ আছে। পথটির বাইরে হল শ্রুত পানির
বাগি। ঘড়ির এবং হিতাবন পাশের পথের ৪-৪ মিটার হলে পথটি কত চওড়া হিসাব করে লিখি।

যদি বাগানের পার্কের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য R মিটার এবং পার্কের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r মিটার।

সুতরাং পথটি (R - r) মিটার চওড়া।

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 2\pi R = 500$$

$$2\pi r = 478$$

$$2\pi R - 2\pi r = 500 - 478$$

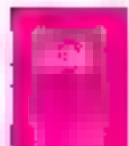
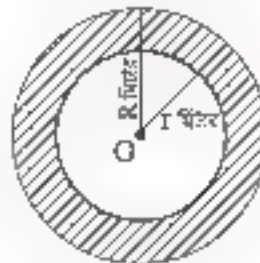
$$\text{বা, } 2\pi (R - r) = 22$$

$$\text{বা, } 2 \times \frac{22}{7} (R - r) = 22$$

$$\text{বা } R - r = \frac{22 \times 7}{2 \times 22}$$

$$R - r = 3.5$$

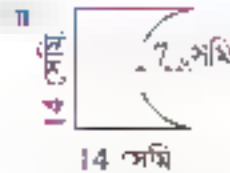
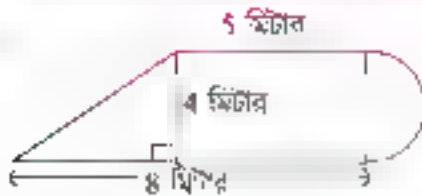
পথটি ৩.৫ মিটার চওড়া।



12. যদি বৃত্তাকার পার্শ্বীয় চক্রাকার দৈর্ঘ্য ২১ মিটার এবং বহিঃস্থ নিকল পরিধি ১৭ মিটার হয় তবে বাক্সটি কত চওড়া হিসাব করে লিখি নিজে কলি।

করে দেখি-১৬

1. নীচের ছবিগুলির পরিসীমা হিসাব করে লিখি



2. ২১ মিটার দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার ডাকের বি' তৈরি করতে কত লম্বা তার নেব হিসাব করে লিখি
3. একটি ট্রেনের চাকার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 0.35 মিটার। মিনিটে চাকাটি 450 বার ঘুরলে ট্রেনটির প্রতিবেশ ঘণ্টায় কত কিমি. হিসাব করে লিখি
4. আমোদপুর গ্রামের একটি বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 280 মিটার। চৈতালি প্রতি ঘণ্টায় 5.5 কিমি. বেগে হোটে মাঠটি পনিক্রমা করতে চায়। হিসাব করে দেখি মাঠটি একবার প্রদক্ষিণ করতে চৈতালির কত সময় লাগবে?
5. তথাকথিত একটি ডুমুর তার আয়তাকারে বেঁকিয়েছে যার দৈর্ঘ্য 18 সেমি. এবং প্রস্থ 15 সেমি. আমি এই তারের তারটি বেঁকিয়ে বৃত্ত তৈরি করলাম। হিসাব করে এই বৃত্তাকার তারের তারটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য লিখি
6. একটি অর্ধবৃত্তাকার মাঠের পরিসীমা 108 মিটার হলে মাঠের ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি
7. একটি চাকার পরিধি ৬ ব্যাসের দৈর্ঘ্যের ৭১ সেমি. হলে এই চাকার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি
8. 2.8 মিটার দৈর্ঘ্যের ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তাকার ট্রাকে পূজা ও তাকির একই জায়গা থেকে একই সময়ে প্রতিযোগিতা শুরু করে। পূজা যখন ৭ পাক ঘুরে প্রতিযোগিতা শেষ করে তাকির তখন এক পাক লিঙ্কনে থাকে। প্রতিযোগিতাটি কত মিনিটের ছিল এবং পূজা তাকিরকে কত মিটারে পরাজিত করেছে হিসাব করে লিখি
9. আমোদপুর পাড়ার একটি পাঁতকুয়ার পরিধি 440 সেমি। এই পাঁতকুয়ার চারপাশে সময়ে চওড়া একটি পাঁতকের পাড় আছে। যদি বেবসময়েত পাঁতকুয়ার পরিধি ৬1৬ সেমি হয় তবে পাঁতকের পাত কত চওড়া হিসাব করে লিখি
10. গ্রামের নিয়ামতচাঁদ একটি মোটরের চাকার সঙ্গে বেস্ট দিয়ে একটি মেশিনের চাকা যুক্ত করেছেন। মোটরের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য 14 সেমি এবং মেশিনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য 9.৬ সেমি। মোটরের চাকা যদি প্রতি সেকেন্ডে 27 বার ঘোরে তবে মেশিনের চাকা ঘণ্টায় কতবার ঘুরবে হিসাব করে লিখি
11. আমোদপুর গ্রামে গারের ঘড়িটির ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 8.4 সেমি. ও 14 সেমি। একদিনে প্রতিটি কাঁটা কতটা দূরত্ব অতিক্রম করেছে হিসাব করে লিখি:

সংকেত: ঘন্টার কাঁটা 12 ঘণ্টায় অতিক্রম করবে $2 \times \frac{22}{7} \times 8.4$ সেমি

মিনিটের কাঁটা ঘণ্টায় অতিক্রম করবে $= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$ সেমি

12. আমি ও বন্দু মিহির দুই দূর একেই যানের ব্যাসের দৈর্ঘ্যের অনুপাত হিসাব করে
- আমার আমোদপুর বৃত্তের পরিধির অনুপাত হয়

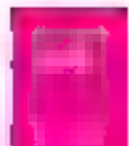
13. বহিঃস্থর একটি বৃত্তাকার মাঠের পূর্বাংশ এককোণ দ্বিভুজের যে সময় লাগে, ব্যাস বরাবর একপ্রান্ত থেকে অন্য একপ্রান্তে যেতে তার থেকে 40 সেকেন্ড কম সময় লাগে। বহিঃস্থর গতিবেগ 90 মিটার প্রতি মিনিট হলে মাঠের ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।
14. দুটি বৃত্তের পরিধির অনুপাত 2 : 3 এবং তাদের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অন্তর 2 সেমি। বৃত্ত দুটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।
15. 96 বর্গ সেমি ক্ষেত্রফলের একটি বর্গাকার পিঁতলের পাত থেকে চারটি সর্ববৃহৎ বৃত্তাকার পাত কেটে নেওয়া হলো। প্রতিটি বৃত্তাকার পাতের পরিধি হিসাব করে লিখি।
16. একটি বৃত্তাকার মাঠের বৃত্ত বরাবর একপ্রান্ত থেকে অন্যপ্রান্তে যেতে নাসিফার যে সময় লাগে, মাঠের ব্যাস বরাবর অতিক্রম করতে তার থেকে 45 সেকেন্ড সময় কম লাগে। নাসিফার গতিবেগ মিনিটে 80 মিটার হলে, মাঠটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।
17. মহিম সহিকেনে চেপে 7 মিটার 5 ডেসিমি চওড়া একটি বৃত্তাকার পথের বহিঃস্থর ও ভিতরের ধার বরাবর সম্পূর্ণ এককোণ দুভাবে যথাক্রমে 46 সেকেন্ড ও 44 সেকেন্ড সময়। ভিতরের ধার বরাবর বৃত্তটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করি।
18. একজন সহিকেনে আবার্হীণ একটি বৃত্তাকার পথে বহিঃস্থর ও ভিতরের ধার বরাবর সম্পূর্ণ এককোণ দুভাবে সময়ের অনুপাত 20 : 19 যদি পথটি 5 মিটার চওড়া হয়, তবে ভিতরের বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য লিখি।

19. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.,

- (i) একটি ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার গতিবেগের অনুপাত
 - a, 1 : 12 (b) 12 : 1 (c) 1 : 24 (d) 24 : 1
- (ii) একটি বৃত্তাকার পথ সম্পূর্ণ এককোণে অতিক্রম করতে সোমার $\frac{\pi}{100}$ মিনিট সময় লাগে। পথটি সোড়াসূড়ি ব্যাস বরাবর অতিক্রম করতে সোমার সময় লাগবে
 - a, $\frac{\pi}{200}$ মিনিট (b) $\frac{\pi}{100}$ মিনিট c, $\frac{\pi}{50}$ মিনিট d, $\frac{\pi}{200}$ মিনিট
- (iii) একটি বৃত্ত একটি বর্গক্ষেত্রে অন্তর্লিখিত। বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সেমি। হলে বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য
 - a, 10 সেমি (b) 5 সেমি c, 20 সেমি d) $10\sqrt{2}$ সেমি
- (iv) একটি বৃত্ত একটি বর্গক্ষেত্রে অন্তর্লিখিত। বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি। হলে বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য
 - a) $5\sqrt{2}$ সেমি (b) $0\sqrt{2}$ সেমি c 5 সেমি d' 0 সেমি.
- (v) একটি বৃত্তাকার বলয় 5 সেমি চওড়া বৃত্তের বহিঃব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ও অন্তঃব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অন্তর
 - a 5 সেমি, (b) 2 5 সেমি, c) 10 সেমি d. কোনোটিই নয়

20. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

- i) একটি অর্ধবৃত্তের পরিধীমা 36 সেমি হলে, অর্ধবৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য কত?
- ii) একটি ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য 7 সেমি। 90° কোণ ঘুরতে মিনিটের কাঁটা কত দৈর্ঘ্য ঘুরবে?
- iii) কোনো বর্গক্ষেত্রের অন্তর্লিখিত ও পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত কত?
- iv) একটি ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য 7 সেমি। 15 মিনিট কাঁটাটি কত দৈর্ঘ্য ঘুরবে?
- v) একটি বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য এবং একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হলে তাদের পরিসীমার অনুপাত কত?



17

সমবিন্দু সংক্রান্ত উপপাদ্য (THEOREMS ON CONCURENCY)

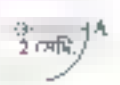
প্রতি বছরের শ্রুতো এবছরও আমাদের স্কুলে পরিবশ দিবস পালন করা হবে। এবছরে আমরা তিন ক্যেচি পরিবেশ সচেতনতার ছবিগুলি আলাদা আলাদা পিচবোর্ডে না বেখে একটি বাক্স পিচবোর্ডে আলাদা আলাদা করে দেব।



প্রথমে ছবি অনুযায়ী পিচবোর্ডটিকে কতকগুলি বৃত্তাকার ক্ষেত্রে ভাগ করার চেষ্টা করব। তাই আজ আমরা আমাদের স্কুলের ব্রাঞ্চবোর্ডে বিভিন্ন মাপের বৃত্ত আঁকান চেষ্টা করব। কিন্তু একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত আঁকার জন্য একটি নির্দিষ্ট কেন্দ্র ও একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ প্রয়োজন।



আমি প্রথমে ব্রাঞ্চবোর্ডে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু O কে কেন্দ্র করে 2 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ বৃত্ত পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে আঁকলাম।
সুখিতা কিন্তু বোর্ডে দুটি বিন্দু P ও Q আঁকল।
আমি P ও Q বিন্দুগামী একটি বৃত্ত আঁকার চেষ্টা করি যার ব্যাসের দৈর্ঘ্য PQ ।



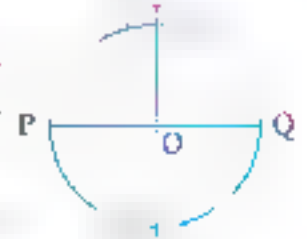
প্রথমে P ও Q যোগ করে PQ সরলরেখাংশ পেলাম।

এবার PQ সরলরেখাংশকে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে সমদ্বিখন্ডিত করে কেন্দ্র

O পেলাম। O -কে কেন্দ্র করে OP বা OQ দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত আঁকলাম।

যার একটি ব্যাস PQ ।

আমার বাক্সে চলল কিন্তু এবার বোর্ডে তিনটি অসমবাহু বিন্দু A , B ও C আঁকল।

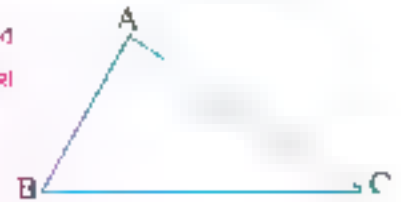


কিন্তু তিনটি অসম বাহুর সাহায্যে একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত কীভাবে পাব? অর্থাৎ একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত আঁকার চেষ্টা করি যা এই তিনটি অসমবাহু A , B ও C বিন্দুগামী।

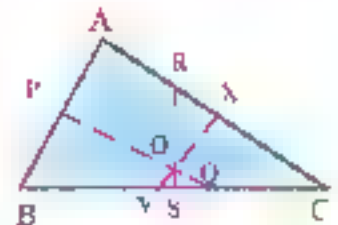
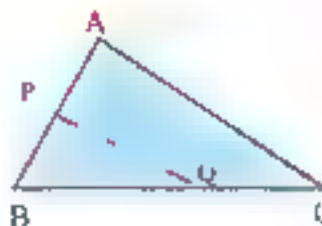
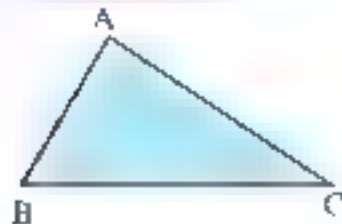
A , B , B , C ও C , A যোগ করে $\triangle ABC$ পেলাম।

একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত আঁকার যা $\triangle ABC$ এর শীর্ষবিন্দুগামী।

নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র পাওয়ার জন্য প্রথমে হাতেকলমে একটি বিন্দু নির্গছের চেষ্টা করব যা A , H ও থেকে সমদূরবর্তী।



হাতেকলমে



- 



417

১. (১, ও ১) থেকে পেনাম $OA = OC$

এবার $\triangle AFO$ এবং $\triangle CFO$ -এর মধ্যে

$$OA = OC$$

$$AF = CF \quad [\because F, AC \text{ বাহুর মধ্যবিন্দু}]$$

OF সাধারণ বাহু

$$\triangle AFO \cong \triangle CFO \quad [\text{সর্বসমতার S-S-S শর্তানুসারে}]$$

$$\angle AFO = \angle CFO \quad [\text{সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ}]$$

সেখি AC সরলরেখাংশের উপর OF দাঁড়ানো হওয়ার ফলে উপর সম্বিহিত কোণদুটি সমান।

OF AC বাহুর উপর লম্ব

সূত্রানু: $\triangle ABC$ -এর বাহুগুলির লম্বসম্বন্ধিত্বশুদ্ধক তিনটি সমবিন্দু

আমি এক বর তপস্যাংশ $\triangle ABC$ এর AC বাহুর মধ্যবিন্দু F না E ও O খাতি AF এর তপস্যাংশ

অঙ্কন কালে প্রমাণ করি যে লম্বটি A এর মধ্যবিন্দুগামী [নিজে খান]



নিজে করি-17.1

1. আমি PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি ও প্রমাণ করি যে PQ , QR ও RP -এর লম্ব সম্বন্ধিত্বশুদ্ধক তিনটি সমবিন্দু। এক্ষেত্রে $\triangle PQR$ এর পবিকেন্দ্রটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের কোথায় অবস্থিত [ভিতরে বাহিরে/বাহুর উপর] লিখি
2. আমি ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি ও বাহুগুলির লম্বসম্বন্ধিত্বশুদ্ধক তিনটি সমবিন্দু প্রমাণ করি $\triangle ABC$ এর পবিকেন্দ্রটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের কোথায় অবস্থিত [ভিতরে, বাহিরে বাহুর উপর] লিখি
- (৩) হীতা XYZ একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি। আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে $\triangle XYZ$ এর বাহুর লম্ব সম্বন্ধিত্বশুদ্ধক তিনটি সমবিন্দু এবং XYZ ত্রিভুজের পবিকেন্দ্রটির অবস্থান ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের কোথায় [ভিতরে/বাহিরে কোনো বাহুর উপর কোনো বিন্দুতে] লিখি

সমস্যা-১ একটি ত্রিভুজের দুটি ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টি বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গের সমানে হলে ত্রিভুজটি সমকোণী হয়।

যেমন, 3 সেমি, 4 সেমি ও 5 সেমি বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ কারণ $3^2 + 4^2 = 5^2$ এই ত্রিভুজের পবিকেন্দ্র অতিভুজের [] অবস্থিত [নিজে লিখি]

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5 সেমি হলে ত্রিভুজটির পবিকেন্দ্রের দৈর্ঘ্য কত হবে তা লিখি

যেহেতু সমকোণী ত্রিভুজের পবিকেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দুতে অবস্থিত তাই ত্রিভুজটির পবিকেন্দ্রের দৈর্ঘ্য $\frac{5}{2}$ সেমি = 2.5 সেমি।



একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5 সেমি হলে ত্রিভুজটির পবিকেন্দ্রের দৈর্ঘ্য কত হবে তা লিখি

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5 সেমি হলে ত্রিভুজটির পবিকেন্দ্রের দৈর্ঘ্য কত হবে তা লিখি

নিজে করি 17.2

- (১) একটি ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি, 8 সেমি ও 10 সেমি হলে ত্রিভুজটির পবিকেন্দ্রের দৈর্ঘ্য কত হবে তা লিখি
- (২) একটি সমকোণী ত্রিভুজের পবিকেন্দ্রের দৈর্ঘ্য 10 সেমি হলে ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত হবে তা লিখি



প্রয়োগ ১ $\triangle ABC$ ত্রিভুজের পরিবর্তন হল $\triangle BOC$ এবং $\angle BAC$ এর সম্পর্ক কী হতে পারে নির্ণয় করি।
প্রদত্ত $\triangle ABC$ ত্রিভুজের পরিবর্তন O

প্রমাণ করতে হবে যে $\angle BOC$ এবং $\angle BAC$ এর সম্পর্ক নির্ণয়

অঙ্কন A, O যুক্ত করে D বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করলাম

সুতরাং $\triangle AOB$ তে $AO=OB$ (একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ) $\angle OAB = \angle OBA$

বহিঃস্থ $\angle BOD = \angle OAB + \angle OBA = 2\angle OAB$ $\angle OAB = \angle OBA$

$\triangle AOC$ তে $OA=OC$ (একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ) $\angle OAC = \angle OCA$

বহিঃস্থ $\angle COD = \angle OAC + \angle OCA$

$$= 2\angle OAC \quad (\because \angle OAC = \angle OCA) \quad (2)$$

(1) ও (2) যোগ করে পাই,

$$\angle BOD + \angle COD = 2\angle OAB + 2\angle OAC$$

$$\text{বা, } \angle BOC = 2(\angle OAB + \angle OAC)$$

$$\angle BOC = 2\angle BAC$$

সুতরাং $\angle BOC = 2\angle BAC$ এর দ্বিগুণ



প্রয়োগ ২ $\triangle ABC$ ত্রিভুজের $\angle ABC = 85^\circ$ $\angle ACB = 75^\circ$ হলে $\angle BOC$ এবং $\angle BAC$ এর পরিমাপ কত জা নির্ণয়

$$\angle BAC = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB)$$

$$= 180^\circ - (85^\circ + 75^\circ) = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

$$\angle BOC = 2\angle BAC$$

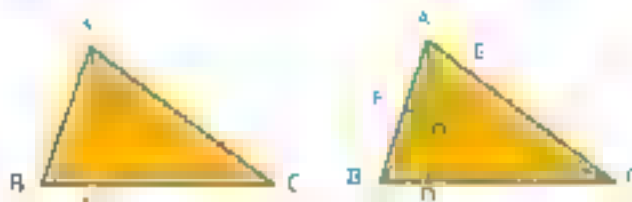
$$\angle BOC = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$$

$$\angle OBC = \angle OCB \quad (\because OB = OC)$$

$$\angle OBC = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

কাজে মনে রাখা যে ত্রিভুজের কোনো একটি বিন্দুতে যেমন তিনটি লম্বা বাহুর উপর লম্বা টানি তখন সেই বিন্দুটি ত্রিভুজের কেন্দ্রবিন্দু হতে পারে।

হাতেকলমে



১) প্রথমে যে কোনো একটি ত্রিভুজ ABC আঁকলাম ও ত্রিভুজের বাহুগুলি কেটে নিলাম

২) এবার A শীর্ষবিন্দু বরাবর BC বাহুকে এমনভাবে ভাঁজ করলাম যাতে B বিন্দুটি BC বাহুর ওপর থাকে এবং C বিন্দু উপরে থাকে ভাঁজ খুলে AD সরলরেখাংশে পেলাম অর্থাৎ হাতেকলমে A বিন্দু থেকে BC -এর উপর লম্ব AD পেলাম

৩) একইভাবে কাগজ ভাঁজ করে B ও C শীর্ষবিন্দু থেকে যথাক্রমে AC ও AB -এর উপর দুটি লম্ব BE ও CF পেলাম

দেখছি, AD , BE ও CF লম্ব তিনটি লম্বের O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে





আমি এখন যেন কোনো একটি ত্রিভুজ PQR আঁকুন করলাম, হ্যাঁ একলাই কাগজ ছাঁটান
যাওয়া ΔPQR এর শীর্ষবিন্দু P ও R থেকে যথাক্রমে লম্বাঙ্কিত বাহু QR , RP ও PQ এর
উপর তিনটি লম্ব পেলোম

সেখানি এই লম্ব তিনটি সমবিন্দু [নিজে করি]

উপসংহা ২৪ 'আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে 'একজোব শীর্ষবিন্দু হওয়া বিশেষীকৃত ত্রিভুজের উপর অঙ্কিত
লম্ব তিনটি সমবিন্দু'

প্রদত্ত যদি ΔABC এর শীর্ষবিন্দু A , B ও C থেকে বিপরীত বাহু BC , CA ও AB এর উপর অঙ্কিত
লম্ব তিনটি যথাক্রমে AD , BE ও CF

প্রমাণ করতে হবে যে AD , BE ও CF সমবিন্দু

অঙ্কন A , B ও C বিন্দু দিয়ে যথাক্রমে BC , CA ও AB বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা আঁকুন করলাম যা'র
পরস্পরকে যথাক্রমে P , Q ও R বিন্দুতে ছেদ করল। সূত্রানু, একটি ত্রিভুজ PQR প্রতিষ্ঠা হলো

প্রমাণ অঙ্কনানুসারে, $APBC$, $ABCR$ ও
 $ABQC$ প্রত্যেকেই সামান্তরিক

সামান্তরিক $APBC$ ও সামান্তরিক $ABCR$ থেকে পাই

$$AP = BC \text{ এবং } AR = BC$$

$$AP = AR$$

অর্থাৎ, PR বাহুর সমবিন্দু A

একইভাবে পাই B ও C যথাক্রমে PQ ও QR এর সমবিন্দু

আবার $PR \perp BC$ [অঙ্কনানুসারে] এবং $AD \perp BC$

$$AD \perp PR \quad (\because PR \perp BC \text{ এবং } AD \perp BC \text{ তাহলে } \angle ADC + \angle DAR = 180^\circ)$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ \quad \angle DAR = 90^\circ$$

একইভাবে পাই, $BE \perp PQ$ এবং $CF \perp QR$

পেলাই AD , BE ও CF যথাক্রমে ΔPQR এর PR , PQ ও QR বাহু তিনটির লম্বসমবিন্দু

একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটির লম্বসমবিন্দুসকলই সমবিন্দু।

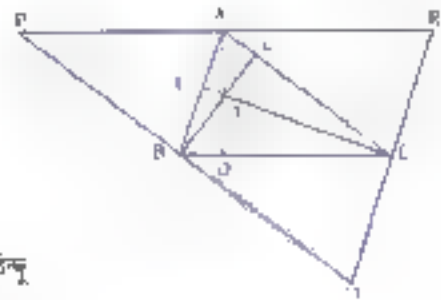
সুতরাং, AD , BE ও CF সমবিন্দু

ΔABC ত্রিভুজের A , B ও C বিন্দু থেকে বিপরীত বাহুগুলি BC , CA এবং AB বাহু তিনটির উপর
লম্বগুলি সমবিন্দু [প্রমাণিত]

১৯৩৬ খ্রিষ্টাব্দে প্রমাণিত হওয়া বিশেষীকৃত ত্রিভুজের উপর অঙ্কিত লম্ব তিনটি একটি
বিন্দুতে মিলিত হয়েছে

এই সাধারণ বিন্দুকে বী' বলা হয়।

অঙ্কিত লম্বগুলি যে বিন্দুতে মিলিত হয় সেই বিন্দুকে 'লম্বসমবিন্দু' বলা হয়



O Δ ABC এর লম্বিন্দু

ABC ত্রিভুজের D, E, F বিন্দুগুলি পরস্পর হ্রস্ব করবে যে DEF ত্রিভুজটি পাওয়া যায় সেই ত্রিভুজটিকে পার ত্রিভুজ (Pedal Triangle) বলে।



প্রদেয়ঃ ১) ABC ত্রিভুজের লম্বিন্দু, ২) $\angle BOM = 40^\circ$ হলে $\angle BAC$ এর পরিমাপ কত তা লিখি

AFOE চতুর্ভুজের $\angle OFA = 90^\circ$ $\angle OEA = 90^\circ$

$\angle BOC =$ বিপরীত $\angle EOF$ $\angle EOF = 80^\circ$

$\angle BAC = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 80^\circ) = 360^\circ - 260^\circ = 100^\circ$

(চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি 360°)



১১. এক ত্রিভুজের তিন লম্বিন্দুকে যুক্ত করলে যে ত্রিভুজ পাওয়া যায় সেটি একটি উদ্ভূত ত্রিভুজ। ইহা লম্বিত্রিভুজ নামক ত্রিভুজের একটি বিশেষ ক্ষেত্র। এর লম্বিন্দু তিনটি সমবিন্দু। ত্রিভুজের লম্বিন্দু নামক

এটি একটি সুস্বাক্ষরিত একটি সমকোণী ও একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ। অর্থাৎ ও প্রতিশব্দে প্রমাণ করিয়ে নীচবিন্দু থেকে লম্বিন্দু বাহুর উপর আঁকলে লম্বগুলি সমানতদু প্রাপ্ত হবে। এ নাম লম্বিন্দু ত্রিভুজের অধ্যয়ন অবস্থিত [নিজে করি]

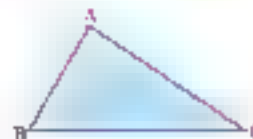
১২. ত্রিভুজের তিন লম্বিন্দুকে যুক্ত করলে যে ত্রিভুজ পাওয়া যায় সেটি একটি উদ্ভূত ত্রিভুজ। ইহা লম্বিত্রিভুজ নামক ত্রিভুজের একটি বিশেষ ক্ষেত্র। এর লম্বিন্দু তিনটি সমবিন্দু। ত্রিভুজের লম্বিন্দু নামক

আমিও ক্রমান্বয়ে একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্র ABC নিয়ে হাতে কলমে কাগজ ভাঁজ করে $\angle A$, $\angle B$ ও $\angle C$ এর অন্তর্সম্বন্ধিতক পাওয়াব ত্রিভুজ করি ও ভাঁজ করি।



(হাতে কলমে)

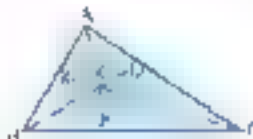
১) প্রথমে যে কোনো একটি ত্রিভুজ ABC আঁকলাম ও একটি নিয়ে ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্র পেলাম



২) এবার $\angle BAC$ এর অন্তর্সম্বন্ধিতক হাতে কলমে পাওয়াব কল্পে $\angle BAC$ শীর্ষবিন্দু বরাবর $\angle BAC$ কে এমনভাবে ভাঁজ করলাম যাতে AB বাহু AC বাহুর উপর মিলে যায়। ভাঁজ খুলে $\angle BAC$ এর অন্তর্সম্বন্ধিতক AP পেলাম।



৩) একইভাবে কাগজ ভাঁজ করে হাতে কলমে $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর অন্তর্সম্বন্ধিতক দুটি যথাক্রমে BQ ও CR নির্ণয় করলাম



দেখছি Δ ABC এর $\angle A$, $\angle B$ ও $\angle C$ এর অন্তর্সম্বন্ধিতক যথাক্রমে AP, BQ ও CR পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে

১৩. এক ত্রিভুজের তিন লম্বিন্দুকে যুক্ত করলে যে ত্রিভুজ পাওয়া যায় সেটি একটি উদ্ভূত ত্রিভুজ। ইহা লম্বিত্রিভুজ নামক

এটি একটি সুস্বাক্ষরিত একটি সমকোণী ও একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ। অর্থাৎ ও প্রতিশব্দে প্রমাণ করিয়ে নীচবিন্দু থেকে লম্বিন্দু বাহুর উপর আঁকলে লম্বগুলি সমানতদু প্রাপ্ত হবে। এ নাম লম্বিন্দু ত্রিভুজের অধ্যয়ন অবস্থিত [নিজে করি]



যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি.

উপপাদ্য ২৭ ত্রিভুজের কোণগুলির অন্তঃসম্বন্ধিত্বকৃত তিনটি সমবিন্দু

ধরি, $\triangle ABC$ একটি ত্রিভুজ মনে করি. $\angle B$ ও $\angle C$ -এর অন্তঃসম্বন্ধিত্বকৃত দুটি সরাস্পর্শক O বিন্দুতে ছেদ করেছে. A, O যোগ করলাম।

প্রমাণ করতে হবে যে $\angle A, \angle B, \angle C$ এর অন্তঃসম্বন্ধিত্বকৃত তিনটি সমবিন্দু অর্থাৎ $AO, \angle BAC$ এর অন্তঃসম্বন্ধিত্বকৃত প্রমাণ করলেই প্রমাণিত হবে ত্রিভুজের তিনটি কোণের অন্তঃসম্বন্ধিত্বকৃত তিনটি সমবিন্দু

অঙ্কন $OP \perp AB, OQ \perp BC$ এবং $OR \perp AC$ অঙ্কন করলাম

প্রমাণ $\triangle BOQ$ ও $\triangle BOP$ -এর মধ্যে,

$\angle OBQ = \angle OBP$ [যেহেতু $BO, \angle B$ এর অন্তঃসম্বন্ধিত্বকৃত]

$\angle OQB = \angle OPB$ [প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ]

এবং BO সাধারণ বাহু

$\triangle BOQ \cong \triangle BOP$ [সর্বসমতার A-A-S শর্তানুসারে]

সুতরাং $OQ = OP$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু] (i)

একইভাবে প্রমাণ করতে পারি যে, $\triangle COQ \cong \triangle COR$

$OQ = OR$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু] (ii)

(i) নং ও (ii) নং থেকে পাই, $OP = OR$ (iii)

এবার সমকোণী ত্রিভুজ $\triangle APO$ ও $\triangle ARO$ -এর মধ্যে

$\angle OPA = \angle ORA$ [প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ]

অতিভুজ AO সাধারণ বাহু

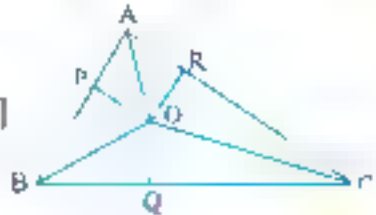
$OP = OR$ [(iii) নং থেকে পাই]

$\triangle APO \cong \triangle ARO$ [সর্বসমতার R-H-S শর্তানুসারে]

সুতরাং $\angle PAO = \angle RAO$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ]

$AO, \angle A$ এর সম্বন্ধিত্বকৃত

$\triangle ABC$ এর কোণগুলির অন্তঃসম্বন্ধিত্বকৃত তিনটি সমবিন্দু [প্রমাণিত]



এখন বৃত্ত আঁকি। কেন্দ্র O-তে এবং ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য OP-এর সমান। বৃত্তটি AB, BC, AC কে P, Q, R বিন্দুতে ছেদ করবে।

এই বৃত্তকে কী বলা হয়?

O কে কেন্দ্র করে OP -এর সমান ব্যাসার্ধের বৃত্ত নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তটিকে $\triangle ABC$ এর অন্তঃবৃত্ত বলা হয়। OP কে অন্তঃব্যাসার্ধ এবং বৃত্তের কেন্দ্র O -কে অন্তঃকেন্দ্র বলা হয়।



আমি মজারকণী, সমকোণী ও মৃদালকোণী ত্রিভুজ অর্থাৎ ত্রিভুজের কোণগুলির অন্তঃসম্বন্ধিত্বকৃত তিনটি সমবিন্দু অঙ্কন করে দেখিয়েছি। [নিজে করি]



আমি একটি মূলক নং ত্রিভুজ PQR তীরে ও ΔPQR এর কোণগুলির অন্তঃসম্বন্ধিত্বকর্তৃক সমবিন্দু হু ও নিয়ে প্রমাণ করি [নিক্ষেপ করি]

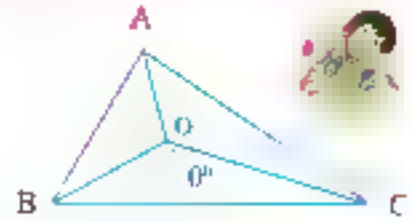
প্রমাণ : ১. ΔABC এর জল ও অত্র কোণে $\angle BOC = 10^\circ$ হলে $\angle BAC$ এর পরিমাণ কত? এটি ΔOBC -তে $\angle OBC + \angle OCB + \angle BOC = 180^\circ$

$$\text{বা. } \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ - 10^\circ = 70^\circ$$

$$\text{বা. } 2\angle OBC + 2\angle OCB = 140^\circ$$

$$\angle ABC + \angle ACB = 40^\circ$$

$$\text{সুতরাং, } \angle BAC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

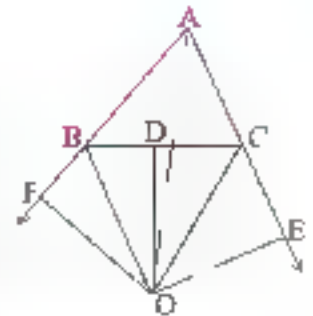


প্রস্তাবনা ১. প্রমাণ করি যে একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের বহিঃসম্বন্ধিত্বক এবং একটি কোণের অন্তঃসম্বন্ধিত্বক সমবিন্দু

ΔABC ত্রিভুজের $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর বহিঃসম্বন্ধিত্বক যথাক্রমে $\angle BOC$

এবং $\angle COA$, O বিন্দুতে ছেদ করেছে A, O যুক্ত করি

প্রমাণ করিতে হইবে যে $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর বহিঃসম্বন্ধিত্বক এবং $\angle BAC$ এর অন্তঃসম্বন্ধিত্বক তিনটি সমবিন্দু অর্থাৎ AO , $\angle BAC$ এর অন্তঃসম্বন্ধিত্বক প্রমাণ করিতেই প্রমাণিত হবে যে একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের বহিঃসম্বন্ধিত্বক এবং একটি কোণের অন্তঃসম্বন্ধিত্বক সমবিন্দু



অঙ্কন O বিন্দু থেকে BC , বর্ধিত AB এবং বর্ধিত AC বাহুর উপর যথাক্রমে OD , OF এবং OE লম্ব অঙ্কন করি

প্রমাণ ΔBOD ও ΔBOF এর মধ্যে

$$\angle OBD = \angle OBF \quad [BO, \angle FBD\text{-এর সম্বন্ধিত্বক}]$$

$$\angle ODB = \angle OFB \quad [প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ]$$

OB সাধারণ বাহু

$$\Delta BOD \cong \Delta BOF \quad [A-A-S \text{ সর্বসমতার শর্তানুসারে}]$$

$$OD = OF$$

$$\text{অনুরূপে } \Delta OCD \cong \Delta OCE$$

$$OD = OF \quad \text{সুতরাং, } OF = OF$$

সমকোণী ΔAOE ও ΔAOF এর মধ্যে

$$\angle AEO = \angle AFO$$

প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ]

অতিভুজ AO সাধারণ বাহু

$$OE = OF$$

$$\Delta AOE \cong \Delta AOF \quad [R.H.S \text{ সর্বসমতার শর্তানুসারে}]$$

$$\text{সুতরাং, } \angle OAE = \angle OAF \quad AO, \angle BAC \text{ এর অন্তঃসম্বন্ধিত্বক}$$

একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের বহিঃসম্বন্ধিত্বক এবং একটি কোণের অন্তঃসম্বন্ধিত্বক সমবিন্দু



যাহেহু $(0) = (0) = (0)$ সুতরাং (0) হিন্দুর কেন্দ্র বিন্দু

[illegible]

१ दिव्य मित्र यादव

এই ঘটনের লুককে কি বোঝায়?

এই ধরনের বৃত্তকে **বর্ধিত বৃত্ত** বলে। OD, OE, OF -কে **বর্ধিত বৃত্ত** নামে বলে। O -কে **বর্ধিত কেন্দ্র** বলে।

একটি জিজ্ঞাস্য কটি বহিঃকল্প ও বহিবৃত্ত পাওয়া য়ান। নিম্নে লিখি।



একটি প্রিজমকালাকৃতির কণুণি দ্বন্দ্ব প্রিজমের বহুগুলি (ধাক মনুষ্যের) তা নিকট স্থিতি

আমরা হাতেকন্ডমে ও যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করে জিজ্ঞাসার কী কী ধর্ম জানতে পেরেছি নিম্নে।

- ১১) ত্রিভুজের কোণগুলির অন্তঃসম্বন্ধসূত্রক তিনটি সমাধা কর।

विंशति लिङ्गद्वयस्य चतुष्टया त्रिभुजस्य च अथविंशति रूपाः ।

इति श्रीकल्याण स्वामीजी महाराज कृत शार्ङ्ग मणि

ଆମର ସମସ୍ତ ସ୍ତମ୍ଭ

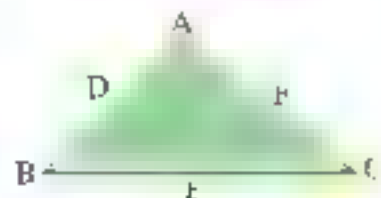
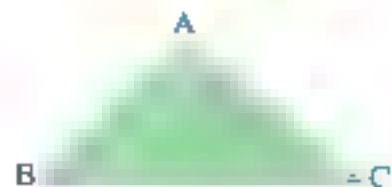
প্রথমে যে কোনো একটি ত্রিভুজ ABC একে কেটে নিয়ে ABC ত্রিভুজটির ক্ষেত্র পেনাম

এবার ΔABC এর AB বাহুকে এমনভাবে ভাঁজ করলাম যাকে A বিন্দু B বিন্দুর সঙ্গে মিলে যায় এবং ভাঁজ বৃত্তে AB বাহুর মধ্যবিন্দু D পেলাম। একইভাবে কালজ ভাঁজ করে ΔABC -এর BC ও CA বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F পেলাম।

১১. একাধিক কংজ ভাঁজ করে AE, BF ও CD মধ্যমা পেলান
লেখছি, ΔABC এর AE, BF ও CD মধ্যমা তিনটি পরস্পর O
বিন্দুতে মিলিত হয়েছে

[illegible]

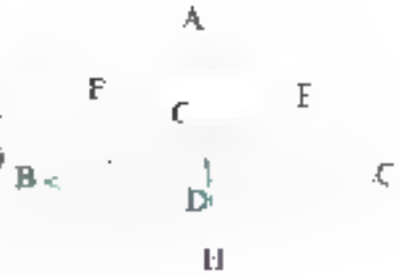
ଆମି ଏବଂ ଯା କୋରା' ଟକଟି ଏଡ଼ୁଆ PCR ଫଳକ କାଟି ନିଉରୋ PCR ଏଡ଼ୁଆ କରନ୍ତି ।
 କିନ୍ତୁ 'ମଜାସ' ଏକାନ୍ତ ସ୍ଥାନରେ କାମ କରନ୍ତି ଯେଉଁଠି କାମ ହୋଇ ନାହିଁ କହି ଯେ ଏହା PCR ଏବଂ ସମସ୍ତ
 ଗୁଣାଟି ସମ୍ପାଦିତ । ନିଜେ କରନ୍ତି ।



শ্রুতি দিয়ে প্রমাণ করি

উপাদান 10 ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু

ধরি $\triangle ABC$ এবং BE ও CF মধ্যমা দুটি G বিন্দুতে ছেদ করেছে। A থেকে G যুক্ত করে বর্ধিত করা হলো। বর্ধিত AG , BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে।



প্রমাণ করাত হলে যে ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু

অর্থাৎ D , BC বাহুর মধ্যবিন্দু প্রমাণ করলেই প্রমাণিত হবে যে, ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু

অঙ্কন AD কে H বিন্দু পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করা হলো যেন $AG = GH$ হয়। B , H এবং C , H যোগ করলাম।

প্রমাণ $\triangle ABH$ এর AB বাহুর মধ্যবিন্দু F

[প্রদত্ত]

AH বাহুর মধ্যবিন্দু G

[অঙ্কনানুসারে]

$FG \parallel BH$

[ত্রিভুজের দুটি বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোগ্যক সরাসরেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল।]

সুতরাং $GC \parallel BH$

আবার একইভাবে $\triangle ACH$ এর AC বাহুর মধ্যবিন্দু E [প্রদত্ত]

এবং AH বাহুর মধ্যবিন্দু G [অঙ্কনানুসারে]

$GE \parallel HC$ অর্থাৎ $BG \parallel HC$

সেলাই $BGCH$ চতুর্ভুজের $GC \parallel BH$ এবং $BG \parallel HC$

$BGCH$ একটি সামান্তরিক যাব কারণ $BC \parallel GH$

D , BC এর মধ্যবিন্দু " সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সুতরাং ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু [প্রমাণিত]

মন্তব্য: "ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু" প্রমাণের জন্য আমরা $\triangle ABC$ এর BE ও CF মধ্যমা দুটি G বিন্দুতে ছেদ করেছে। A থেকে G যুক্ত করে বর্ধিত করা হলো। বর্ধিত AG , BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। D , BC এর মধ্যবিন্দু " সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

এইভাবেও উপাদানটি প্রমাণ করাও পারি [নির্ভর করে]

কিন্তু D বাহুর BC ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি মিলিত হয়। D বিন্দুতে BE ও CF মধ্যমা দুটি মিলিত হয়। D বিন্দুতে ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি মিলিত হয়েছে তাকে **ভরসংকট বিন্দু** বলা হয়।



সিদ্ধান্ত: AD ও BE AD ও BE এর মধ্যস্থ G বিন্দুতে ছেদ করে থাকে।

G ΔABC এর ভরকেন্দ্র

কিন্তু ভরকেন্দ্র G AD মধ্যমাকে $2:1$ অনুপাতে বিভক্ত করে। অর্থাৎ $AG = 2GD$ কী হবে হিসাব করে দেখি।



$BGCH$ সামান্তরিকের BC ও GH কর্ণ দুটি পরস্পরকে D বিন্দুতে সমদ্বিভক্তিত করেছে।

$$GD = \frac{1}{2} GH \quad \text{সুতরাং} \quad GH = 2GD$$

অঙ্কনানুসারে, $AG = GH$ $AG = 2GD$

$$\text{সুতরাং} \quad \frac{AG}{GD} = \frac{2}{1} \quad AG : GD = 2 : 1$$



একইভাবে দেখানো যায় যে, $BG : GE = 2 : 1$ এবং $CG : GF = 2 : 1$ ।

অর্থাৎ AD ও BE G বিন্দুতে $2:1$ অনুপাতে বিভক্ত করে। অর্থাৎ G ΔABC এর ভরকেন্দ্র।

আমি অন্যভাবে কী পাই দেখি। $AG = GH$

$$\text{অর্থাৎ} \quad AG + GD = AD$$

$$\text{বা} \quad GH + GD = AD$$

$$\text{বা,} \quad 2GD + GD = AD$$

$$\text{বা} \quad 3GD = AD$$

$$GD = \frac{1}{3} AD$$

$$\begin{aligned} \text{এবং} \quad AG &= AD - GD \\ &= AD - \frac{1}{3} AD = \frac{2}{3} AD \end{aligned}$$

$$\text{একইভাবে পাই} \quad FG = \frac{1}{3} CF$$

$$\text{এবং} \quad CG = \frac{2}{3} CF$$

$$EG = \frac{1}{3} BE$$

$$\text{এবং} \quad BG = \frac{2}{3} BE$$

পেলাম, ত্রিভুজের মধ্যস্থত্রের সমবিন্দুগত বিন্দুতে ছেদ করে।

নির্দেশ করি

আমি PQR একটি ত্রিভুজ আঁকি ও যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে, $\triangle PQR$ এর মধ্যমাত্রয় সমবিন্দু।

১২. আমি সমকোণী সমকোণী ও সমকোণী ত্রিভুজ আলাদা আলাদা একে তাদের ভরকেত্র ত্রিভুজের কোণায় অবস্থিত দেখি।

প্রয়োগ ১ $\triangle ABC$ এর AB ও AC মধ্যমা দুটি পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে। AG ও CG এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q । P, F এবং Q, E যুক্ত করা হলো।

প্রমাণ করি যে, (i) PQEF একটি সামান্তরিক

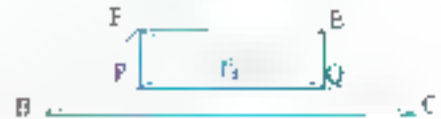
(ii) G বিন্দু BE ও CF কে ২:১ অনুপাতে বিভক্ত করে

প্রদত্ত $\triangle ABC$ এর BE ও CF মধ্যমা দুটি পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে। AG ও CG এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q ।

P, F এবং Q, E যুক্ত করা হলো।

প্রমাণ করতে হলে যে, PQEF একটি সামান্তরিক

(i) G বিন্দু BE ও CF কে ২:১ অনুপাতে বিভক্ত করে



প্রমাণ $\triangle ABC$ এর AB ও AC বাহু দুটির মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F ও E

$$FE = \frac{1}{2} BC \text{ ও } FE \parallel BC$$

আবার $\triangle GBC$ এর GB ও GC বাহু দুটির মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q

$$PQ \parallel BC \text{ এবং } PQ = \frac{1}{2} BC$$

যেহেতু, PQEF চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীত বাহু সমান ও সমান্তরাল।

সুতরাং, PQEF একটি সামান্তরিক [(i) নং প্রমাণিত]

PQEF সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে

$PG = GE$ এবং $QG = GF$ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে

$$\text{সুতরাং } BP = PG = GF$$

G বিন্দু BE মধ্যমাকে ২:১ অনুপাতে বিভক্ত করেছে

$$\text{আবার } CQ = QG = GF$$

$$CG : GF = 2:1$$

সুতরাং, G বিন্দু CF মধ্যমাকে ২:১ অনুপাতে বিভক্ত করেছে [(ii) প্রমাণিত]



প্রমাণ ⑦ যদি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করা যায় একটি ত্রিভুজের দুইটি মধ্যমা সমান হলে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু হ'ল।

প্রদত্ত যদি, $\triangle ABC$ -এর BE ও CF মধ্যমা দুটি সমান।

প্রমাণ করতে হবে যে ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

প্রমাণ মনে করি BE ও CF মধ্যমা দুটি পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে।

যেহেতু ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় সমদ্বিখণ্ডক বিন্দুতে ছেদ করে

$$EG = \frac{1}{3}BE \text{ এবং } FG = \frac{1}{3}CF$$

$$\text{কিন্তু } BE = CF \quad \therefore EG = FG \quad (i)$$

$$\text{এবং } BG = CG \quad (ii)$$

এখন $\triangle FGB$ ও $\triangle EGC$ -এর মধ্যে,

$$BG = CG \quad [(ii) \text{ থেকে পেলাম}]$$

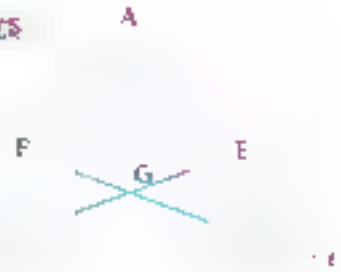
$$\angle FGB = \text{বিশ্রুতিপ } \angle EGC$$

$$\text{এবং } FG = EG \quad [(i) \text{ থেকে পেলাম}]$$

$$\triangle FGB \cong \triangle EGC \quad [S-A-S \text{ সর্বসমতার শর্ত অনুসারে}]$$

$$\text{সুতরাং } BF = CE \quad [\text{সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু}]$$

$$\text{বা } 2BF = 2CE \quad \therefore AB = AC, \text{ সুতরাং, } ABC \text{ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। [প্রমাণিত]}$$



প্রমাণ ⑧ $\triangle ABC$ -এর মধ্যমা তিনটি AD , BE ও CF পরস্পরকে G বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

$$\text{প্রমাণ করি যে } : \triangle GBC = \frac{1}{3} \triangle ABC \quad \therefore \triangle GBD = \frac{1}{6} \triangle ABC$$

প্রদত্ত $\triangle ABC$ -এর তিনটি মধ্যমা AD , BE ও CF পরস্পরকে G বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

$$\text{প্রমাণ করতে হবে যে } (i) \triangle GBC = \frac{1}{3} \triangle ABC \quad (\Rightarrow \triangle GBD = \frac{1}{6} \triangle ABC)$$

প্রমাণ $\triangle ABC$ -এর AD মধ্যমা,

$$\triangle ABD = \triangle ACD \quad (i) \quad (\text{ত্রিভুজের মধ্যমা}$$

আবার $\triangle GBC$ -এর GD মধ্যমা,

$$\triangle GBD = \triangle GCD \quad (\text{কেন্দ্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজে}$$

$$(ii) \quad (ii) \text{ থেকে পাই}$$

$$\triangle ABD - \triangle GBD = \triangle ACD - \triangle GCD$$

$$\triangle AGB = \triangle AGC$$

একইভাবে প্রমাণ করা যায় যে $\triangle AGB = \triangle BGC$

$$\triangle AGB = \triangle BGC = \triangle AGC = \frac{1}{3} (\triangle AGB + \triangle BGC + \triangle AGC) = \frac{1}{3} \triangle ABC \quad (iii) \text{ প্রমাণিত}]$$

$$\text{আবার, } \triangle GBD = \frac{1}{2} \triangle GBC \quad [\triangle GBC \text{-এর } GD \text{ মধ্যমা}]$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \triangle ABC \right) \quad \therefore \triangle GBD = \frac{1}{6} \triangle ABC \quad (iv) \text{ প্রমাণিত}]$$



কবে জেবি-17

1. ABC ত্রিভুজে $\angle B$ ও $\angle C$ এর অন্তঃস্থবিন্দুকে I বিন্দুতে ছেন করেছে। প্রমাণ করি, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{\angle BAC}{2}$
2. একটি ত্রিভুজের তিনটি মধ্যমা দৈর্ঘ্য সমান হলে প্রমাণ করি যে, ত্রিভুজটি সমবাহু।
3. প্রমাণ করি যে, সমবাহু ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, অন্তঃকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমাপতিত হয়।
4. ABC ত্রিভুজের AD , BE ও CF মধ্যমা। প্রমাণ করি যে, ABC ও DEF ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র একই বিন্দু।
5. প্রমাণ করি যে, একটি ত্রিভুজের দুটি মধ্যমার দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় মধ্যমার দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর।
6. ABC ত্রিভুজের AD , BE ও CF মধ্যমা। প্রমাণ করি যে,

$$3(AD^2 + BE^2 + CF^2) \geq 3(AB^2 + BC^2 + CA^2) \text{ (i) } 3(AB^2 + BC^2 + CA^2) \geq 2(AD^2 + BE^2 + CF^2)$$
7. $\triangle ABC$ এর AD , BE ও CF মধ্যমা তিনটি G বিন্দুতে পরস্পরকে ছেন করেছে। $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল 36 বর্গ সেমি. হলে, $\triangle AGB$ এর ক্ষেত্রফল ii $\triangle CGE$ এর ক্ষেত্রফল iii) চতুর্ভুজ $BDMF$ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।
8. ABC ত্রিভুজের AD , BE ও CF মধ্যমা। যদি $\frac{2}{3} AD = BE$ হয় তাহলে প্রমাণ করি যে, অপর দুটি মধ্যমার অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাণ 90° ।
9. $ABCD$ সমান্তরবিকের BC এবং CD বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P এবং Q । AP এবং AQ কর্ণ BD -তে যথাক্রমে K ও L বিন্দুতে ছেন করে। প্রমাণ করি যে $BK = KL = LD$ ।
10. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.)
 - (i) ABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O । $\angle BOC = 80^\circ$ হলে, $\angle BAC$ এর পরিমাণ
 (a) 40° (b) 160° (c) 130° (d) 110°
 - (ii) ABC ত্রিভুজের লম্ববিন্দু O । $\angle BAC = 40^\circ$ হলে, $\angle BOC$ এর পরিমাণ
 (a) 80° (b) 140° (c) 0° (d) 40°
 - (iii) ABC ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র O । $\angle BAC = 40^\circ$ হলে, $\angle BOC$ এর পরিমাণ
 (a) 80° (b) 110° (c) 140° (d) 40°
 - (iv) ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র G । GB ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 12 বর্গ সেমি. হলে ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
 (a) 24 বর্গ সেমি. (b) 6 বর্গ সেমি. (c) 36 বর্গ সেমি. (d) কোনোটিই নয়
 - (v) ABC সমকোণী ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 5 সেমি. হলে, অতিভুজের দৈর্ঘ্য
 (a) 2.5 সেমি (b) 10 সেমি (c) 5 সেমি (d) কোনোটিই নয়
11. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন
 - (i) একটি ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি, 8 সেমি ও 10 সেমি. হলে, ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্র ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের কোথায় অবস্থিত তা লিখি।
 - (ii) ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD মধ্যমা এবং G ভরকেন্দ্র। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 3.43 সেমি. হলে AG এর দৈর্ঘ্য কত তা লিখি।
 - (iii) একটি ত্রিভুজের কয়টি বিন্দু ত্রিভুজের বাহুগুলি থেকে সমদূরবর্তী তা লিখি।
 - (iv) ABC সমবাহু ত্রিভুজের পাদ ত্রিভুজ DEF , FDA এর পরিমাণ কত তা লিখি।
 - (v) ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের $\angle ABC = \angle ACB$ এবং মধ্যমা $AD = \frac{1}{2} BC$ যদি $AB = \sqrt{2}$ সেমি হয় তাহলে ত্রিভুজটির পরিব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত তা লিখি।



18

বৃত্তের ক্ষেত্রফল (AREA OF CIRCLE)

আমরা দ্বিভুজ আকৃতির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{1}{2} \times \text{ভিত্তি} \times \text{উচ্চতা}$ এর সূত্র দিয়ে একত্রিতভাবে বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারি। এবার আমরা চাইব কিভাবে বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়।



কতটা বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়? [পরিধি, ক্ষেত্রফল] জানতে হবে
যেমন দেখছি বৃত্তাকার ক্ষেত্রের পরিধি ১৭৬ সেমি

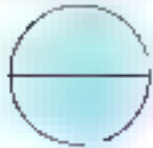
বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = সেমি.

কিন্তু বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কীভাবে মাপব?

হাতেকলমে আমরা বৃত্তাকার চাকতি তৈরি করে হাতেকলমে চাকতির ক্ষেত্রফল মাপার চেষ্টা করি

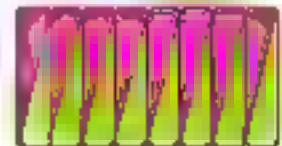
আমরা একই ব্যাসার্ধ নিয়ে অর্থাৎ একই ব্যাসের ১৬ টি বৃত্তাকার চাকতি নিয়ে কাজ করি।

১। বৃত্তাকার চাকতি দুটি মিলিয়ে ছবির মতো তৈরি করলাম



(২) বৃত্তাকার চাকতি দুটিই ভাঁজ খুলে দিলাম এবং প্রত্যেকটি চাকতির ১৬ টি খণ্ড পাশের ছবির মতো বসিয়ে রাখলাম। একই বৃত্তাকার চাকতিপিচবোঝে আটকে দিলাম।

(৩) অন্য বৃত্তাকার চাকতির ১৬ টি বসিয়ে খণ্ড বোঝে পাশের ছবির মতো পিচবোঝে আটকলাম



১৬ টি খণ্ড সমজাতীয় পর্কে প্রায় আয়তক্ষেত্র পাচ্ছি। বৃত্তাকার চাকতির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক

এই আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $\frac{1}{2} \times$ বৃত্তের পরিধি = $\frac{1}{2} \times 2\pi r$ একক = একক

এই বৃত্তের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ = $\frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$ একক = একক

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক = বর্গ একক

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 (ব্যাসার্ধ)^২



১। আমরা ৩৪ সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের যে বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে চাই।
বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\pi \times (৩৪)^2$ বর্গ সেমি. = $\frac{22}{7} \times ৩৪ \times ৩৪$ বর্গ সেমি = বর্গ সেমি

২। য বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১৪ সেমি। তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে চাই।

বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = ১৪ সেমি.

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = বর্গ সেমি.

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2

সুতরাং, বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\frac{22}{7} \times ১৪^2$ বর্গ সেমি = $\frac{22}{7} \times ১৪ \times ১৪$ বর্গ সেমি. = বর্গ সেমি.



- ৩ যে বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য ৭২ সেমি, তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি ‘মাজা কান’।
- ৪ যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল ১৪৮৬ বর্গ মিটার এবং ব্যাসের দৈর্ঘ্য ২২ মিটার।
ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r মিটার।

$$\begin{aligned}\text{বৃত্তের ক্ষেত্রফল } & \pi r^2 \text{ বর্গ মিটার} \\ & = \frac{22}{7} r^2 \text{ বর্গ মিটার}\end{aligned}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{22}{7} r^2 = 1486$$

$$\text{বা } r^2 = 1486 \times \frac{7}{22} = 63 \times 7$$

$$\text{বা } r^2 = 7 \times 9 \times 7$$

$$\text{বা } r = \sqrt{7 \times 3 \times 3 \times 7}$$

$$\text{বা } r = 7 \times 3$$

$$r = 21$$

বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ২১ মিটার।



- ৫ যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল ৭৭ বর্গ সেন্টিমিটার এবং ব্যাসের দৈর্ঘ্য ১৪ সেন্টিমিটার। হিসাব করে লিখি $\pi = \frac{22}{7}$ ।

- ৬ জামাছের পাড়ার বৃত্তাকার পার্কের পরিধি ১৬৮ মিটার। হিসাব করে পার্কের ক্ষেত্রফল লিখি।
ধরি, বৃত্তাকার পার্কের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r মিটার।

$$\text{শর্তানুসারে } 2\pi r = 168$$

$$r = \frac{168}{2\pi}$$

$$\text{বৃত্তাকার পার্কের ক্ষেত্রফল} = \pi \times r^2 \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= \frac{22}{7} \times 42 \times 42 \text{ বর্গ মিটার} = \boxed{} \text{ বর্গ মিটার}$$



- ৭ যে বৃত্তাকার জমির পরিধি ৭৭ মিটার। তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি π হিসেবে লিখি।

- ৮ অমলেন্দু পাড়ার গ্রাম খালে বলয়াকৃতির একটি লোহার পাত আছে যার ভিতরের ও বাহ্যিক ব্যাসের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৬ সেমি এবং ৩২ সেমি। বলয়াকৃতির কত বর্গ সেমি লোহার পাত আছে তাই হিসাব করে বলয়াকৃতি লোহার পাতের ভিতরের ব্যাসের দৈর্ঘ্য ১৬ সেমি।

ভিতরের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ৭ সেমি।

$$\text{বলয়াকৃতি লোহার পাতের ভিতরের ক্ষেত্রফল} = \frac{22}{7} \times 9^2 \text{ বর্গ সেমি।}$$

$$\text{বলয়াকৃতি লোহার পাতের বাহ্যিকের ব্যাসের দৈর্ঘ্য ৩২ সেমি।}$$

$$\text{বাহ্যিকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য} = 16 \text{ সেমি।}$$

$$\text{বলয়াকৃতি লোহার পাতের বাহ্যিকের ক্ষেত্রফল} = \frac{22}{7} \times 16^2 \text{ বর্গ সেমি।}$$

$$\text{বলয়াকৃতি লোহা আছে } \left[\frac{22}{7} \times 16^2 - \frac{22}{7} \times 9^2 \right] \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= \frac{22}{7} \times [16^2 - 9^2] \text{ বর্গ সেমি।}$$

$$= \frac{22}{7} \times (16 + 9)(16 - 9) \text{ বর্গ সেমি।} = \boxed{} \text{ বর্গ সেমি}$$



১০. দুটি লম্বা বৃত্তের কেন্দ্রের দূরত্ব ১০ মিটার। বৃত্ত দুটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৭০ মিটার ও ৪২ মিটার।
তাহলে বৃত্তদ্বয়কর্তৃক বৃত্ত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার? লম্বা বৃত্ত দুটির কেন্দ্রের দূরত্ব কত মিটার?
১১. দুটি বৃত্তের কেন্দ্রের দূরত্ব ১০ মিটার। বৃত্ত দুটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৭০ মিটার ও ৪২ মিটার।
তাহলে বৃত্তদ্বয়কর্তৃক বৃত্ত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার? লম্বা বৃত্ত দুটির কেন্দ্রের দূরত্ব কত মিটার?

ধরি, বৃত্তদ্বয়কর্তৃক বৃত্ত বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য r মিটার এবং বৃত্তদ্বয়কর্তৃক বৃত্ত বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য R মিটার।

বৃত্তদ্বয়কর্তৃক বৃত্ত বর্গক্ষেত্রের পরিধি = $2\pi r$ মিটার এবং বৃত্তদ্বয়কর্তৃক বৃত্ত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ মিটার।

আবার বৃত্তদ্বয়কর্তৃক বৃত্ত বর্গক্ষেত্রের পরিধি = মিটার।

এবং ক্ষেত্রফল = বর্গ মিটার।

$$\text{সুতরাং, } 2\pi R - 2\pi r = 132 \quad (i)$$

$$\text{এবং, } \pi R^2 - \pi r^2 = 9702 \quad (ii)$$

$$(i) \text{ থেকে পাই, } 2\pi R - 2\pi r = 132$$

$$\text{বা, } 2\pi (R - r) = 132$$

$$\text{বা, } 2 \times \frac{22}{7} (R - r) = 132$$

$$\text{বা, } R - r = 132 \times \frac{7}{2 \times 22}$$

$$R - r = 21 \quad (iii)$$

$$\text{আবার (ii) থেকে পাই, } \pi R^2 - \pi r^2 = 9702$$

$$\text{বা, } \pi (R^2 - r^2) = 9702$$

$$\text{বা, } R^2 - r^2 = 9702 \times \frac{7}{22}$$

$$\text{বা, } (R+r)(R-r) = 441 \times 7$$

$$\text{বা, } (R+r) \times 21 = 441 \times 7 \quad [(iii) \text{ থেকে পাই}]$$

$$\text{বা, } (R+r) = \frac{441 \times 7}{21}$$

$$R + r = 147 \quad (iv)$$

(iii) ও (iv) থেকে পেলুম

$$R + r = \text{}$$

$$\text{এবং, } R - r = \text{}$$

অপনয়ন পদ্ধতির সাহায্যে R ও r এর মান নির্ণয়ের চেষ্টা করি।

$$R + r = 147$$

$$R - r = 21$$

$$2R = 168$$

$$R = \frac{168}{2} = \text{}$$

$$\text{আবার, } R + r = 147$$

$$r = 147 - 84$$

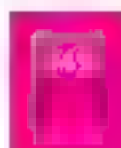
$$\text{সুতরাং, } r = 63$$

সুতরাং বৃত্তদ্বয়কর্তৃক বৃত্ত বর্গক্ষেত্রের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ৮৪ মিটার।

এবং বৃত্তদ্বয়কর্তৃক বৃত্ত বর্গক্ষেত্রের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ৬৩ মিটার।

$$\text{সুতরাং বৃত্তদ্বয়কর্তৃক বৃত্ত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \frac{22}{7} \times 63 \times 63 \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= \text{ বর্গ মিটার}$$



11. যদি দু'ভুজকান যার সমান চওড়া বাহুটি ক'ইবের সীমান্তের দৈর্ঘ্য ত্রিভুজের সীমান্তের দৈর্ঘ্যের $\frac{1}{3}$ অংশ হয়, তবে এই বাহুটির ক্ষেত্রফল $4\sqrt{3}$ বর্গ সেমি হলে ত্রিভুজের সীমান্তের দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রফল কত হতো হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

12. সীমা একটি বৃত্ত আঁকল। সে ওই বৃত্তের একটি পাননির্মিত বর্গক্ষেত্র আঁকল। বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 154 বর্গ সেমি হলে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

ধরি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r সেমি।

$$\text{শর্তানুসারে, } \pi r^2 = 154$$

$$\text{বা } r^2 = 154 \times \frac{7}{22}$$

$$r = 7$$

$$\text{সুতরাং, } 2r = 14$$

এক্ষেত্রে, বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য ও বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

সুতরাং, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 14 সেমি।

$$\text{বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল } 14 \times 14 \text{ বর্গ সেমি.} = 196 \text{ বর্গ সেমি.}$$



13. অথবা ওই বৃত্তের একটি অন্তর্নির্মিত বর্গক্ষেত্র আঁকল। আবার ওই বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 14 সেমি।

বৃত্তে অন্তর্নির্মিত বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য বৃত্তের ব্যাস।

সুতরাং, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 14 সেমি।

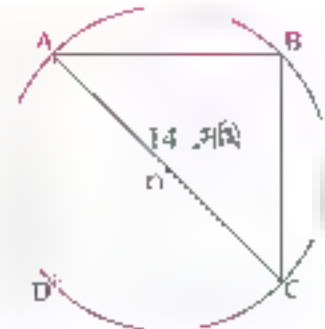
ধরি, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য x সেমি।

$$\text{পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, } x^2 + x^2 = 14^2$$

$$\text{বা } 2x^2 = 196$$

$$\text{বা, } x^2 = \frac{196}{2} \quad x^2 = 98$$

সুতরাং, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 98 বর্গ সেমি।



14. সীমা একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকল যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি। আবার ওই ত্রিভুজের একটি পরিবৃত্ত আঁকল। পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ও ত্রিভুজের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি।

$$\text{সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা } \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 \text{ সেমি} = 3\sqrt{3} \text{ সেমি}$$

$$\text{অর্থাৎ, লম্ব } AD = 3\sqrt{3} \text{ সেমি.}$$

সমবাহু ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র O ত্রিভুজের উচ্চতা AD-এর উপর অবস্থিত। $AO = \frac{2}{3} AD$

$$\text{সুতরাং, } AO = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} \text{ সেমি.}$$

$$AO = 2\sqrt{3} \text{ সেমি}$$

সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য AO

সুতরাং ওই ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ সেমি।

পরিবৃত্তের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ [যেখানে r বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য]

$$= \frac{22}{7} \times (2\sqrt{3})^2 \text{ বর্গ সেমি.}$$

$$= \frac{22}{7} \times 4 \times 3 \text{ বর্গ সেমি.} = \frac{264}{7} \text{ বর্গ সেমি.} = 37 \frac{5}{7} \text{ বর্গ সেমি.}$$



15. যদি জানুল এই সমস্যায় ত্রিভুজের একটি অন্তর্বৃত্ত অঙ্কিত তাহলে এই অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ও ব্যস্তুর ক্ষেত্রফল কত হতো তা হিসাব করি

সমস্যায় ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য OD

$$OD = \frac{1}{3} AD \quad OD = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{3} \text{ সেমি.} = \sqrt{3} \text{ সেমি.}$$

অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য $\frac{1}{3}$ সেমি

$$\text{অন্তর্বৃত্তের ক্ষেত্রফল} = \pi (\sqrt{3})^2 \text{ বর্গ সেমি.}$$

$$= \frac{22}{7} \times 3 \text{ বর্গ সেমি.} = \frac{66}{7} \text{ বর্গ সেমি.} = 9\frac{3}{7} \text{ বর্গ সেমি.}$$



16. একটি ত্রিভুজের পটাকা-এর পরিসীমা 24 মিটার এবং ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্তের পরিধি 44 মিটার হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত হিসাব করে দেখি

ধরি ABC একটি ত্রিভুজ যার পরিসীমা 24 মিটার AO, BO এবং CO যথাক্রমে $\angle BAC, \angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর অন্তঃসম্বন্ধিতক অন্তঃসম্বন্ধিতক তিনটি O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে O বিন্দু থেকে BC, CA এবং AB বাহুর উপর লম্ব যথাক্রমে OD, OE এবং OF $OD = OE = OF$

সুতরাং, ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য OD ধরি, অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r মিটার
পর্তীনিম্নারে

$$2\pi r = 44$$

$$\text{বা } 2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$$

$$\text{বা } r = \frac{44 \times 7}{44} \quad r = 7$$



$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \Delta BOC \text{ এর ক্ষেত্রফল} + \Delta COA \text{ এর ক্ষেত্রফল} + \Delta AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল}$$

$$= \frac{1}{2} BC \cdot r + \frac{1}{2} CA \cdot r + \frac{1}{2} AB \cdot r$$

$$= \frac{1}{2} (BC + CA + AB) \cdot r \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= \frac{1}{2} \times 24 \times 7 \text{ বর্গমিটার} = 84 \text{ বর্গ মিটার}$$

ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 84 বর্গ মিটার

17. একটি ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 9 মিটার, 2 মিটার ও 15 মিটার ত্রিভুজটির পটাকা-এর ব্যাসার্ধের ক্ষেত্রফল হিসাব করি

$$9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 = (15)^2 \quad \text{সুতরাং ত্রিভুজটি সমকোণী}$$

ত্রিভুজের $AB = 9$ সেমি, $BC = 2$ সেমি, এবং $CA = 15$ সেমি

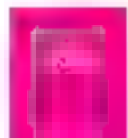
$$\angle ABC = 90^\circ$$

ধরি BD, ABC ত্রিভুজের মধ্যমা $BD = AD = DC$

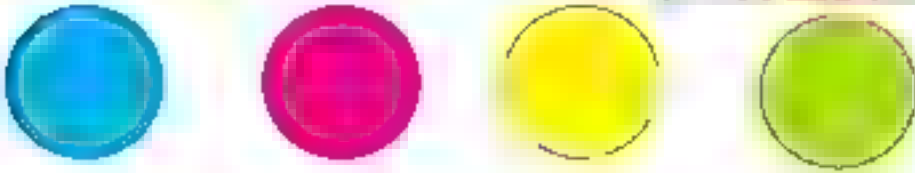
ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য $\frac{15}{2}$ সেমি.

সুতরাং, ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\pi \times (\frac{15}{2})^2$ বর্গ সেমি

$$= \frac{22}{7} \times \frac{225}{4} \text{ বর্গ সেমি} = 176\frac{11}{14} \text{ বর্গ সেমি.}$$



রফিকুল ও মেহের একই মণ্ডপের অনেকগুলি নানান রঙের বৃত্তাকার চাকতি তৈরি করেছে



আমার বোন লাল রঙের বৃত্তটি সমান দু-ভাগ করে কাঁচি দিয়ে কেটে সমান দু-ভাগ করল অর্থাৎ দুটি অর্ধবৃত্ত পেল



11 প্রতিটি বৃত্তাকার চাকতির অর্ধচাপের দৈর্ঘ্য ও অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল হিসাব করে নেবে

ধরি প্রতিটি বৃত্তাকার চাকতির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক

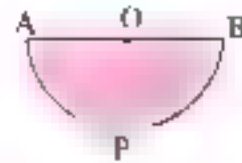
প্রতিটি বৃত্তাকার চাকতির পরিধি \square $[2\pi r]$ একক

বৃত্তাকার চাকতিটির কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণগুলির সমষ্টি 360°

APB অর্ধবৃত্তাকার চাকতির $\angle AOB = 180^\circ$ যেখানে O, বৃত্তাকার চাকতির কেন্দ্র

আমরা জানি চাপের দৈর্ঘ্য ও কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ সরাসরি সমানুপাতী

$$\text{সূতবাং} \quad \frac{\widehat{APB} \text{ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য}}{\text{বৃত্তের পরিধি}} = \frac{180}{360}$$



$$\begin{aligned} \widehat{APB} \text{ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য} &= \frac{180}{360} \times \text{বৃত্তের পরিধি} \\ &= \frac{1}{2} \times 2\pi r \text{ একক} = \pi r \text{ একক. যেখানে অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য } r \text{ একক} \end{aligned}$$

এক ও যে কেন্দ্রে 360° কোণ করলে বৃত্তের পরিধি $2\pi r$ একক

$$1 \text{ কোণ উৎপন্ন করা বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য} = \frac{2\pi r}{360} \text{ একক}$$

$$\begin{aligned} 180^\circ \text{ কোণ উৎপন্ন করা বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য} &= \frac{2\pi r}{360} \times 180 \text{ একক।} \\ &= \pi r \text{ একক} \end{aligned}$$



হ্যাডেকলমে

অর্ধবৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বের করি

আমি অর্ধবৃত্তাকার দণ্ডায়িত কতগুলি সমান ভাঁজ করে খুল নিলাম এবং ভাঁজগুলি কেটে নীচের মতো সাজানাম



প্রায় যে আয়তক্ষেত্র পেলাম তার দৈর্ঘ্য $\frac{\pi r}{2}$ একক

এবং প্রস্থ r একক

$$\begin{aligned} \text{হ্যাডেকলমে অর্ধবৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পেলাম} &= \frac{\pi r}{2} \times r \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{\pi r^2}{2} \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

১৭ আমি অন্যভাবে অর্ধবৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বের করি

অর্ধবৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 180
বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 360

আমরা জানি, ক্ষেত্রফল ও কোণের উৎপন্ন বেশ সরল সমানুপাতী

$$\begin{aligned} \text{বা, অর্ধবৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} &= \frac{180}{360} \times \text{বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} \\ &= \frac{1}{2} \times \text{বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} \\ &= \frac{\pi r^2}{2} \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

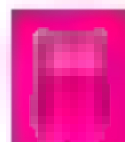


অন্যভাবে কোণ 360° কোণের জন্য বৃত্তাকার অঞ্চলের ক্ষেত্রফল πr^2 বর্গ একক

কোণে ° কোণের জন্য উৎপন্ন বৃত্তকলাটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\pi r^2}{360}$ বর্গ একক

কোণে 80° কোণের জন্য অর্ধবৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{\pi r^2}{360} \times 80$ বর্গ একক।

$$\begin{aligned} \text{অর্ধবৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} &= \frac{80}{360} \times \pi r^2 \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} \pi r^2 \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$



মেহেরেব ভাই এসে নীল রঙের বৃত্তাকার ক্ষেত্রটি নীচের মতো সমান চাপে ভাঁজ করে খুঁলে ফেলল

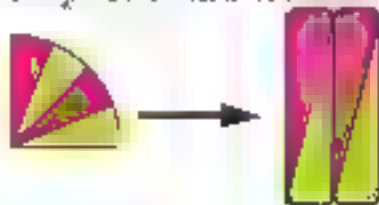


- 11) AOB বৃত্তকলার কেন্দ্রের অংশে মাপ AB চাপের দৈর্ঘ্য কত? যদি r যখন বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r এমনদেখাই, AOB বৃত্তকলাটি কোণে 90° কোণ করেছে

$$\begin{aligned} \frac{AB \text{ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য}}{\text{বৃত্তের পরিধি}} &= \frac{90}{360} \quad \cdot \quad \text{চাপের দৈর্ঘ্য ও কোণে উৎপন্ন কোণ সবল সমানুপাতী} \\ AB \text{ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য} &= \frac{90}{360} \times \text{বৃত্তের পরিধি} \\ &= \frac{1}{4} \times 2\pi r \text{ একক} \quad [\text{বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য} = r \text{ একক}] \\ &= \frac{\pi r}{2} \text{ একক} \end{aligned}$$

- 21) আমি হাতে কলাম AOB বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কত? যদি

আমি AOB বৃত্তকলাটি কেটে নিয়ে নীচের মতো দু'লাব সমান ভাঁজ করে সবুজ ও লাল বর্ণ করলাম এবং ভাঁজগুলি ধুলে দিলাম। এলাব ভাঁজগুলি কেটে নীচের মতো সাজালুম।



প্রতি অর্ধবৃত্তক্ষেত্রের মতো r পলায় যার দৈর্ঘ্য $\frac{\pi r}{4}$ একক এবং প্রস্থ r একক

$$\begin{aligned} AOB \text{ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} &= AOB \text{ বৃত্তকলার দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \\ &= \frac{\pi r}{4} \times r \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{\pi r^2}{4} \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

আমি AOB বৃত্তকলাটি কোণে 90° কোণে মাপ AOB বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল হিসাবে করি

$$\begin{aligned} \frac{AOB \text{ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}} &= \frac{90}{360} \\ AOB \text{ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} &= \frac{90}{360} \times \text{বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} \\ &= \boxed{} \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$



স্বয়ংকূল নীল বৃত্তের বৃত্তাকার ক্ষেত্র থেকে একটি বৃত্তকলা POQ কাটল। যেটি কেন্দ্রে 60° কোণ করেছে।

২১) জামি হিসাব করে PQ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য ও POQ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

$$\frac{\text{PQ এর দৈর্ঘ্য}}{\text{বৃত্তের পরিধি}} = \frac{60}{360}$$

$$\text{PQ এর দৈর্ঘ্য} = \frac{60}{360} \times \text{বৃত্তের পরিধি}$$



$$\text{অর্থাৎ } \frac{\text{POQ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}} = \frac{60}{360}$$

$$\text{POQ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} = \frac{60}{360} \times \text{বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}$$

যদি কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক হয় এবং ওই বৃত্তের কোনো বৃত্তকলা কেন্দ্রে θ ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে থাকে।

$$\text{তাহলে ওই বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য} = \frac{\theta}{360} \times \text{বৃত্তের পরিধি}$$

$$= \frac{\theta}{360} \times 2\pi r \text{ একক}$$

$$\text{ওই বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} = \frac{\theta}{360} \times \text{বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}$$

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \text{ বর্গ একক}$$

২২) অর্ধবৃত্তাকার একটি পার্কটিতে বেড়া দিয়ে ঘিরতে ১৪৪ মিটার বর্নাল লাগে। পার্কটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

হলি, অর্ধবৃত্তাকার পার্কটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r মিটার।

$$\text{পার্কটির পরিসীমা} = \pi r + 2r \text{ মিটার}$$

$$\text{অর্থাৎ } \pi r + 2r = 144$$

$$\text{বা } \frac{22}{7} r + 2r = 144$$

$$\text{বা } \frac{36r}{7} = 144$$

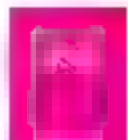
$$r = \underline{\hspace{2cm}} \text{ [নিজে করি]}$$



$$\text{পার্কটির ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \pi \times r^2 \text{ বর্গ মিটার}$$

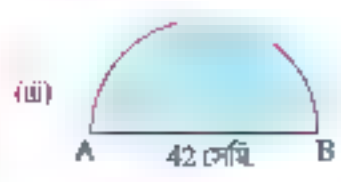
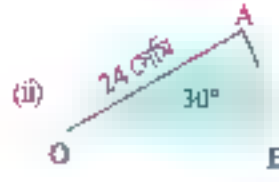
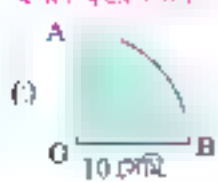
$$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 28 \times 28 \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}} \text{ বর্গ মিটার [নিজে করি]}$$



24. যান অবতরণকার পাকসীমা ১৪ মিটার হয়। তাহলে পাকসীমার ক্ষেত্রফল কত হবে হিসাব করে লিখি [নিজে করি]

25. আমি নিচের বৃত্তকলাগুলির AB বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য হিসাব করি ও বৃত্তকলাগুলির পাকসীমা ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি



$$\begin{aligned}
 \text{(i) } \widehat{AB} \text{ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য} &= \frac{90}{360} \times 2 \times \pi \times 10 \text{ সেমি.} \\
 &[\because \text{ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য} = 10 \text{ সেমি. এবং } \angle AOB = 90^\circ] \\
 &= \frac{1}{4} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 10 \text{ সেমি} \\
 &= \underline{\hspace{2cm}} \text{ সেমি.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{AOB বৃত্তকলার পাকসীমা} &= \widehat{AB} \text{ এর দৈর্ঘ্য} + 2 \times \text{ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য} \\
 &= (15.7 \text{ সেমি} + 2 \times 10 \text{ সেমি.}) \text{ (প্রায়)} \\
 &= 35.7 \text{ সেমি. (প্রায়)}
 \end{aligned}$$

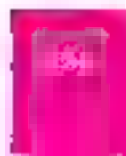
$$\begin{aligned}
 \text{AOB বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} &= \frac{90}{360} \times \pi \times (10)^2 \text{ বর্গ সেমি} \\
 &= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 10 \times 10 \text{ বর্গ সেমি.} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ বর্গ সেমি}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii) } \widehat{AB} \text{ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য} &= \frac{30}{360} \times \underline{\hspace{2cm}} \\
 &= \frac{30}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 24 \text{ সেমি.} \\
 &= \underline{\hspace{2cm}} \text{ সেমি. [নিজে হিসাব করি]}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{AOB বৃত্তকলার পাকসীমা} &= \widehat{AB} \text{ এর দৈর্ঘ্য} + 2 \times \text{ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য} \\
 &= (12.57 + 48) \text{ সেমি. (প্রায়)} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ সেমি. (প্রায়)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{AOB বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} &= \underline{\hspace{2cm}} \times \text{বৃত্তের ক্ষেত্রফল} \\
 &= \frac{1}{12} \times \frac{22}{7} \times 24 \times 24 \text{ বর্গ সেমি.} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ বর্গ সেমি}
 \end{aligned}$$

আমি (iii) নং ছবির AB এর দৈর্ঘ্য পাকসীমা ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি [নিজে করি]



- ১৮ নীচের চিত্রের মতো একটি অর্ধবৃত্তাকার মাঠের মাঝে ত্রিভুজাকার জমিতে অরুণবাবু বাড়ি তৈরি করেছেন। ত্রিভুজাকার জমির দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য ১২ মিটার ও ১৬ মিটার এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দুটি হলো 90° । বাকি অংশে অরুণবাবু বাড়ি করে তৈরি করেছেন। এর পরিমাপ ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

অরুণবাবু ABC সমকোণী ত্রিভুজাকার জমিতে বাড়ি করেছেন।

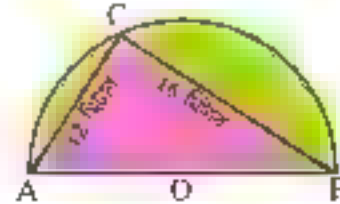
আমি প্রথমে অর্ধবৃত্তাকার মাঠের ব্যাস AB এর দৈর্ঘ্য মাপার চেষ্টা করি। অর্ধবৃত্তাকার মাঠটি যে বৃত্তাকার মাঠের অংশ তার কেন্দ্র O ।

ABC সমকোণী ত্রিভুজের $AC = 12$ মিটার

এবং $BC = 16$ মিটার

পিথাগোরাসের সূত্র থেকে পাই

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ &= 12^2 + 16^2 \text{ বর্গ মিটার} \\ AB &= \sqrt{12^2 + 16^2} \text{ মিটার} \end{aligned}$$



অর্ধবৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য $= \frac{AB}{2} = 10$ মিটার।

\widehat{AB} এর দৈর্ঘ্য $= 2\pi \times 10$ মিটার [নিজে করি]

অরুণবাবুর বাড়ি বাদে বাকি জমির পরিমাপ $= \widehat{AB}$ -এর দৈর্ঘ্য $\times 12$ মিটার $\div 2$
 $= (31.4 \text{ মিটার} \div 2) \times 12$ (প্রায়)
 $= 188.4$ বর্গ মিটার (প্রায়)

অরুণবাবুর বাড়ি করা জমির অংশের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 12 \times 16$ বর্গ মিটার
 $= 96$ বর্গ মিটার

অরুণবাবুর বাড়ি বাদে বাকি জমির ক্ষেত্রফল $=$ অর্ধবৃত্তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল $- ABC$ সমকোণী ত্রিভুজাকার জমির ক্ষেত্রফল
 $= \frac{1}{2} \times \pi \times 10^2 - 96$ বর্গ মিটার
 $= 157 - 96 = 61$ বর্গ মিটার

- ১৯ হাসান 10 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে দুই বৃত্তের সমান দূরত্বে দুটি বৃত্তাকার কাটি পাচকা তৈরি করেছেন। বা বায়ী এই বৃত্তাকার কাটি বৃত্তের পরিধির হাফে বাত মকশ করল। বাতের ২০টা জায়গায় মকশ করল। এর পরিমাপ ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

\widehat{AB} এর দৈর্ঘ্য $= 2\pi \times 10$ সেমি।

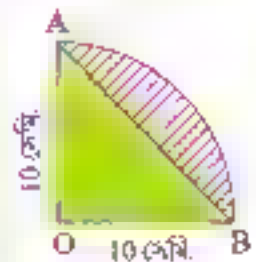
AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{10^2 + 10^2}$ সেমি $= 14.14$ সেমি

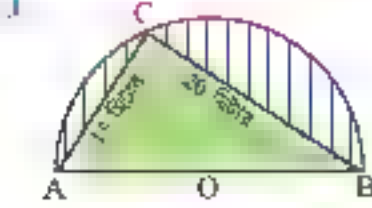
মকশের জায়গায় পরিমাপ $= (15.7 + 10\sqrt{2})$ সেমি

$(15.7 + 10 \times 1.414)$ সেমি ≈ 29.8 সেমি

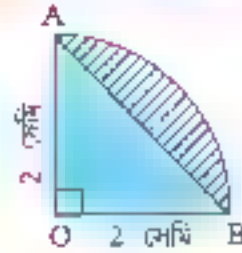
$= 29.8$ সেমি (প্রায়)

বাতের মকশের ক্ষেত্রফল $= AOB$ বৃত্তকালের ক্ষেত্রফল $- \triangle AOB$ এর ক্ষেত্রফল
 $= \frac{1}{2} \times \pi \times 10^2 - \frac{1}{2} \times 10 \times 10$ বর্গ সেমি [নিজে লিখি]





(ii)



কাজ দেখি-১৫

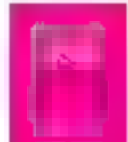
আমিনাবিবি আজ 2.1 মিটার লম্বা একটি দড়ি নিয়ে তার গোবুটিকে ফাঁস ঘাটে খুঁটির সঙ্গে বাঁধলেন হিসাব করে দেখি গোবুটি মন্থকে বেশি কতটা জমির ঘাস খেতে পারবে

- সুহানা একটি বৃত্ত আঁকবে যার পর্বেসি হবে 35.2 সেমি হিসাব করে দেখি সুহানা যে বৃত্ত আঁকবে তার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত হবে এবং বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে
- রেখার দিদিয়া একটি গোলকার টেবিলের চাকনা তৈরি করেছেন যার ক্ষেত্রফল 5544 বর্গ সেমি তিনি এই টেবিলের চাকনার চারদিকে রাঙন ফিতে লগাতে চান হিসাব করে দেখি দিদিয়াকে কত দৈর্ঘ্যের বস্তিন ফিতে কিনতে হবে
- অম্মাদের বাড়ার বৃত্তাকার খেলার মাঠটি বেড়া দিয়ে ঘিরতে প্রতি মিটার 2.1 টাকা হিসাবে 924 টাকা খরচ হয়েছে মাঠটি ত্রিভুজ নিয়ে ঢোক দেওয়ার জন্য কত বর্গ মিটার ত্রিভুজ কিনতে হবে হিসাব করে লিখি।
- ফাবুক একটি বৃত্ত আঁকবে যার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে 616 বর্গ সেমি। হিসাব করে দেখি ফাবুক যে বৃত্ত আঁকবে তার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত হবে এবং বৃত্তটির পরিমিতি কত পাবে।
- পলাশ ও পিয়ালী দুটি বৃত্ত এঁকেছে যাদের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য অনুপাত 4 : 9 হিসাব করে দুজনের আঁকা বৃত্তাকার ক্ষেত্র দুটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত লিখি
- সুমিত ও রেবা একই দৈর্ঘ্যের দুটি তামাব রত্রে এনেছে সুমিত ওই তরুটি বেঁকিয়ে আয়তাকার চিত্র তৈরি করেছে যার দৈর্ঘ্য 48 সেমি এবং প্রস্থ 40 সেমি কিন্তু রেবা একই দৈর্ঘ্যের তামার তারটি বেঁকিয়ে বৃত্ত তৈরি করল। হিসাব করে দেখি সুমিতের তৈরি আয়তাকার চিত্র এবং রেবার তৈরি বৃত্তের মধ্যে কোনটি বেশি জায়গা জুড়ে থাকবে

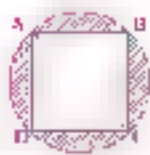
পাইওনিয়ার অ্যাথলেটিক ক্লাবের আয়তাকার মাঠের মাঝখানে একটি বৃত্তাকার জলবন্দ আছে যার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 14 মিটার আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 60 মিটার ও 42 মিটার জলবন্দ লাগে আয়তাকার মাঠের বাকি জায়গায় ঘাস লাগতে প্রতি বর্গমিটার 75 টাকা হিসাবে কত খরচ হবে হিসাব করে লিখি



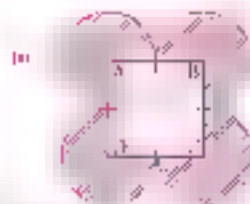
- ইটলেনগড়া ফ্রেডস এসোসিয়েশন ক্লাবের বৃত্তাকার পার্কের বাইরের দিকে পরিধি বলাবের একটি 7 মিটার চওড়া রাস্তা আছে বৃত্তাকার পার্কের পরিধি 352 মিটার হলে রাস্তাটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি। প্রতি বর্গমিটার 20 টাকা হিসাবে রাস্তাটি বাঁধতে কত টাকা খরচ হবে হিসাব করে লিখি



10. আনোয়ারাবিবী তার অর্ধবৃত্তাকার জমির চারদিকে প্রতি মিটার 18 50 টাকা হিসাবে বেড়া দিতে 2664 টাকা খরচ করেছেন। তিনি যদি তার ওই অর্ধবৃত্তাকার জমি প্রতি বর্গ মিটার 32 টাকা হিসাবে চাষ করান তাহলে যেটি কত টাকা খরচ করবেন হিসাব করে লিখি।
11. জাহা আহার বণ্ডু বজত একই বেগে দৌড়ে স্কুলের বৃত্তাকার মাঠটি ৪৫ সময়ে একবার পূর্ণক্ষিপ করল একই বেগে মাঠের ব্যাস বরাবর দৌড়তে 30 সেকেন্ড কম সময় নিল। তার গতিবেগ ও মিটার, সেকেন্ড হলে স্কুলের মাঠের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
12. বকুলতলার বৃত্তাকার মাঠের লাইনের চারদিকে একটি সমপলিসরের গ্রাফা আছে। গ্রাফাটির বাইরের সীমাবেষার দৈর্ঘ্য ভিতরের সীমাবেষার দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 192 মিটার বেশি। পথটির ক্ষেত্রফল 14190 বর্গ মি হলে বৃত্তাকার মাঠটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
13. নীচের ছবির রেখাঙ্কিত অঙ্কনের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

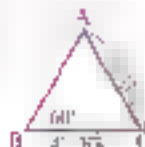


ABD একটি বর্গক্ষেত্র। বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 2 সেমি।

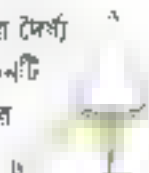


প্রতিটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 2 সেমি।
অন্যটি বৃত্তের ক্ষেত্র বসত্যে 4, B, C, D

14. দীনেশ তানের প্রোগ্রাম কতজন কোন খেলা খেলতে ভালোবাসে তার একটি পাই চিত্র তৈরি করেছে। সে বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 3 9 সেমি। নিম্নে হিসাব করে প্রতিটি বৃত্তকলাব পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল লিখি।
15. নীচ একটি বর্গক্ষেত্র ABCD একেছে যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সেমি।। আমার বোন 2 পাশের ছবির মতো A, B, C ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে 6 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের চারটি বৃত্তচাপ একেছে এবং কিছু জায়গায় নকশা আঁকছে। হিসাব করে নকশা আঁকা ক্ষেত্রের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল লিখি।
16. একটি বৃত্তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল 54 বর্গ সেমি। বৃত্তাকার মাঠটির পবিলিখিত বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি। যদি বর্গক্ষেত্রটি বৃত্তাকার মাঠের অন্তর্লিখিত হতো, তাহলে বর্গক্ষেত্রটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল কত হতো তা হিসাব করে লিখি।
17. নীচের বৃত্তকলাগুলির রেখাঙ্কিত অঙ্কনের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল লিখি।



18. লীনা ঘোলা থেকে একটি বাল্য কিনে হাতে পরেছে। বাল্যটিতে 269 5 বর্গ সেমি, গাভু আছে। বাল্যটির বহির্ব্যাসের দৈর্ঘ্য 28 সেমি। হলে, অন্তর্ব্যাসের দৈর্ঘ্য কত হিসাব করে লিখি।
19. প্রতুল পাশের ছবির মতো একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC একেছে যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সেমি। সূত্রটি A, B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে 5 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের তিনটি বৃত্তচাপ একেছে এবং মাঝের কিছু জায়গা রঙিন করেছে। হিসাব করে রঙিন জায়গার ক্ষেত্রফল লিখি। ($\sqrt{3} \approx 1.732$ প্রায়)



20. বালুয়া একটি বড়ো কাগজে 21 সেমি. বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ আঁকল। ওই সমবাহু ত্রিভুজের একটি অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করে বৃত্তাকার জায়গাটি বাক্তিন করল। আমি বাক্তিন জায়গার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
21. একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 462 বর্গ সেমি. ত্রিভুজটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।
22. একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 32 সেমি. এবং ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্তের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 38.4 বর্গ সেমি। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
23. 20 সেমি. 5 সেমি. এবং 29 সেমি. বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি। অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্তের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে নির্ণয় করি।
24. জয়া একটি বর্গক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করল। ওই বৃত্তটি আবার একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্ত দ্বারা প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $4\sqrt{3}$ সেমি. বর্গক্ষেত্রটির একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।
25. সুমিত্র একটি তাকে দুটি সমান অংশে কটিল। একটি অংশকে বর্গাকারে ও অপর অংশটিকে বৃত্তাকারে বাঁধল। বৃত্তাকার একটি বর্গাকার তাকটির যেকোনো বর্গ সেমি বেশি জায়গা নিলে তাকটির প্রকৃত দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

26. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (MCQ)

- i. একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল x বর্গ একক, পরিধি y একক ও ব্যাসের দৈর্ঘ্য r একক হলে, $\frac{x}{y^2}$ এর মান
- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) 1 (d) $\frac{1}{8}$
- (ii) একটি বৃত্তের পরিলিখিত ও অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের অনুপাত
- (a) 4 : 1 (b) 1 : 4 (c) 2 : 1 (d) 1 : 2
- (iii) একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্রের পরিধি ও ক্ষেত্রফলের সাংখ্যিক সমান। ওই বৃত্তের পরিলিখিত বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য
- (a) 4 একক (b) 2 একক (c) $4\sqrt{2}$ একক (d) $2\sqrt{2}$ একক
- (iv) একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিলিখিত ও অন্তর্লিখিত বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত
- (a) 4 : 1 (b) 1 : 4 (c) 2 : 1 (d) 1 : 2
- (v) একটি বলদাকৃতি লোহাব পাতের অন্তর্ব্যাস 20 সেমি এবং বহির্ব্যাস 22 সেমি। বলদটিতে লোহাব পাত আছে
- (a) 22 বর্গ সেমি. (b) 44 বর্গ সেমি. (c) 66 বর্গ সেমি. (d) 88 বর্গ সেমি.

27. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

- i. একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 10 % বৃদ্ধি করলে বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পায় হিসাব করি।
- (ii) একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা 50 % হ্রাস করলে, বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস পায় হিসাব করি।
- (iii) একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 1 মিটার। অন্য একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত হলে, তাই ক্ষেত্রফল প্রথম বৃত্তের ক্ষেত্রফলের x গুণ হবে তা হিসাব করে দেখি।
- (iv) 3 সেমি. 4 সেমি. ও 5 সেমি. বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হিসাব করে লিখি।
- v. সমান্তরালবিশিষ্ট একটি টানার পাত থেকে তিনটি বৃত্তাকার চাকতি কাটা নেওয়া হলো। বৃত্তাকার চাকতি তিনটির ব্যাসের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 4 : 5 হলে, তাদের ওজনের অনুপাত কত হিসাব করে দেখি।



19

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি-সরলরেখাংশের অন্তর্বিভক্ত ও বহির্বিভক্ত (CO-ORDINATE GEOMETRY-INTERNAL AND EXTERNAL DIVISION OF STRAIGHT LINE SEGMENT)

একজনকে কবুয়াড়ি খাওয়া ছাড়াওর কিছুদিনের
প্রায়ের মিলনই সাথে ক্রান্তকর বড়ো অসহ্যকরো মাঠে
যাত্রাপাল্য অস্বোভিত্তি হবে। তাহি মাঠটির চন্দ্রদিক
বীশ দিয়ে দেয়া হলে। প্রথমে এই আয়তাকার মাঠের
কর্ণ করাবদ চাষটি বীশ সমান বুরোহ পোতা হবে।



১. যদি A ও B হবার তরে নির্দিষ্ট একটা কোন বিন্দুতে বীশ পোতা হবে।

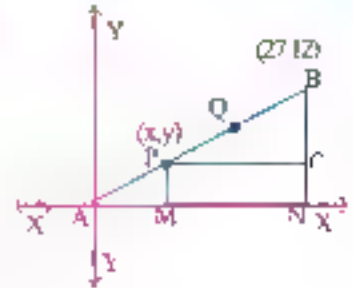
আয়তাকার মাঠটির দৈর্ঘ্য 27 মিটার এবং প্রস্থ 12 মিটার।

মাঠটির দৈর্ঘ্য বরাবর x - অক্ষ ও প্রস্থ বরাবর y - অক্ষ ধরি।

যদি আয়তাকার মাঠটির $A(0,0)$ বিন্দুতে প্রথম বীশ পোতা হলো।

উভয়অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার।

ধরে $B(27,12)$ বিন্দুতে শেষ বীশ পোতা হলো।



A ও B -এর মাঝে সমদূরত্বে দুটি বীশ পোতা হবে।

যদি P ও Q বিন্দু দুটি A ও B বিন্দু দুটির মাঝে এমনভাবে আছে, যাতে $AP = PQ = QB$ হয়।

P , AB সরলরেখাংশকে 1 : 2 অনুপাতে অন্তঃস্থভাবে বিভক্ত করেছে।

আবার Q , AB সরলরেখাংশকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তঃস্থভাবে বিভক্ত করেছে।

২. P ও Q এর সঠিক সন্নিধান বৃত্তান্ত 1 ও 2 এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করাতে হবে। কিন্তু P ও Q এর স্থানাঙ্ক
কীভাবে পাব।

যদি P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y) । P এবং B বিন্দু থেকে x অক্ষের উপর যথাক্রমে PM ও BN রূপ
টানলাম যাযা x অক্ষকে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করল। আবার P বিন্দু থেকে BN এবং উপর PC
সম্মুখ টানলাম যা BN -কে C বিন্দুতে ছেদ করল।

$\triangle PAM$ ও $\triangle BPC$ এর অনুরূপ কোণগুলি সমান।

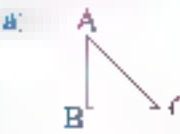
অর্থাৎ $\triangle PAM$ ও $\triangle BPC$ সমৃপকোণী।



দুটি ত্রিভুজ সদৃশকালী হলে তাদের বাহুগুলির মধ্যে কি সম্পর্ক জাছে মোব ?

ধরিয়া তাল যাওয়া যাক, একটি সদৃশকালী ত্রিভুজ এর ক.ক

সে এইকরে,



(b) A

B C E F

(c) A

B C

E F

চিত্র a এবং $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ এর $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ এবং $\angle C = \angle F$.

আমি চিত্র a এর $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ এর বাহুগুলির দৈর্ঘ্য স্কেল নিয়ে মাপে দেখছি

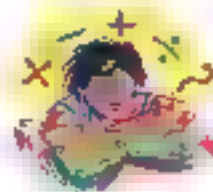
$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = 1$$

অর্থাৎ দেখছি, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

অর্থাৎ দেখছি $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ এর অনুরূপ বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমানুপাতে আছে

চিত্র (b) ও (c) এর ত্রিভুজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য মাপে দেখছি,

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$



আমি অন্য যে কোনো দুটি সদৃশকালী ত্রিভুজ একে দেখছি, ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমানুপাতে আছে [নিজে করি]

সেহেতু, দুটি ত্রিভুজ সদৃশকালী হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমানুপাতে থাকবে

১. যদি ΔPAM ও ΔBPC সদৃশকোণী হয় তবে তাদের অনুরূপ বাহুগুলি সমানুপাতী হয়। এই প্রমাণটি পড়ে জানব।

যেহেতু ΔPAM ও ΔBPC সদৃশকোণী

দুটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলি সমানুপাতী হয়। এই প্রমাণটি পড়ে জানব।

$$\frac{PA}{BP} = \frac{AM}{PC} = \frac{PM}{BC}$$

অর্থাৎ $\frac{PA}{BP} = \frac{AM}{PC}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{x}{27-x}$

বা $27-x = 2x$

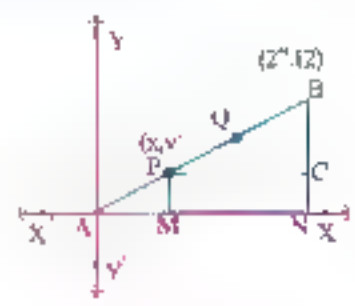
$x = 9$

অর্থাৎ $\frac{PA}{BP} = \frac{PM}{BC}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{y}{12-y}$

বা $12-y = 2y$

$y = 4$ + P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (9,4)



২. একটি ΔABC ত্রিভুজের A ও B বিন্দুদ্বয়ের সমন্বয়সংখ্যা $(2,3)$ ও $(4,5)$ । P বিন্দু AB এর মধ্যবিন্দু। P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

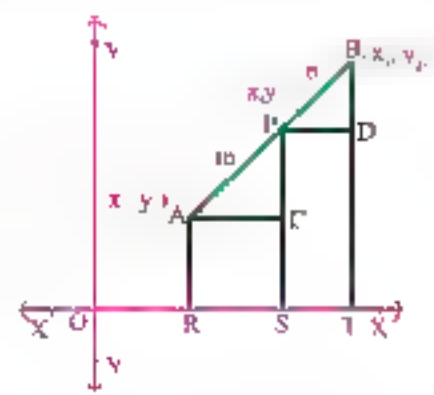
৩. যদি একইকক্ষতরন Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x,y) হয় A ও B বিন্দুদ্বয়ের সমন্বয়সংখ্যা $(2,3)$ ও $(4,5)$ । Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

৪. যদি $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ যে-ও-একটি বিন্দুদ্বয়ের সমন্বয়সংখ্যা $P(x, y)$ বিন্দু AB এর মধ্যবিন্দু। P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

ধরি, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

A, B ও P বিন্দু থেকে x অক্ষের উপরে যথাক্রমে AR, PS ও BT তিনটি লম্ব অঙ্কন করলাম। যা x অক্ষকে যথাক্রমে R, S এবং T বিন্দুতে ছেদ করল।

A এবং P বিন্দু থেকে PS এবং BT এর উপর যথাক্রমে AC এবং PD দুটি লম্ব অঙ্কন করলাম যারা PS এবং BT কে যথাক্রমে C এবং D বিন্দুতে ছেদ করল।



সেখাছি, ΔPAC ও ΔPBD সদৃশকোণী

ΔPAC ও ΔPBD সদৃশ। অর্থাৎ তাদের অনুরূপ বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমানুপাতে আছে।

সুতরাং, $\frac{PA}{PB} = \frac{AC}{BD} = \frac{PC}{PD} \dots\dots\dots (i)$



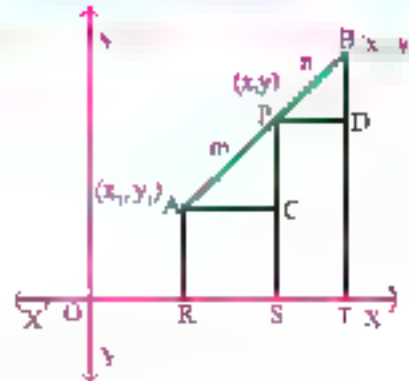
যেহেতু A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে x_1, y_1 এবং x_2, y_2

$$AC = RS = OS - OR = x - x_1$$

$$PD = ST = OT - OS = x_2 - x$$

$$PC = PS = CS = PS = AR = y - y_1$$

$$BD = BT = DT = BT = PS = y_2 - y$$



সূত্রটি (১) থেকে পাই $\frac{m}{n} = \frac{x - x_1}{x_2 - x} = \frac{y - y_1}{y_2 - y}$

এখানে, $\frac{m}{n} = \frac{x - x_1}{x_2 - x}$

বা $mx_2 - mx = nx - nx_1$

বা $mx_2 - nx = mx - nx_1$

বা $x(m + n) = mx_2 + nx_1$

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n}$$

আবার $\frac{m}{n} = \frac{y - y_1}{y_2 - y}$

বা $my_2 - my = ny - ny_1$

বা $my_2 + ny = my + ny_1$

বা $my_2 + ny = y(m + n)$

$$y = \frac{my_1 + ny_2}{m + n}$$

সেলায় যে বিন্দু $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ এর সংযুক্ত সরলরেখাংশকে $m : n$ অনুপাতে অন্তঃস্থভাবে বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক

$$\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m + n}, \frac{my_2 + ny_1}{m + n} \right)$$

একে বিভাজক সূত্র (Section Formula) বলা হয়।

যদি P বিন্দুটি $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু হয়, অর্থাৎ সেক্ষেত্রে $m = n = 1$ অনুপাতে AB-এর সংযুক্ত সরলরেখাংশকে অন্তঃস্থভাবে ছেদ করলে এবং সেক্ষেত্রে P বিন্দুটির স্থানাঙ্ক হবে,

$$\left(\frac{1 \cdot x_2 + 1 \cdot x_1}{1 + 1}, \frac{1 \cdot y_2 + 1 \cdot y_1}{1 + 1} \right) \quad \text{এখানে } m = 1, n = 1$$

$$= \left(\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2} \right)$$

অর্থাৎ x, y এবং x_1, y_1 বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক

$$\left(\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2} \right)$$

- ৫) আমি $(6, 4)$ এবং $(7, 5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশকে যে বিন্দু $3 : 2$ অনুপাতে ভাগ করতে
বিভক্ত করলে তার স্থানাঙ্ক হিসাব করে লিখি।

যে বিন্দু $(6, 4)$ ও $(7, 5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশকে $3 : 2$ অনুপাতে ভাগ করতে হবে বিভক্ত করেছি

$$\begin{aligned}\text{তার স্থানাঙ্ক} &= \left(\frac{3 \times 7 + 2 \times 6}{3 + 2}, \frac{3 \times 5 + 2 \times 4}{3 + 2} \right) \\ &= \left(\frac{33}{5}, \frac{27}{5} \right) \\ &= 6.6, 5.4\end{aligned}$$

- ৬) $(4, 5)$ এবং $(7, 5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশকে যে বিন্দু $3 : 4$ অনুপাতে ভাগ করতে হবে
বিভক্ত করে ছেদ স্থানাঙ্ক $\left[\quad \right]$ লিখে নিজে হিসাব করে লিখি।

- ৭) যদি $A(2, 5)$ এবং $B(8, 5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশকে P বিন্দু $2 : 3$ অনুপাতে বহিঃস্থে ভাগ
বিভক্ত করে তখন তার ঠিক P বিন্দুর স্থানাঙ্ক হিসাব করে লিখি।

যদি P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

A, B ও P বিন্দু থেকে x অক্ষের উপর যথাক্রমে AR, BS ও PT
লম্ব টানলাম যারা x অক্ষকে যথাক্রমে R, S ও T বিন্দুতে ছেদ করল।

আবার A ও B বিন্দু থেকে BS ও PT এর উপর যথাক্রমে
 AD ও BC লম্ব টানলাম যারা BS ও PT কে যথাক্রমে D ও C
বিন্দুতে ছেদ করল। বর্ধিত AD, PT কে E বিন্দুতে ছেদ করল
যেহেতু BS ও PT সমান্তরাল এবং AD, BS এর উপর লম্ব
সুতরাং AE, PT এর উপর লম্ব।

$\triangle APE$ ও $\triangle BPC$ সদৃশকোণী

$\triangle APE$ ও $\triangle BPC$ সদৃশ।

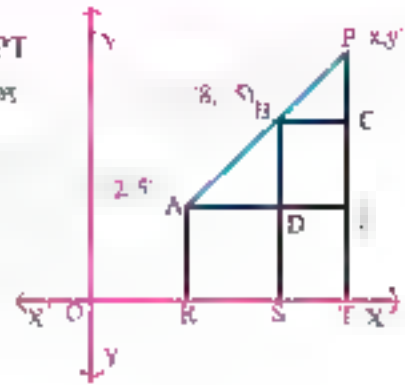
অর্থাৎ, ত্রিভুজটির অনুরূপ বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমানুপাতী

$$\begin{aligned}\frac{AP}{BP} &= \frac{AE}{BC} = \frac{PE}{PC} \\ \frac{3}{2} &= \frac{x-2}{x-8} = \frac{y-5}{y-15}\end{aligned}$$

$$\text{এখান } \frac{3}{2} = \frac{x-2}{x-8} \text{ এবং } \frac{3}{2} = \frac{y-5}{y-15}$$

$$x = \quad \text{এবং } y = \quad$$

P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(20, 35)$



भन्ति P सिंगुलर स्थानावक (x, y)

সুতরাং, AE, PT এর উপরও লম্ব

Δ AEP ও Δ BCP সমকোণী। সুতরাং ত্রিভুজটির অনুরূপ বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান।

এসে, $AF = RT = QT$ $OR = x$ x

$$BC = ST = OT \quad OS = x \quad x.$$

प्रतिफल, $PE = PT$ $TE = PT$ $AR = y$ y

$$P(\cdot) = P'(\cdot) \quad C_{\pm} = P'_{\pm} \quad BS = \psi \quad \psi_T$$

$$\text{अंतरांतर} \quad m = \frac{x - x_1}{x - x_2}$$

आंकान. $\frac{m}{n} = \frac{y}{x}$

বা, $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} = \sec x$.

$$\text{वा. मय मय} = \text{मय नय}$$

२१) $\max_{x \in X} f(x) = \min_{y \in Y} g(y)$ तब

य॑ म॒य्य॑ अ॒य्य॑ इ॒य्य॑ न्य

$$\text{বা. } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

दा $y_1(n)$ तथा $y_2(n) = ny_1(n)$

$$x = \frac{10x}{10} = \frac{10x}{10}$$

$$\gamma = \frac{\pi \pi \gamma_7}{\pi \pi} \frac{\pi \pi \gamma_7}{\pi \pi}$$

যে বিন্দু x_1 এর x_2 বিন্দুটির সমান্তরাল সরলরেখা থাকে m n অনুপাতে
বহিস্থতাংশ বিভক্ত করে। তার সমীকরণ

$$\begin{pmatrix} m_x & n_x & m_y & n_y \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

9. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ হয় তাহলে P মিলিত স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি যা A ও B উভয়টিরই মূল 3। 2 অনুপাতে বহিঃস্থভাবে বিভক্ত করে।

- নীচের বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশগুলি যে বিন্দুতে প্রান্ত অনুপাতে বিভক্ত তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি
(i) $(6, 14)$ এবং $(8, 10)$; 3 : 4 অনুপাতে অন্তঃস্থভাবে।
(ii) $(5, 7)$ এবং $(7, 2)$; 2 : 3 অনুপাতে অন্তঃস্থভাবে।
(iii) $(1, 2)$ এবং $(4, 5)$; 3 : 2 অনুপাতে বহিঃস্থভাবে।
(iv) $(3, 2)$ এবং $(6, 5)$; 2 : 1 অনুপাতে বহিঃস্থভাবে।
- নীচের প্রত্যেক বিন্দুগুলোর সংযোজক সরলরেখাংশগুলির মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :
(i) $(5, 4)$ এবং $(3, 4)$ (ii) $(6, 0)$ এবং $(0, 7)$
১. 3) বিন্দুটি 4 : 6 ও 3 : 5 বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশকে কী অনুপাতে বিভক্ত করেছে হিসাব করে লিখি।
- $(7, 3)$ ও $(9, 6)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশ y -অক্ষ দ্বারা কী অনুপাতে বিভক্ত হয়েছে হিসাব করে লিখি।
- প্রমাণ করি যে A $(7, 3)$, B $(9, 1)$, C $(10, 2)$ এবং D $(8, 9)$ বিন্দুগুলি পরস্পর যুক্ত করলে একটি সামান্তরিক গঠিত হবে।
- যদি $A(2, 6)$, $B(3, 1)$, $C(4, 5)$ এবং $D(5, 9)$ বিন্দুগুলি পরস্পর যুক্ত করলে একটি সামান্তরিক গঠিত হয় তাহলে (x, y) কত হবে হিসাব করে লিখি।
- যদি (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) , (x_3, y_3) এবং (x_4, y_4) বিন্দুগুলি পরস্পর যুক্ত করলে একটি সামান্তরিক গঠিত হয় তাহলে প্রমাণ করি যে $x_1 + x_3 = x_2 + x_4$ এবং $y_1 + y_3 = y_2 + y_4$ ।
- ABC ত্রিভুজের A, B ও C শীর্ষবিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(1, 3)$, $(1, -1)$ এবং $(5, 1)$ । AD মধ্যমার দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।
- একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(2, 4)$, $(6, 2)$ এবং $(4, 2)$ । ত্রিভুজটির তিনটি মধ্যমার দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।
- একটি ত্রিভুজের বাহুগুলির মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(4, 3)$, $(2, 7)$ এবং $(0, 1)$ । ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক হিসাব করে লিখি।

১. নতুন নিরূপণ প্রশ্ন (N.C.Q.)

- $(-2m, 2)$ এবং $(-1 + 2m, 2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক
(a) $(4, m)$ (b) $(4, m)$ (c) $(m, 4)$ (d) $(m, 4)$
- A $(1, 5)$ এবং B $(4, 7)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশকে P বিন্দু অন্তঃস্থভাবে 2 : 3 অনুপাতে বিভক্ত করলে P বিন্দুর ভূজ
(a) 1 (b) 11 (c) 1 (d) 11



(iii) একটি বৃত্তের ব্যাসের প্রান্তবিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক $(7, 9)$ এবং $(1, 3)$ বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক

- (a) $(3, 3)$ (b) $(4, 6)$ (c) $(3, 3)$ (d) $(4, 6)$

iv) $2, 5$ এবং $3, 2$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশকে একটি বিন্দু E অনুপাতে বহিঃস্থভাবে বিভক্ত করেছে। ওই বিন্দুর কোটি

- (a) 18 (b) 7 (c) 18 (d) 7

v) PQRS সমান্তরালিকের $P(1, 2)$, $Q(4, 6)$, $R(5, 7)$ এবং $S(x, y)$ লীঘবিন্দু হলে

- (a) $x=2, y=4$ (b) $x=3, y=4$ (c) $x=2, y=3$ (d) $x=2, y=5$

১.২. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

- একটি বৃত্তের কেন্দ্র C এবং ব্যাস AB । A এবং C বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(6, 7)$ এবং $(5, 2)$ হলে, B বিন্দুর স্থানাঙ্ক হিসাব করে লিখি।
- P ও Q বিন্দু যথাক্রমে প্রথম ও তৃতীয় পাঁদে অবস্থিত এবং x -অক্ষ ও y -অক্ষ থেকে বিন্দুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দূরত্ব যথাক্রমে 6 একক এবং 4 একক। PQ সরলরেখাংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি।
- A ও B বিন্দু যথাক্রমে দ্বিতীয় ও চতুর্থ পাঁদে অবস্থিত এবং x -অক্ষ ও y -অক্ষ থেকে বিন্দুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দূরত্ব যথাক্রমে 8 একক ও 6 একক। AB সরলরেখাংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি।
- AB সরলরেখাংশের উপর P একটি বিন্দু এবং $AP = PB$ । A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(3, 4)$ এবং $(5, 2)$ । P বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি।
- $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের বাহুগুলি অক্ষদ্বয়ের সমান্তরালে। B এবং D বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(7, 3)$ এবং $(2, 6)$ । A ও C বিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক এবং AC কর্ণের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি।

আজ আমরা নবম ও দশম শ্রেণির বসবাস ছক কাগজে ছাড়াই নবান্ন শরনের বিন্দু নিয়ে কিছু মজার খেলা তৈরির চেষ্টা করব। সেইজন্য শাম শ্রমের বোর্ডিং গেমস ও গেরা শব্দে ক্রাসওয়ার্ডের একটি বোর্ডে অনেকগুলি বিন্দুর স্থানাঙ্ক দিচ্ছি।

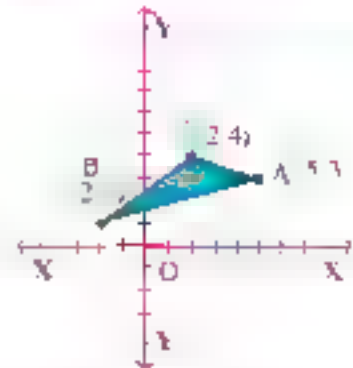


১. খণ্ডে আমি ও বিবেক পাশের বোর্ডে কিছু বিন্দু আঁকব ও তাদের মধ্যে দূরত্ব নির্ণয় করে বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক $A(5, 3)$ ও $B(2, 1)$ আমি বোর্ডে A ও B বিন্দু আঁকি ও AB সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

$$\begin{aligned} AB \text{ সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(5 - 2)^2 + (3 - 1)^2} \text{ একক} \\ &= \sqrt{49 + 4} \text{ একক} = \sqrt{53} \text{ একক} \end{aligned}$$

বলু আর একটি বিন্দু $C(2, 4)$ আঁকল।

আমি A, B ও C বিন্দু তিনটি যোগ করে একটি $\triangle ABC$ করলাম।



২. কিন্তু $\triangle ABC$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কীভাবে বের করব।

AB, BC ও CA বাহুর দৈর্ঘ্য যেনে হেরনের সূত্রের সাহায্যে $\triangle ABC$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারি। এছাড়া ভূমি ও উচ্চতা জানা থাকলে ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$ এর সাহায্যে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারি।

৩. তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক জানা থাকলে সহজ কীভাবে ওই তিনটি বিন্দুকে একটি স্কেলের তিনটি শীর্ষবিন্দু করে ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারব ছবি এঁকে খুঁজি।

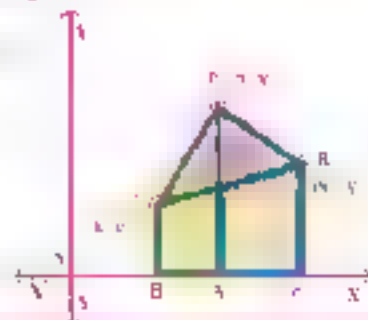
ধরি $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ এবং $R(x_3, y_3)$ যে কোনো তিনটি বিন্দু। P, Q ও R থেকে x -অক্ষের উপর যথাক্রমে PA, QB ও RC তিনটি লম্ব অঙ্কন করলাম যার x -অক্ষকে যথাক্রমে A, B ও C বিন্দুতে ছেদ করল।

আমি ছবি থেকে দেখছি

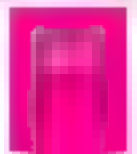
$\triangle PQR$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= QBAP$ ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $+ PACR$

ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $- QBCR$ ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল



ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times (\text{সমান্তরাল বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি}) \times \text{উচ্চতা}$ অর্থাৎ $\frac{1}{2} \times (b_1 + b_2) \times h$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} QB + PA \times BA + \frac{1}{2} (PA + RC) AC - \frac{1}{2} (QB + RC) \times BC \\
 &= \frac{1}{2} (y_2 + y_1) \times (x_2 - x_1) + \frac{1}{2} (y_1 + y_3) \times (x_3 - x_1) - \frac{1}{2} (y_2 + y_3) \times (x_3 - x_1) \\
 &= \frac{1}{2} \times (y_2 + y_1) \times (x_2 - x_1) + \frac{1}{2} (y_1 + y_3) \times (x_3 - x_1) - \frac{1}{2} (y_2 + y_3) \times (x_3 - x_1) \\
 &= \frac{1}{2} \{ x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) \}
 \end{aligned}$$

পেন্থি, ΔPQR ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \{ x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) \} \quad (1)$$

৪. অর্থঃ নং সূত্রের লব্ধিমাধ্যমে $A(5, 3)$, $B(-2, 4)$ ও $C(3, 1)$ বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত একত্রাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

ΔABC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \{ 5(4 - 1) + (-2)(1 - 3) + 3(3 - 4) \} \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} \{ 15 - 2 + 4 \} \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{17}{2} \text{ বর্গ একক} = 6\frac{1}{2} \text{ বর্গ একক}
 \end{aligned}$$

এখানে

$$\begin{aligned}
 (x_1, y_1) &= (5, 3) \\
 (x_2, y_2) &= (-2, 1) \\
 \text{এবং } (x_3, y_3) &= (3, 4)
 \end{aligned}$$

১. ΔABC এর ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা হল।
২. ΔABC এর ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা হল।



মনি মন্ডির কী সাধারণ বিপরীত দিকের মতোমতো হল।
 ΔABC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কী পোষ্য দেখি।

ΔABC এর ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \{ 5(4 - 1) + 2(1 - 3) + (-2)(3 - 4) \} \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} \{ 15 - 2 + 2 \} \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} \times 15 \text{ বর্গ একক} = 6\frac{1}{2} \text{ বর্গ একক}
 \end{aligned}$$

কোনো বিন্দুগুণিত যন্ত্রের বিন্দুগুণিত দিকে নিলে ΔABC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বর্গাকার হবে।

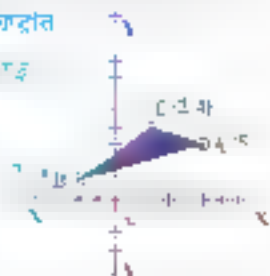
তাই (১) নং সূত্র ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$\frac{1}{2} \{ x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) \}$ লেখা হয়।
(modulus) বা সংকেতমণ্ড (mod) বলা হয়।

x এর অর্থ, $|x| = x$ যখন $x \geq 0$
 $= -x$ যখন $x < 0$

যেমন $5 = 5$

এবং $-5 = -(5) = -5$



এক্ষেত্রে

$$\begin{aligned}
 (x_1, y_1) &= (5, 3) \\
 (x_2, y_2) &= (-2, 4) \\
 \text{এবং } (x_3, y_3) &= (3, 1)
 \end{aligned}$$

যেহেতু, ক্ষেত্রফলের মান ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\Delta ABC \text{ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = 6\frac{1}{2} \text{ বর্গ একক}$$



- 5) P (১, ১), Q (৪, ৪) এবং R (১, ২) বিন্দুগুলি নির্ণীত চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

$$\Delta PQR \text{ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} [3 \times 4 + 2 \times 4 + 5 \times 5 - 4] \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} [12 + 8 + 5] \text{ বর্গ একক} = 11 \frac{1}{2} \text{ বর্গ একক}$$

- 6) প্রমাণ করি যে (১, ৩) ও (০, ৫) বিন্দুগুলি সমান্তরাল।

এনি $\vec{AB} = (2, 3) - (1, 3) = (1, 0)$ এবং $\vec{AC} = (0, 5) - (1, 3) = (-1, 2)$

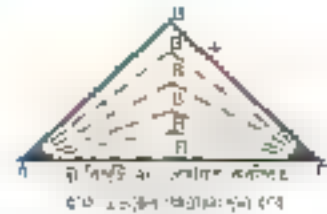
(১, ৩) (২, ৩) ও (০, ৫) বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে

$$\Delta ABC \text{ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}$$

$$= \frac{1}{2} [1(3-5) + 2(5-4) + 0(4-3)] \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} [-2 + 2 + 0] \text{ বর্গ একক} = 0 \text{ বর্গ একক}$$

(১, ৩), (২, ৩) ও (০, ৫) বিন্দু তিনটি সমরেখ



সুতরাং $\vec{AB} = (2, 3) - (1, 3) = (1, 0)$ এবং $\vec{AC} = (0, 5) - (1, 3) = (-1, 2)$ বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে যদি

$$x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0 \text{ হবে}$$

- 7) প্রমাণ করি যে (৩, ১), (০, ৩) এবং (১, ২) বিন্দুগুলি সমান্তরাল। নির্ণয় করি

- 8) (১, ৪), (২, ১) এবং (৩, ২) বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত। সমাধান হলে y এর মান কত হতে পারে হিসাব করে লিখি।

এনি, A বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (০, ৪), B বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (১, ১) এবং C বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (৩, ২)

যেহেতু A, B ও C সমরেখ

$$0 \times (1-2) + 1 \times (2+4) + 3 \times (4-1) = 0$$

$$\text{বা } 6 + 2 + 3y = 0$$

$$\text{বা } 3y = -8$$

$$y = -\frac{8}{3}$$

$y = -\frac{8}{3}$ হলে A, B ও C বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় থাকবে।

- 9) একটি চতুর্ভুজের পরপর ক্রমিক বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (২, ১), (১, ১), (৩, ৩) এবং (০, ১)।

চতুর্ভুজকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

এনি A বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (২, ১), B বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (১, ১), C বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (৩, ৩)

এবং D বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (০, ১)

AC কর্ণটানলম্ব

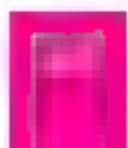
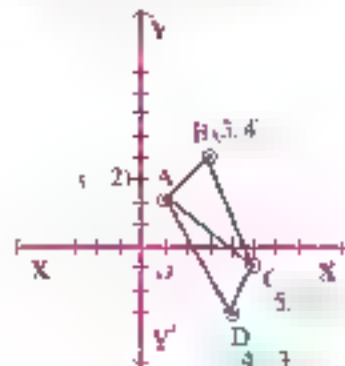
ΔABC ও ΔACD দুটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র গঠায়

ΔABC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} [1 \times (4+1) + 3 \times (2+1) + 5 \times (2-4)] \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} [5 + 9 - 10] \text{ বর্গ একক}$$

$$= 2 \text{ বর্গ একক} = 2 \text{ বর্গ একক}$$



আবার ΔACD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = \square বর্গ একক $(\frac{1}{2} \times 4 \times 3)$

$ABCD$ চতুর্ভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $7 + 5 \frac{1}{2}$ বর্গ একক = $12 \frac{1}{2}$ বর্গ একক

ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} x_1(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_3) + x_3(y_2 - y_1)$$

$$= \frac{1}{2} (x_1y_2 + x_2y_1 + x_3y_2 - (y_1x_1 + y_2x_2 + y_3x_3))$$



একইভাবে, চতুর্ভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} (x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 - x_4y_1 - (y_1x_2 + y_2x_3 + y_3x_4 + y_4x_1))$$



$$= \frac{1}{2} (x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1 - (y_1x_2 + y_2x_3 + y_3x_4 + y_4x_1))$$

n -সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} (x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + \dots + x_ny_1 - (y_1x_2 + y_2x_3 + y_3x_4 + \dots + y_nx_1))$$



10 ABC ত্রিভুজের A , B ও C বিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(2, 5)$, $(4, 3)$ এবং $(1, 2)$

ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কীভাবে পাব দেখি

যদি, BC বাহুর মধ্যবিন্দু D ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র G , AD মধ্যমার উপর অবস্থিত

আবার $AG : GD = 2 : 1$

যদি G বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

$$BC \text{ বাহুর মধ্যবিন্দু } D\text{-এর স্থানাঙ্ক} = \left(\frac{4+6}{2}, \frac{3+2}{2} \right) = \left(5, \frac{5}{2} \right)$$



G বিন্দু AD মধ্যমাতে $2 : 1$ অনুপাতে অন্তঃস্থভাবে বিভক্ত করেছে।

$$\text{সুতরাং, } x = \frac{2 \times 1 + 1 \times (5)}{2 + 1} \quad \text{বা } x = \frac{2 + 5}{3} \quad \therefore x = 0$$

$$\text{আবার, } y = \frac{2 \times \frac{5}{2} + 1 \times 5}{2 + 1} \quad \text{বা } y = \frac{5 + 5}{3} \quad y = 0$$

সুতরাং ΔABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র G -এর স্থানাঙ্ক $(0, 0)$

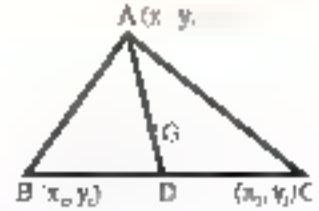
- 11) ABC ত্রিভুজের A, B ও C বিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (x, y) , (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) হলে ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কী হবে দেখি।

ধরি, BC বাহুর মধ্যবিন্দু D, ভরকেন্দ্র G, AD মধ্যমাণ্ড উপর অবস্থিত এবং $AG : GD = 2$

ধরি, ভরকেন্দ্র G-এর স্থানাঙ্ক (x, y)

$$D \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

G বিন্দু AD মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তঃস্থভাবে বিভক্ত করেছে।



$$\text{সুতরাং, } x = \frac{2 \times \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right) + 1 \times x}{2 + 1}$$

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x}{3}$$

$$\text{আবার, } y = \frac{2 \times \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right) + 1 \times y}{2 + 1}$$

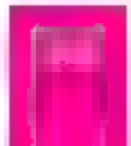
$$y = \frac{y_1 + y_2 + y}{3}$$

$$\therefore \text{ ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক} = \left(\frac{x_1 + x_2 + x}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y}{3} \right)$$

(ii) নং সূত্রের সাহায্যে (7, 5), (2, 5) এবং (4, 6) বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি। [নিজে করি]

• কবে দেখি—

- নীচের শীর্ষবিন্দুনির্দিষ্ট ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল প্রতিক্ষেত্রে নির্ণয় করি।
(i) $(2, -2)$, $(4, 2)$ এবং $(-1, 3)$
(ii) $(8, 9)$, $(2, 6)$ এবং $(9, 2)$
(iii) $(1, 2)$, $(3, 0)$ এবং মূলবিন্দু
- প্রমাণ করি যে $(3, -2)$, $(5, 4)$ এবং $(1, 1)$ বিন্দু তিনটি সমরেখ।
- K-এর মান কত হলে, $(1, -1)$, $(2, 1)$ এবং $(K, 1)$ বিন্দুত্রয় একই সরলরেখায় থাকবে হিসাব করে দেখি।
- প্রমাণ করি যে $(1, 2)$ এবং $(2, 4)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা মূলবিন্দুগামী।
- প্রমাণ করি যে $(2, 1)$ এবং $(6, 5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশের মধ্যবিন্দু $(4, 3)$ ও $(9, 8)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশের উপর অবস্থিত।
- নীচের প্রতিক্ষেত্রে প্রদত্ত বিন্দু চারটির সংযোগ গঠিত চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।
(i) $(1, 1)$, $(3, 4)$, $(5, 2)$, $(4, 7)$ (ii) $(-4, 1)$, $(2, 1)$, $(2, 3)$, $(3, 3)$
- A, B, C বিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(3, 4)$, $(4, 3)$ এবং $(8, 6)$, ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি এবং A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর সঙ্গত দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।



8. ABC ত্রিভুজের A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 5)$ এবং ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(2, 1)$ হলে, BC বাহুর মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি

9. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(4, -3)$, $(5, 2)$ এবং (x, y) । যদি ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র মূলবিন্দু হয়, তাহলে x ও y -এর মান নির্ণয় করি

10. $A(1, 5)$, $B(3, 1)$ এবং $C(5, 7)$ ত্রিভুজ $\triangle ABC$ -এর শীর্ষবিন্দু D, E, F যথাক্রমে BC, CA ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু। DEF ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি এবং দেখাই যে $\triangle ABC = 4\triangle DEF$

11. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.)

- (i) $(0, 4)$, $(0, 0)$ এবং $(-6, 0)$ বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
 (a) 24 বর্গ একক (b) 12 বর্গ একক (c) 6 বর্গ একক (d) 8 বর্গ একক
- (ii) $(7, -5)$, $(2, 5)$ এবং $(4, 6)$ বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক
 (a) $(3, 2)$ (b) $(2, 3)$ (c) $(3, 2)$ (d) $(2, 3)$
- (iii) ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle ABC = 90^\circ$ । A ও C বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(0, 4)$ এবং $(3, 0)$ হলে ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
 (a) 12 বর্গ একক (b) 6 বর্গ একক (c) 24 বর্গ একক (d) 8 বর্গ একক।
- (iv) $(0, 0)$, $(4, -3)$ এবং (x, y) বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে
 (a) $x = 8, y = -6$ (b) $x = 8, y = 6$ (c) $x = 4, y = -6$ (d) $x = -8, y = -6$
- (v) ABC ত্রিভুজের A শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(7, -4)$ এবং ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(1, 2)$ হলে, BC বাহুর মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক
 (a) $(2, 5)$ (b) $(-2, 5)$ (c) $(2, -5)$ (d) $(5, 2)$

12. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

- (i) ABC ত্রিভুজের বাহুগুলির মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, 1)$, $(1, 1)$ এবং $(1, 0)$ । ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি
- (ii) একটি ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(6, 9)$ এবং দুটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(5, 0)$ এবং $(0, 0)$ । তৃতীয় শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি
- (iii) (a) $(0, 1)$ (b) $(1, 1)$ এবং $(1, 1)$ বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে দেখাই যে $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$
- (iv) $(1, 4)$, $(1, 2)$ এবং $(-4, 1)$ বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি
- (v) $x = y$, $y = z$ এবং $x = y$ এবং $y = z$ বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক লিখি



21

লগারিদম (LOGARITHM)

আমার বন্ধু ভাগ্যত একটি কালো স্কেলার চার্ট পেপারে অনেকগুলি সংখ্যা লিখে প্রেক্ষাগৃহের স্ক্রিনে টাইমিং দিয়েছে। আমরা এই চার্টে লেখা সংখ্যাগুলি নিয়ে এক মজার খেলা খেলব। আমার বন্ধু বুল ব্র্যাকবোর্ডে একটি সংখ্যা 2 লিখল। আমার ভাগ্যত তৈরি চার্ট পেপার যে কোনো একটি সংখ্যা বোর্ডে লিখা এবং সেই সংখ্যাটি 2 এর কোন ঘাতের আধিক নির্ণয় করার চেষ্টা করব।



মজারিন 2 এর পাশে চার্ট পেপার থেকে 8 সংখ্যাটি বোর্ডে লিখল।



আমি 2 এর কোন ঘাতে 8 পাবো দেখি।

$$2^3=8$$

এবার মজারিন 2 এর পাশে চার্ট পেপার থেকে 64 সংখ্যাটি বোর্ডে লিখল।

2 কে কোন ঘাতে উন্নীত করলে 64 পাবো হিসাব করি।

$$\text{ধরি, } 2^x = 64 = 2^6$$

$$x = 6$$

বুঝছি ৬ এর ঘাতের ৬৪।

এবার মজারিন 2 এর পাশে চার্ট পেপার থেকে 7 সংখ্যাটি লিখেছে।

আমি 2 কে কোন ঘাতে উন্নীত করলে 7 পাব দেখি।

$$\text{ধরি, } 2^x = 7 \quad (1)$$



যদি $x = 1$ এর ক্ষেত্রে $2^1 = 2$ এবং $x = 2$ এর ক্ষেত্রে $2^2 = 4$ হয় তবে $x = 3$ এর ক্ষেত্রে $2^3 = 8$ হয়। $x = 4$ এর ক্ষেত্রে $2^4 = 16$ হয়। $x = 5$ এর ক্ষেত্রে $2^5 = 32$ হয়। $x = 6$ এর ক্ষেত্রে $2^6 = 64$ হয়। $x = 7$ এর ক্ষেত্রে $2^7 = 128$ হয়। $x = 8$ এর ক্ষেত্রে $2^8 = 256$ হয়। $x = 9$ এর ক্ষেত্রে $2^9 = 512$ হয়। $x = 10$ এর ক্ষেত্রে $2^{10} = 1024$ হয়। $x = 11$ এর ক্ষেত্রে $2^{11} = 2048$ হয়। $x = 12$ এর ক্ষেত্রে $2^{12} = 4096$ হয়। $x = 13$ এর ক্ষেত্রে $2^{13} = 8192$ হয়। $x = 14$ এর ক্ষেত্রে $2^{14} = 16384$ হয়। $x = 15$ এর ক্ষেত্রে $2^{15} = 32768$ হয়। $x = 16$ এর ক্ষেত্রে $2^{16} = 65536$ হয়। $x = 17$ এর ক্ষেত্রে $2^{17} = 131072$ হয়। $x = 18$ এর ক্ষেত্রে $2^{18} = 262144$ হয়। $x = 19$ এর ক্ষেত্রে $2^{19} = 524288$ হয়। $x = 20$ এর ক্ষেত্রে $2^{20} = 1048576$ হয়। $x = 21$ এর ক্ষেত্রে $2^{21} = 2097152$ হয়। $x = 22$ এর ক্ষেত্রে $2^{22} = 4194304$ হয়। $x = 23$ এর ক্ষেত্রে $2^{23} = 8388608$ হয়। $x = 24$ এর ক্ষেত্রে $2^{24} = 16777216$ হয়। $x = 25$ এর ক্ষেত্রে $2^{25} = 33554432$ হয়। $x = 26$ এর ক্ষেত্রে $2^{26} = 67108864$ হয়। $x = 27$ এর ক্ষেত্রে $2^{27} = 134217728$ হয়। $x = 28$ এর ক্ষেত্রে $2^{28} = 268435456$ হয়। $x = 29$ এর ক্ষেত্রে $2^{29} = 536870912$ হয়। $x = 30$ এর ক্ষেত্রে $2^{30} = 1073741824$ হয়। $x = 31$ এর ক্ষেত্রে $2^{31} = 2147483648$ হয়। $x = 32$ এর ক্ষেত্রে $2^{32} = 4294967296$ হয়। $x = 33$ এর ক্ষেত্রে $2^{33} = 8589934592$ হয়। $x = 34$ এর ক্ষেত্রে $2^{34} = 17179869184$ হয়। $x = 35$ এর ক্ষেত্রে $2^{35} = 34359738368$ হয়। $x = 36$ এর ক্ষেত্রে $2^{36} = 68719476736$ হয়। $x = 37$ এর ক্ষেত্রে $2^{37} = 137438953472$ হয়। $x = 38$ এর ক্ষেত্রে $2^{38} = 274877906944$ হয়। $x = 39$ এর ক্ষেত্রে $2^{39} = 549755813888$ হয়। $x = 40$ এর ক্ষেত্রে $2^{40} = 1099511627776$ হয়। $x = 41$ এর ক্ষেত্রে $2^{41} = 2199023255552$ হয়। $x = 42$ এর ক্ষেত্রে $2^{42} = 4398046511104$ হয়। $x = 43$ এর ক্ষেত্রে $2^{43} = 8796093022208$ হয়। $x = 44$ এর ক্ষেত্রে $2^{44} = 17592186044416$ হয়। $x = 45$ এর ক্ষেত্রে $2^{45} = 35184372088832$ হয়। $x = 46$ এর ক্ষেত্রে $2^{46} = 70368744177664$ হয়। $x = 47$ এর ক্ষেত্রে $2^{47} = 140737488355328$ হয়। $x = 48$ এর ক্ষেত্রে $2^{48} = 281474976710656$ হয়। $x = 49$ এর ক্ষেত্রে $2^{49} = 562949953421312$ হয়। $x = 50$ এর ক্ষেত্রে $2^{50} = 1125899906842624$ হয়। $x = 51$ এর ক্ষেত্রে $2^{51} = 2251799813685248$ হয়। $x = 52$ এর ক্ষেত্রে $2^{52} = 4503599627370496$ হয়। $x = 53$ এর ক্ষেত্রে $2^{53} = 9007199254740992$ হয়। $x = 54$ এর ক্ষেত্রে $2^{54} = 18014398509481984$ হয়। $x = 55$ এর ক্ষেত্রে $2^{55} = 36028797018963968$ হয়। $x = 56$ এর ক্ষেত্রে $2^{56} = 72057594037927936$ হয়। $x = 57$ এর ক্ষেত্রে $2^{57} = 144115188075855872$ হয়। $x = 58$ এর ক্ষেত্রে $2^{58} = 288230376151711744$ হয়। $x = 59$ এর ক্ষেত্রে $2^{59} = 576460752303423488$ হয়। $x = 60$ এর ক্ষেত্রে $2^{60} = 1152921504606846976$ হয়। $x = 61$ এর ক্ষেত্রে $2^{61} = 2305843009213693952$ হয়। $x = 62$ এর ক্ষেত্রে $2^{62} = 4611686018427387904$ হয়। $x = 63$ এর ক্ষেত্রে $2^{63} = 9223372036854775808$ হয়। $x = 64$ এর ক্ষেত্রে $2^{64} = 18446744073709551616$ হয়। $x = 65$ এর ক্ষেত্রে $2^{65} = 36893488147419103232$ হয়। $x = 66$ এর ক্ষেত্রে $2^{66} = 73786976294838206464$ হয়। $x = 67$ এর ক্ষেত্রে $2^{67} = 147573952589676412928$ হয়। $x = 68$ এর ক্ষেত্রে $2^{68} = 295147905179352825856$ হয়। $x = 69$ এর ক্ষেত্রে $2^{69} = 590295810358705651712$ হয়। $x = 70$ এর ক্ষেত্রে $2^{70} = 1180591620717411303424$ হয়। $x = 71$ এর ক্ষেত্রে $2^{71} = 2361183241434822606848$ হয়। $x = 72$ এর ক্ষেত্রে $2^{72} = 4722366482869645213696$ হয়। $x = 73$ এর ক্ষেত্রে $2^{73} = 9444732965739290427392$ হয়। $x = 74$ এর ক্ষেত্রে $2^{74} = 18889465931478580854784$ হয়। $x = 75$ এর ক্ষেত্রে $2^{75} = 37778931862957161709568$ হয়। $x = 76$ এর ক্ষেত্রে $2^{76} = 75557863725914323419136$ হয়। $x = 77$ এর ক্ষেত্রে $2^{77} = 151115727451828646838272$ হয়। $x = 78$ এর ক্ষেত্রে $2^{78} = 302231454903657293676544$ হয়। $x = 79$ এর ক্ষেত্রে $2^{79} = 604462909807314587353088$ হয়। $x = 80$ এর ক্ষেত্রে $2^{80} = 1208925819614629174706176$ হয়। $x = 81$ এর ক্ষেত্রে $2^{81} = 2417851639229258349412352$ হয়। $x = 82$ এর ক্ষেত্রে $2^{82} = 4835703278458516698824704$ হয়। $x = 83$ এর ক্ষেত্রে $2^{83} = 9671406556917033397649408$ হয়। $x = 84$ এর ক্ষেত্রে $2^{84} = 19342813113834066795298816$ হয়। $x = 85$ এর ক্ষেত্রে $2^{85} = 38685626227668133590597632$ হয়। $x = 86$ এর ক্ষেত্রে $2^{86} = 77371252455336267181195264$ হয়। $x = 87$ এর ক্ষেত্রে $2^{87} = 154742504910672534362390528$ হয়। $x = 88$ এর ক্ষেত্রে $2^{88} = 309485009821345068724781056$ হয়। $x = 89$ এর ক্ষেত্রে $2^{89} = 618970019642690137449562112$ হয়। $x = 90$ এর ক্ষেত্রে $2^{90} = 1237940039285380274899124224$ হয়। $x = 91$ এর ক্ষেত্রে $2^{91} = 2475880078570760549798248448$ হয়। $x = 92$ এর ক্ষেত্রে $2^{92} = 4951760157141521099596496896$ হয়। $x = 93$ এর ক্ষেত্রে $2^{93} = 9903520314283042199192993792$ হয়। $x = 94$ এর ক্ষেত্রে $2^{94} = 19807040628566084398385987584$ হয়। $x = 95$ এর ক্ষেত্রে $2^{95} = 39614081257132168796771975168$ হয়। $x = 96$ এর ক্ষেত্রে $2^{96} = 79228162514264337593543950336$ হয়। $x = 97$ এর ক্ষেত্রে $2^{97} = 158456325028528675187087900672$ হয়। $x = 98$ এর ক্ষেত্রে $2^{98} = 316912650057057350374175801344$ হয়। $x = 99$ এর ক্ষেত্রে $2^{99} = 633825300114114700748351602688$ হয়। $x = 100$ এর ক্ষেত্রে $2^{100} = 1267650600228229401496703205376$ হয়।

কিন্তু 1 নং সমীকরণের সমাধান কীভাবে পাব।

লগারিদমের ধারণা ব্যবহার করে আমরা 1 নং সমীকরণের সমাধান করতে পারি। লগারিদমের ধারণাকে কখন কখনও বলা হয় সপ্তম মৌলিক প্রক্রিয়া।

$$\text{আমরা দেখছি, } 2^2 = 4 \text{ এবং } 2^3 = 8$$

সুতরাং বুঝতে পারছি, $2^x = 7$ হলে x এমন একটি বাস্তব সংখ্যা হবে যে $2 < x < 3$ হবে এবং সেই বাস্তব সংখ্যাটিকে আমরা $\log_2 7$ বলি।

$$2^x = 7 \text{ সমীকরণটি সমাধান করে পাই } x = \log_2 7$$



সংজ্ঞা $2^x = M$ হলে x কে M এর 2 -এর লগ বলা হয়। অর্থাৎ $x = \log_2 M$ ।
 যেখানে M একটি অনন্য (Unique) বাস্তব সংখ্য।
 যেমন: $\log_2 1 = 0$ কেননা $2^0 = 1$ এবং $2^1 = 2$ কিন্তু $\log_2 5 \neq \log_2 5$
 আবার: $\log_2 8 = 3$ কারণ $2^3 = 8$,
 $\log_2 64 = 6$; কারণ $2^6 = 64$

- ১ নজরিন একটি ২ এর পাশ ক্যালকুলেটর ১২৫ লিখল। আশে লগারিদমের মাধ্যমে ব্যতীত কত? এর কোন ঘাত ০.২৫ হবে লিখি।

$$2^x = 0.25$$

বা $2^x = \frac{25}{100}$ বা $2^x = \frac{1}{4}$ বা $2^x = \frac{1}{2^2}$
 $2^x = 2^{-2}$
 সুতরাং $\log_2 0.25 = -2$ [যেহেতু $2^{-2} = 0.25$]

- ২ আমি $\log_3 8$ এর মান হিসাব করে লিখি।

যদি $x = \log_3 8$
 সংজ্ঞা থেকে পাই, $(\sqrt{3})^x = 8 = 2^3$
 বা $3^{\frac{x}{2}} = 2^3$ বা $\frac{x}{2} = 4$
 $x = 8$

- ৩ আমি $\log_2 343$ এর মান হিসাব করে লিখি [নিচের কটি

যদি $2^x = 7$ এবং $2^y = 5$ তাহলে 2^{x+y} এর মান কত?]

যদি $\log_2 5 = x$ হয় তবে $2^x = 5$ হতে হবে।
 কিন্তু সর্বদাই $2^x > 0$ সুতরাং $M < 0$ অবস্থায় $\log_2 M$ অসংজ্ঞাত।

যদি $\log_2 0 = x$ হয় তবে $2^x = 0$ হবে।
 কিন্তু সর্বদাই $2^x > 0$ সুতরাং $M=0$ অবস্থায় $\log_2 M$ অসংজ্ঞাত।



সংজ্ঞানুযায়ী কলম রাখুন।

এক N সংজ্ঞানুযায়ী লিখুন।

M এর মান পাওয়ার চেষ্টা করুন।

(a) যদি $\log_2 16 = x$ হয়, তবে $(-2)^x = 16$; সুতরাং, $x = 4$

আবার যদি $\log_2 16 = y$ হয় তবে $2^y = 16$, অর্থাৎ, $y = 4$

$\log 16 = \log_2 16$, কিন্তু $\log_a M = \log_b M$ হলে $a = b$ হয় যখন $M \neq 1$, কিন্তু $2 \neq 2$

সুতরাং $a < 0$ এবং M সংজ্ঞানুযায়ী নিয়ে $\log_a M$ এর মান অনন্য (Unique) নয়। তাই $a < 0$ অবস্থায় $\log_a M$ অনন্যতার অভাবে অসংজ্ঞাত।

(b) আবার রকম $a = 0$ এবং M সংজ্ঞানুযায়ী নিয়ে $\log_a M$ এর মান পাওয়ার চেষ্টা করুন।

$$\log_0 16 = x \quad 0^x = 16, \text{ কিন্তু } 0^x = 0 \quad (x > 0)$$

সুতরাং, $\log_a M$ অসংজ্ঞাত যখন $a = 0$

c. এবার রকম $a = 1$ এবং M সংজ্ঞানুযায়ী নিয়ে $\log_a M$ এর মান পাওয়ার চেষ্টা করুন।

$$\log_1 16 = x \quad 1^x = 16, \text{ কিন্তু যেকোন সংখ্যা } x \text{ এর জন্য } 1^x \text{ এর বাস্তব মান}$$

সুতরাং, $\log_a M$ অসংজ্ঞাত যখন $a = 1$

সুতরাং a এর মান $a > 0$ ।

এক N সংজ্ঞানুযায়ী লিখুন।

M এর মান পাওয়ার চেষ্টা করুন।

4. \log_a এর মান পাওয়া যায় কিনা দেখি নিশ্চয় করি।

নিশ্চয় করি 20.1

1) $\log_2 7$ 2) $\log_5 0$ 3) $\log_3 2$ 4) $\log_1 2$ 5) $\log_2 7$ এগুলির মান পাওয়া যায় কিনা দেখি।
জোসেফ ব্র্যাকবোর্ডে দুটি সংখ্যা 8 ও 32 লিখল।

5. আমি 2 নির্দেশের সাপেক্ষে 8 ও 32 এর লগারিথম নির্ধারিত।

$$\log_2 8 = 3 \quad [2^3 = 8]$$

$$\log_2 32 = 5 \quad [2^5 = 32]$$

6. 2 নির্দেশের সাপেক্ষে 8×32 এবং $\frac{32}{8}$ এর লগারিথম নির্ধারিত।

$$\log_2 (8 \times 32) = \log_2 256 = 8 = 3 + 5 = \log_2 8 + \log_2 32$$

$$\text{আবার } \log_2 \left(\frac{32}{8} \right) = \log_2 4 = 2 = 5 - 3 = \log_2 32 - \log_2 8$$

7. $M > N$ যে কোনো দুটি লভ্য সংখ্যা $M > 0$ এবং $N > 0$ এবং a যে কোনো একটি বাস্তব সংখ্যা $a > 0$ $a \neq 1$ হলে $\log_a M$ ও $\log_a N$ এর সাহায্যে $\log_a MN$ ও $\log_a \frac{M}{N}$ কে খুব সহজে নির্ধারিত করা যায়।
ধরি, $\log_a M = p$, $\log_a N = q$

$$a^p = M \text{ এবং } a^q = N$$

$$MN = a^p \times a^q = a^{p+q}$$

$$\log_a MN = p + q = \log_a M + \log_a N$$

$$\text{পেনাম } \log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

$$\text{এবং } \frac{M}{N} = \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$\log_a \frac{M}{N} = p - q = \log_a M - \log_a N$$

$$\text{পেনাম } \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$



৪. আয় ১ এর বিশালত্ব সাপেক্ষে k এর লগারিদম নির্ণয় করি ও চিঁ পাই দেখি।

$$\log_2 8 = 3 \quad [2^3 = 8]$$

$$\text{অর্থাৎ, } 8^5 = (2^3)^5 = 2^{15}$$

$$\log_2 8 = 15 = 5 \times 3 = 5 \times \log_2 8$$

৫. M, a যে কোনো তিনটি বাস্তব সংখ্যা $M > 0, a > 0, a \neq 1$ $\log_a M = p$ এর সকল মান কি পাওয়া যায়।

$$\text{যদি } \log_a M = p \quad a^p = M$$

$$M^c = (a^p)^c = a^{pc}$$

$$M^c > 0, \text{ যেহেতু } M > 0$$

$$\log_a M^c = pc = c \cdot p = c \cdot \log_a M$$

$$\text{সেহেতু } \log_a M^c = c \log_a M \quad \text{III}$$

১০. কিছু আয়ি যদি লগারিদমের নিয়ম পরিবর্তন করতাম এই অর্থটি $\log_a M$ কে $\log_b M$ রূপে b বসিয়ে একটি বাস্তব সংখ্যা $b \neq 1, b > 0$ এর সাহায্য প্রকাশ করতে চাই তবে কীভাবে প্রকাশ করব দেখি।

যদি M, a, b তিনটি বাস্তব সংখ্যা দেখানো $M > 0, a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$

$$\text{যদি } \log_a M = r \quad a^r = M$$

$$\text{এবং } \log_b b = 1 \quad a^d = b$$

$$M = a^r = (a^d)^r = a^{rd}$$

$$\log_a M = rd = \log_a M \times \log_b b$$

$$\text{সেহেতু } \log_a M = \log_a M \times \log_b b \quad \text{IV}$$



১১. লগারিদমের নিয়মের সাহায্যে $\log_a a^x = x$ প্রমাণ করি।
১২. এই প্রমাণের ক্ষেত্রে a বসিয়ে $\log_a a^x = x$ প্রমাণ করি।

৪ টি লগারিদমের সূত্র ছাড়াও লগারিদমের মূল সূত্র থেকে কী কী প্রমাণ করা যায়।

- (i) $\log_a 1 = 0$ $[a^0 = 1]$
- (ii) $\log_a a = 1$ $[a^1 = a]$
- (iii) $a^{\log_a M} = M$ $[\text{যদি } \log_a M = u \quad a^u = M \quad a^{\log_a M} = M]$
- (iv) $\log_a b \times \log_b a = \log_a a = 1$ $[\text{সূত্র IV থেকে পাই}]$
- (v) $\log_a a = \frac{1}{\log_a b}$
- (vi) $\log_b M = \frac{\log_a M}{\log_a b}$ $[\log_a M = \log_b M \times \log_b b]$
- (vii) $\log_a M = M_1 M_2 M_3 \dots M_n$ $\log_a M = \log_a M_1 + \log_a M_2 + \log_a M_3 + \dots + \log_a M_n$ $[\text{যেখানে } n \text{ একটি যেকোনো পূর্ণসংখ্যা}]$
- (viii) $\log_a \frac{1}{a} = -1$ $[\text{যেহেতু } \log_a \frac{1}{a} = \log_a a^{-1} = \log_a a \times (-1) = 1 \times (-1) = -1]$
- (ix) $\frac{\log_a M}{\log_a N} = \frac{\log_b M}{\log_b N}$ $[\text{সূত্র IV থেকে পাই}]$
- (x) যদি $\log_a M = \log_a N$ হয় তবে $M = N$
- $[\log_a M = \log_a N \text{ হলে } a^{\log_a M} = a^{\log_a N} \Rightarrow M = N, \text{ যা বস থেকে প্রমাণিত}]$

11. আমি $\log_3 (\log_2 (\log_3 81))$ এর মান নির্ণয় করি।

$$\begin{aligned} & \log_3 (\log_2 (\log_3 81)) \\ &= \log_3 \log_2 (\log_3 3^4) \\ &= \log_3 [\log_2 (\log_3 \{(\sqrt{3})^4\}^4)] \\ &= \log_3 \log_2 (\log_3 (\sqrt{3}^4)) \\ &= \log_3 \log_2 8 (\log_3 3) \quad [\log_a M = c \log_a M] \\ &= \log_3 \log_2 8 \quad [\log_a a = 1] \\ &= \log_3 \{\log_2 2^3\} = \log_3 (3 \log_2 2) = \log_3 3 = 1 \end{aligned}$$



12. আমি $\log_5 (\log_2 25 \times \log_3 5)$ এর মান নির্ণয় করি।

$$\begin{aligned} & \log_5 (\log_2 25 \times \log_3 5) \\ &= \log_5 (2 \log_2 25 \times \log_3 5) \\ &= \log_5 (2 \times 2 \log_2 5 \times \log_3 5) \\ &= \log_5 4 + \log_5 2 + \log_5 5 \times \log_5 3 \quad [\log_a MN = \log_a M + \log_a N \text{ এবং } \log_a a = 1] \\ &= \log_5 4 + 1 + 2 \log_5 5 \times \frac{1}{\log_5 2} \quad [\log_a a = 1 \text{ এবং } \log_a M^c = c \log_a M] \\ &= \log_5 4 + 1 + 3 \times \log_5 2 = \log_5 4 + 1 + \log_5 8 = 1 + \log_5 32 \quad [\text{প্রমাণিত}] \end{aligned}$$

13. আমি $7 \log \frac{10}{9} + 2 \log \frac{25}{24} + 3 \log \frac{8}{80}$ এর সরলতম মান হিসাব করে নিজে করি।

$$\begin{aligned} & 7 \log \frac{10}{9} + 2 \log \frac{25}{24} + 3 \log \frac{8}{80} \\ &= 7(\log 10 - \log 9) + 2(\log 25 - \log 24) + 3(\log 8 - \log 80) \\ &= 7(\log (2 \times 5) - \log 3^2) + 2(\log 5^2 - \log (2^3 \times 3)) + 3(\log 2^3 - \log (2^4 \times 5)) \\ &= 7(\log 2 + \log 5 - 2 \log 3) + 2(2 \log 5 - 3 \log 2 - \log 3) + 3(3 \log 2 - 4 \log 2 - \log 5) \\ &= 7 \log 2 + 7 \log 5 - 14 \log 3 - 4 \log 5 + 6 \log 2 + 2 \log 3 + 12 \log 3 - 3 \log 5 - 12 \log 2 \\ &= \log 2 \end{aligned}$$



14. আমি $7 \log \frac{16}{15} + 5 \log \frac{25}{24} + 3 \log \frac{8}{80} = \log 2$ প্রমাণ করি। [নিজে করি]

15. এর লগারিথম $\frac{1}{2}$ হলে নিধান নির্ণয় করি।

$$\begin{aligned} & \text{ধরি নিধান} = x \\ & \log_x \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ & x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \\ & \text{বা } (x^{\frac{1}{2}})^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে পাই,} \\ & \text{বা } x^{\frac{1}{2} \times 2} = \frac{1}{4} \quad \text{বা } \frac{1}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 4 \quad \text{নির্ণীত নিধান} = 4 \end{aligned}$$



16) (i) এর লগারিদম ২ হলে নিম্নের কী হলে হিসাব করে লিখি [নিজে লিখি]

17) যদি $a + b = 7ab$ হয় তাহলে দেখাই যে $\log_7 \frac{a+b}{7} = \log_7 a + \log_7 b$
দেওয়া আছে, $a + b = 7ab$

$$\text{বা } a + b + 2ab = 9ab$$

$$\text{বা, } (a + b)^2 = 9ab$$

$$\text{বা, } \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab$$

$$\text{বা } \log_7 \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = \log_7 ab \quad [\text{উভয়পক্ষে } \log \text{ নিলাম}]$$

$$\text{বা, } 2 \log_7 \left(\frac{a+b}{3}\right) = \log_7 (ab)$$

$$\therefore \log_7 \left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2} (\log_7 a + \log_7 b) \quad [\text{অনুসৃত}]$$



18) যদি $a = a^h + h^{-1}$ হয়, তাহলে দেখাই যে $\log \frac{1}{a} = \frac{1}{h} + \log a$ [নিজের নিজে]

19) অধি ফাংশনগুলি লগারিদমের মান নির্ণয় করি

(i) $\log_{10} 10 = 1$ (ii) $\log_{10} 100 = \log_{10} 10^2 = 2 \log_{10} 10 = 2$

(iii) $\log_{10} 1000 = \square$ [নিজে লিখি]

(iv) $\log_{10} 25$
 $= \log_{10} 5^2$
 $= 2 \log_{10} 5$
 $= 2 \log_{10} \frac{10}{2}$
 $= 2(\log_{10} 10 - \log_{10} 2)$
 $= 2(1 - \log_{10} 2)$



কিন্তু যে সকল লগারিদমের নিমিত্ত 10 তাদের কী বলব?

নিমিত্ত 10 সাপেক্ষে কোনো বস্তুসংখ্যা M ($M > 0$) এর লগারিদমকে এই সংখ্যাটির সাধারণ লগারিদম (Common Logarithm) বলা হয়

সাধারণ লগারিদম-এর ধারণাটি প্রথম প্রদে করেছিলেন ইংলিশ ব্রিগস (Henry Briggs) তাঁর নাম অনুসারে কখনো কখনো এই বিশেষ লগারিদমকে ব্রিগসীয় লগারিদম (Briggsian Logarithm)ও বলা হয়

সাধারণ লগারিদম ছাড়া অন্য কোন লগারিদম আমরা প্রচুর ব্যবহার করি

সাধারণ লগারিদম ছাড়া আমরা স্বাভাবিক লগারিদম (Natural Logarithm) ব্যবহার করি



কোনো বাস্তব সংখ্যা $M(> 0)$ এর যে লগারিদমের মিশান e যেখানে e হচ্ছে 2.71828 এর কাছাকাছি অর্থাৎ 2 ও 3 এর অন্তর্বর্তী একটি তুরীয় অমূলদ সংখ্যা (Transcendental Irrational Number) সেই লগারিদম M -কে স্বাভাবিক লগারিদম বলা হয়।

১০ এর লগারিদম \log_{10} বা \log নামে পরিচিত। এখানে \log ইংরেজি লগি (Log) ডান মেনিফেস্ট \log -এর ইংরেজি ক্রমবর্ধমান অর্থের সমতুল্য। এতে লগারিদমের পাঠ্যক্রম বলা হয়।

২০. $\log_{10} \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$ । \log_{10} + ই.ল a ও b এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয়।

$$\log_{10} \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) + 2 = \log_{10} 4$$

$$\text{বা } \log_{10} \left(\frac{a^2 + b^2 + 2ab}{ab} \right) = \log_{10} 2^2$$

$$\text{বা } \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{ab} = 4$$

$$\text{বা } (a+b)^2 = 4ab$$

$$\text{বা } (a+b)^2 - 4ab = 0$$

$$\text{বা } (a-b)^2 = 0$$

$$\text{বা } a-b = 0 \quad \therefore a=b \quad \text{এটি, } a \text{ ও } b \text{ এর মধ্যে সম্পর্ক}$$



২১. হিসাব করে দেখাই যে $\log_{10} 3$ এর মান $\frac{1}{2}$ ও $\frac{1}{3}$ এর মধ্যে আছে।

$$\text{ধরি, } \log_{10} 3 = x$$

$$10^x = 3$$

$$\frac{1}{2} \text{ ও } \frac{1}{3} \text{ এর হ্রস্বগুলির ম.স.গু. } \square$$

$$10^x = 3$$

$$(10^x)^6 = 3^6 = 729$$

$$10^{6x} = 729$$

$$\text{যেহেতু, } 100 < 729 < 1000$$

$$\text{বা, } 10^2 < 10^{6x} < 10^3$$

$$\text{বা, } 2 < 6x < 3$$

$$\text{বা, } \frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$$

$$\text{সুতরাং, } \frac{1}{3} < \log_{10} 3 < \frac{1}{2}$$



22. যদি $x = \log_{2a} a$, $y = \log_{1a} 2a$ এবং $z = \log_{3a} 3a$ হয়, তবে প্রমাণ করি যে $xyz + 1 = 2yz$

$$x = \log_{2a} a, y = \log_{1a} 2a \text{ এবং } z = \log_{3a} 3a$$

$$\text{বাঁশপক} = xyz + 1 = \log_{2a} a \times \log_{1a} 2a \times \log_{3a} 3a + 1$$

$$= \log_{2a} a \times \log_{1a} 3a + 1$$

$$= \log_{2a} a + 1 = \log_{2a} a + \log_{2a} 2a$$

$$= \log_{2a} 4a^2$$

$$= \log_{2a} 2a^2$$

$$= 2 \log_{2a} 2a$$

$$= 2 \log_{1a} 2a \times \log_{3a} 3a$$

$$= 2yz = \text{ডানপক}$$

(পরিণাম, $xyz + 1 = 2yz$ প্রমাণিত)



23. $x = \log_2 3$, $y = \log_3 4$ এবং $z = \log_4 5$ হলে, দেখাই যে $x + y + z = xyz$ ।

24. $\frac{\log x}{y-z} = \frac{\log y}{z-x} = \frac{\log z}{x-y}$ হলে, দেখাই যে $x^x y^y z^z = 1$

$$\text{ধরি } \frac{\log x}{y-z} = \frac{\log y}{z-x} = \frac{\log z}{x-y} = k \text{ [যেখানে } k \neq 0]$$

$$\log x = k(y-z) \quad \text{অথবা} \quad \log y = k(z-x) \quad \text{এবং} \quad \log z = k(x-y)$$

$$\text{বা, } x \log x = xk(y-z) \quad \text{বা} \quad y \log y = yk(z-x) \quad \text{বা} \quad z \log z = zk(x-y)$$

$$\text{বা, } \log x^x = k(xy-zx) \quad \text{বা} \quad \log y^y = k(yz-xy) \quad \text{বা} \quad \log z^z = k(zx-yz) \quad (1)$$

$$(1) + (2) + (3) \text{ করি, } \log x^x + \log y^y + \log z^z = k[xy-zx + yz-xy + zx-yz] = 0$$

$$\text{বা, } \log x^x y^y z^z = \log 1 \text{ [}\because \log 1 = 0]$$

$$x^x y^y z^z = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

25. যদি $\frac{\log x}{b-c} = \frac{\log y}{c-a} = \frac{\log z}{a-b}$ হয়, তাহলে প্রমাণ করি যে $x^a y^b z^c = 1$

$$\text{ধরি, } \frac{\log x}{b-c} = \frac{\log y}{c-a} = \frac{\log z}{a-b} = k \text{ (} k \neq 0 \text{)}$$

$$\log x = k(b-c) \quad \log y = k(c-a) \quad \log z = k(a-b)$$

$$\text{এখন, } \log(x^a y^b z^c) = \log x^a + \log y^b + \log z^c$$

$$= a \log x + b \log y + c \log z$$

$$= a k(b-c) + b k(c-a) + c k(a-b)$$

$$= k(ab-ca + bc-ab + ca-bc)$$

$$= k \times 0 = 0 = \log 1$$

$$\text{সুতরাং, } x^a y^b z^c = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$



১৬ যদি $a^{2x} \cdot b^{5x} = a^{x+3} \cdot b^{3x}$ হয় তাহলে $\log_a \frac{b}{a} = \log \sqrt{a}$

$$a^{2x} \cdot b^{5x} = a^{x+3} \cdot b^{3x}$$

$$\text{বা, } \frac{b^{5x}}{b^{3x}} = \frac{a^{x+3}}{a^{2x}}$$

$$\text{বা, } b^{5x-3x} = a^{x+3-x}$$

$$\text{বা, } b^{2x} = a^{x+3-x}$$

$$\text{বা, } b^{2x} = a^{3-x}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{b}{a}\right)^{2x} = a^{3-x}$$

$$\text{সুতরাং, } \log_a \left(\frac{b}{a}\right)^{2x} = \log a^{3-x}$$

$$\text{বা, } 2x \log_a \left(\frac{b}{a}\right) = \log a^{3-x}$$

$$\text{বা, } x \log_a \left(\frac{b}{a}\right) = \frac{1}{2} \log a^{3-x}$$

$$\text{বা, } x \log_a \left(\frac{b}{a}\right) = \log a^{3-x}$$

$$\text{বা, } x \log_a \left(\frac{b}{a}\right) = \log \sqrt{a} \quad (\text{অসমীত})$$

উভয়পক্ষে \log নিলায়



১৭ সমাধান করুন $\log_{10} x = \log \sqrt{x}$ $\log_{10} x = \frac{1}{2} \log_{10} x$ $\log_{10} x = \log_{10} x$

$$(i) \log_{10} x = \log_{10} \sqrt{x}$$

$$\text{বা, } \log_{10} x = \log_{10} x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_{10} x$$

$$\text{বা, } \log_{10} x = \frac{1}{2} \log_{10} x = \frac{1}{2} \log_{10} x$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \log_{10} x = \frac{1}{2} \log_{10} x$$

$$\text{বা, } (\log_{10} x)^2 = 4$$

$$\text{বা, } \log_{10} x = \pm 2$$

$$\log_{10} x = 2 \text{ হলে, } x = 10^2$$

$$\text{আবার, } \log_{10} x = -2 \text{ হলে, } x = 10^{-2}$$

$$\therefore x = \frac{1}{100}$$

নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{1}{100}$ বা 100



১৮ $\log_2 \log_2 x$

$$\text{বা, } \log_2 \log_2 x = 2 \quad \text{বা } \log_2 \log_2 x = 2$$

$$\text{বা } x = 2^4 \quad x = 6$$

$$\text{বা } \log_2 x = 2^2 \quad \text{বা } \log_2 x = 4$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান, } x = 16$$



৩. মান নির্ণয় করি

(i) $\log_8 \frac{1}{64}$, (ii) $\log_{0.01} 0.000001$, (iii) $\log_{\sqrt{5}} 216$, (iv) $\log_{\sqrt{5}} 1728$

৪. a 625 এর লগাধিক 4 হলে নিধান কী হতে হিসাব করে লিখি

(b) ৬৪৩২. এর লগাধিক ৬ হলে, নিধান কী হতে হিসাব করে লিখি

৫. a $1 + \log_{10} a = 2 \log_{10} b$ হলে a কে b এর ঘাতা প্রকাশ করি

(b) $3 + \log_{10} x = 2 \log_{10} y$ হলে x কে y-এর ঘাতা প্রকাশ করি

৬. মান নির্ণয় করি

(a) $\log_9 [\log_7 \{ \log_5 \log_3 27^3 \}]$

(b) $\frac{\log \sqrt{27} + \log 8 - \log \sqrt{1000}}{\log 2}$

(c) $\log_2 4 \times \log_4 5 \times \log_5 6 \times \log_6 7 \times \log_7 3$

(d) $\log_{10} \frac{384}{5} + \log_{10} \frac{81}{32} + 3 \log_{10} \frac{5}{3} + \log_{10} 9$

৭. প্রমাণ করি

(i) $\log \frac{75}{16} - 2 \log \frac{5}{9} + \log \frac{32}{243} = \log 2$

(ii) $\log_{10} 5 + \log_4 30 + \frac{1}{2} \log_{10} 6 + \log_4 7 - \log_{10} 6 \cdot \log_4 7 + \log_5 7 = 2$

(iii) $\log_7 \log_7 \log_7 256 + 2 \log_{\sqrt{7}} 2 = 5$

(iv) $\log_{x^2} x \times \log_{x^2} y \times \log_{x^2} z = \frac{8}{x}$

(v) $\log_{a^2} a \times \log_{b^2} b \times \log_{c^2} c = \frac{1}{27}$

(vi) $\frac{1}{\log_{xyz} xyz} + \frac{1}{\log_{zyx} xyz} + \frac{1}{\log_{xzy} xyz} = 2$

(vii) $\log \frac{a^2}{bc} + \log \frac{b^2}{ca} - \log \frac{c^2}{ab} = 0$

(viii) $x^{\log x} \times y^{\log y} \times z^{\log z} \times 2^{\log 2} \log = 1$

৮. (i) যদি $\log \frac{x+y}{x} = \frac{1}{2} (\log x + \log y)$ হয়, তাহলে দেখাই যে $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 23$

(ii) যদি $a^4 + b^4 = 14ab$ হয়, তাহলে দেখাই যে $\log(a-b^2) = \log a - \log b + 2 \log 2$



7 যদি $\frac{\log x}{y-z} = \frac{\log y}{z-x} = \frac{\log z}{x-y}$ হয় তাহলে দেখাই যে, $xyz = 1$

8 যদি $\frac{\log x}{b-c} = \frac{\log y}{c-a} = \frac{\log z}{a-b}$ হয় তাহলে প্রমাণ করি যে,

$$a^a x^a = y^a = z^a b^a = 1 \quad (b)x^{b^2} = a^a y^{a^2} = a^a x^{a^2} = a^{a^2} \log b^a = 1$$

9 যদি $a^x b^x = a^x b^x$ হয় তাহলে দেখাই যে $x \log \left(\frac{b}{a} \right) = \log a$

10 সমাধান করি

$$a \log_3 \log (\log 4^a + 17) = \frac{1}{3} \quad (b \log_3 x + \log_4 x + \log_2 x = 1)$$

11 দেখাই $\log_{10} 2$ এর মান $\frac{1}{4}$ এবং $\frac{1}{3}$ এর মধ্যে অবস্থিত।

12 নতুন বিকল্পীয় প্রশ্ন (MCQ)

(i) যদি $\log_{\sqrt{x}} 0.25 = 4$ হয়, তাহলে x এর মান

- (a) 0.5 (b) 0.25 (c) 4 (d) 16

(ii) $\log_{10}(7x-5) = 2$ হলে, x এর মান

- (a) 10 (b) 12 (c) 15 (d) 18

(iii) $\log_3 3 = a$ হলে $\log_3 27$ হবে

- (a) $3a$ (b) $\frac{1}{a}$ (c) $2a$ (d) a

(iv) $\log_{\sqrt{x}} x = a$ হলে, $\log_{\sqrt{x}} x$ হবে

- (a) $\frac{a}{3}$ (b) a (c) $2a$ (d) $3a$

(v) $\log_3 \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ হলে, x এর মান হবে

- (a) 27 (b) 9 (c) 3 (d) $\frac{1}{27}$

13. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

(i) $\log_3 \log_2 \log_3 256$ এর মান কত হবে হিসাব করি

(ii) $\log \frac{a^n}{b^n} + \log \frac{b^n}{c^n} + \log \frac{c^n}{a^n}$ এর মান কত হবে হিসাব করি

(iii) দেখাই যে $a^{a^a} = x$

(iv) $\log_2 2 \log_4 25 = \log_{10} 16 \log_2 10$ হলে, x এর মান নির্ণয় করি

22

সেট তত্ত্ব (SET THEORY)

জেনে বা না জেনে সকলেরই সেটের একটি ধারণা আছে। প্রায়ই বলে থাকি বা শুনি *একজন ছাত্র* বা *একজন গাছ* বা *একজন ছাত্র* বা *একজন গাছ*। এখানে *একজন* বা *একজন* শব্দটি *সেট* গঠন করে। *সেট* গঠন করে *সেট* গঠন করে। *সেট* গঠন করে *সেট* গঠন করে।

এই উক্তিগুলির মাধ্যমে একটি *সেট* গঠন করে একটি *সেট* গঠন করে। *সেট* গঠন করে *সেট* গঠন করে। *সেট* গঠন করে *সেট* গঠন করে। *সেট* গঠন করে *সেট* গঠন করে।

এই উক্তিগুলির মাধ্যমে একটি *সেট* গঠন করে একটি *সেট* গঠন করে। *সেট* গঠন করে *সেট* গঠন করে। *সেট* গঠন করে *সেট* গঠন করে। *সেট* গঠন করে *সেট* গঠন করে।

সেটের ধারণা

পৃথক *distinct* বস্তুসমূহের *সুসংজ্ঞিত* (Well-defined) সমাহার বোঝাতে সেট শব্দটি ব্যবহৃত হয়। সুতরাং কোনো বস্তুসমূহের সমাহার (Collection বা সমষ্টি)কে (Aggregate) সেট বলা হবে যদি

- সমাহারটি সুসংজ্ঞিত (Well-defined) হয়
- সমাহারের অন্তর্গত যেকোনো দুটি বস্তু পরস্পর ভিন্ন (distinct) হয়

সুসংজ্ঞিত বলতে কী বুঝি

নবম শ্রেণির ছাত্র ছাত্রী ছাত্রের বয়স 14 বছর থেকে 14 বছর 3 মাস তাদের সেট তৈরি সম্ভব কারণ এটি সুসংজ্ঞিত

কিন্তু নবম শ্রেণির বৃদ্ধিমান ছাত্র ছাত্রীদের সেট তৈরি সম্ভব নয় কারণ বৃদ্ধিমান শব্দটি সুসংজ্ঞিত নয়। সুতরাং সাধারণত একটি সেট গঠন করে, কিন্তু সুপ্তারের তিনদিন সেট গঠন করে না

চিহ্নের ব্যবহার

সাধারণত ইংরেজি বর্ণমালা বাদে হাতের অক্ষর A, B, C, X, Y, Z ইত্যাদি দিয়ে সেট প্রকাশ করা হয়। x, y, z ইত্যাদি ছোট্ট হাতের অক্ষর দিয়ে সেটের অন্তর্গত উপাদানগুলিকে elements চিহ্নিত করা হয়।

a যদি কোনো সেট A এর একটি উপাদান হয় তবে বক্তব্যটি $a \in A$ (a belongs to A বুলে পড়ি) চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করি। আবার a যদি কোনো সেট A এর কোনো উপাদান না হয়, তবে বক্তব্যটি $a \notin A$ (a does not belong to A বুলে পড়ি) চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করি।

এ চিহ্নটি গ্রিক বর্ণমালা A এর একটি বর্ণ এবং নাম এপসাইলন। ইংরেজি পণিতবিদ Peano (1854-1942) প্রথম এই চিহ্ন ব্যবহার করেন।



সেটের প্রকাশ পদ্ধতি

কোনো সেটকে দুভাবে প্রকাশ করা হয়।

- i) তালিকা পদ্ধতি Roster or Tabular method ii) সেট নির্মাণ পদ্ধতি Set builder method)

ইংরেজি বর্ণমালার স্বরবর্ণ সমূহের সেট

তালিকা পদ্ধতি ইংরেজি বর্ণমালার স্বরবর্ণ সমূহের সেট V দ্বারা সূচিত করলে $V = \{a, e, i, o, u\}$ অর্থাৎ, এই পদ্ধতিতে সেটের সকল উপাদানকে দ্বিতীয় বন্ধনের মধ্যে লেখা হয়

সেট নির্মাণ পদ্ধতি $V = \{x \mid P(x) \text{ যেখানে } P(x) \text{ হলো ইংরেজী বর্ণমালার স্বরবর্ণ সমূহ}\}$ অর্থাৎ এই পদ্ধতিতে যদি কোনো সেট A এর প্রত্যেকটি উপাদান x একটি সাধারণ ধর্ম বা বৈশিষ্ট্য $P(x)$ যেনে চলে তবে $A = \{x \mid P(x)\}$ বা $A = \{x \mid P(x)\}$, আকারে A সেটটি প্রকাশ করা হয়

পূর্ণসংখ্যার ভিত্তিতে বর্ণনা করা বর্ণ $A = \{2, 2\}$ ও $A = \{2\}$ একই এখানে 2 ও 2 অভিন্ন তাই 2 কে একবারই নেওয়া যাবে।

স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহের সেট

তালিকা পদ্ধতি স্বাভাবিক সংখ্যা সমূহের সেট N দ্বারা সূচিত করলে $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

সেট নির্মাণ পদ্ধতি $A = \{x \mid x \text{ একটি স্বাভাবিক সংখ্যা}\}$

ইংরেজি বর্ণমালার স্বরবর্ণ সমূহের সেট V হলে $V = \{a, e, i, o, u\}$ এতে যেকোনো উপাদানকে আগে ও পরে লেখা যায় যেমন $V = \{a, i, e, o, u\}$

সসীম সেট (Finite Set)

যে সেটের উপাদানসমূহের সংখ্যা সসীম তাকে সসীম সেট বলে যেমন $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

$V = \{a, e, i, o, u\}$ ইত্যাদি

সেটের উপাদান সমূহের সংখ্যা

একটি সসীম সেট A এর উপাদান সংখ্যা Number of elements of the Set A , যদি n হয়, তবে n কে A সেটের দ্বারা Order of the Set A বলে এবং এটি A বা $n(A)$ [Order of Set A বুঝে পড়ি] দ্বারা সূচিত করা হয় n কে বলা হয় A ক্ষেত্রের অঙ্কবাচক সংখ্যা Cardinal number of A

$$n(A) = 6 \text{ এবং } n(V) = 5$$

যদি $X = \{1, 1, 1\}$ একটি সেট হয়, তবে $X = \{1\}$ সুতরাং $n(X) = 1$

অসীম সেট (Infinite Set)

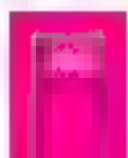
যে সেটের উপাদান সমূহের সংখ্যা অসীম তাকে অসীম সেট বলে।

যেমন, i) স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ একটি অসীম সেট

ii) পূর্ণসংখ্যার সেট $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ একটি অসীম সেট

একপদী সেট (Singleton Set)

যে সেটের উপাদান সংখ্যা এক তাকে একপদী সেট বলে। যেমন, $A = \{2\}$ একটি একপদী সেট



শূন্য সেট (Null or Empty or Void Set)

একটি সেটের মধ্যে কোনো উপাদান না থাকলে সেই সেটটিকে শূন্য সেট বলে

শূন্য সেটকে গ্রিক অক্ষর Φ বা $\{ \}$ চিহ্ন দ্বারা সূচিত করা হয়।

যেমন $\Phi = \{x \mid x \text{ একটি অখণ্ড সংখ্যা এবং } 2 < x < 3\}$

- শূন্য সেটের উপাদান সংখ্যা শূন্য
- শূন্য সেটটি সসীম সেট
- Φ সেটটি এবং $\{ \Phi \}$ সেটটি এক নয়
- Φ সেটটি এবং Φ সেটটি ভিন্ন Φ দ্বারা শূন্য সেটটি সূচিত হয় কিন্তু $\{ \Phi \}$ সেটটি একটি একক সেট যার একটি এবং 'কোনকামের' একটি উপাদান হলো Φ অর্থাৎ শূন্য সেট
- শূন্য সেটটি অনন্য (unique) সেইজন্য কখনও একটি শূন্য সেট লেখা হয় না সর্বদা শূন্য সেটটি লেখা হয়

সেট সমূহের সেট (Set of Sets)

একটি সেটের প্রত্যেকটি উপাদান সেট হলে সেই সেটকে সেটসমূহের সেট বলে

যেমন $\{ \{1, 2\}, \{1\} \}$

এখানে একটি সেট অন্য একটি সেটের উপাদান হিসাবে 'নথ্য' হয়েছে। একটি দলকে একটি নতুন উপাদান হিসাবে ভাবা সেট তত্ত্বের অতি প্রয়োজনীয় ধারণা। যেমন ভাবত একটি দেশ, এশিয়া একটি মহাদেশ ইত্যাদি

সেটের সমতা (Equality of Sets)

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 1\}$ সুতরাং $A = B$

$C = \{x \mid x, \text{'sleep' শব্দটির একটি বর্ণ}\} = \{s, t, e, p\}$

$D = \{x \mid x, \text{'step' শব্দটির একটি বর্ণ}\} = \{s, t, e, p\}$

$C = D$

যদি দুটি সেট A ও B ভেদে একই উপাদান থাকে তবে সেট দুটিকে সমান বলা হবে

অতএব, $A = B$ হবে যদি $x \in A \Rightarrow x \in B$ এবং $y \in B \Rightarrow y \in A$ হয়

যদি $x \in A \Rightarrow x \in B$ হয় তবে $A \subseteq B$ বলা হয় অর্থাৎ A সেট B সেটের উপসেট।

I. $A \subseteq B$ এবং $B \subseteq A$ হলে $A = B$ হয়। II. $A \subseteq B$ হলে $B \subseteq A$ হলে $A = B$ হয়।

• $n(A) = n(B)$ হলে সর্বদা $A = B$ হবে না যেমন $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{4, 5, 6\}$

সুতরাং, $n(A) = n(B)$ কিন্তু $A \neq B$ কেননা $1 \in A$ $\nexists 1 \in B$ এটি $n(A) = n(B)$ হলে $A = B$ হওয়ার জন্য যথেষ্ট নয়।

• কিন্তু $A = B$ হলে সর্বদা $n(A) = n(B)$ হবে

উপসেট ও অধিসেট (subset and super set) :

যদি $A = \{1, 2, 3\}$ এবং $B = \{1, 2, 3, 4\}$ দুটি সেট হয় তবে A সেটটিকে B সেটের উপসেট বলা হবে এবং B সেটটিকে A সেটের অধিসেট বলা হবে।

যদি কোনো সেট A -এর প্রত্যেকটি উপাদান (element) অন্য একটি সেট B -এর উপাদান হয় তবে A সেটকে B সেটের উপসেট এবং B সেটকে A সেটের অধিসেট বলা হয় (চিহ্নের সাহায্যে লেখা হয় $A \subseteq B$ যদি $A = B$ না হয় কিন্তু $A \subseteq B$ এর উপসেট হয় তখন লেখা হয় $A \subset B$)



$A \subseteq B$ বলতে বুঝি, $x \in A \Rightarrow x \in B$

$B \subseteq A$ বলতে বুঝি, $y \in B \Rightarrow y \in A$

যদি $A \subseteq B$ এবং $B \subseteq A$ হয়, তখন $A = B$ হবে

1 2 3 সেটের উপসেটগুলি হলো $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}$

☞ কোনো সেটটি যেখানে সেটের উপসেট

যে কোনো সমীচ সেটের উপসেটের সংখ্যা 2^n যেখানে n সমীচ সেটটির উপাদানের সংখ্যা
এক্ষেত্রে A সেটের উপসেটগুলির সংখ্যা $2^3 = 8$, কেননা $n(A) = 3$

A, B -এর প্রকৃত উপসেট হবে যদি এবং কেবল যদি A, B -এর উপসেট হয় কিন্তু $A \neq B$ হয়

1 2, 3, এর প্রকৃত উপসেটগুলি হলো $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \{3\}, \{1, 3\}\}$

সুতরাং যে কোনো সমীচ সেটের n সংখ্যক উপাদান বিশিষ্ট প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা $2^n - 1$ যেমন
এক্ষেত্রে প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা $(2^3 - 1) = 7$

সমতুল্য সেট (Equivalent Set)

দুটি সমীচ সেট A ও B কে সমতুল্য বলা হবে যদি উভয় সেটের উপাদান সংখ্যা একই হয়।

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ এবং $B = \{a, b, c, d\}$ $n(A) = n(B) = 4$, সুতরাং A ও B দুটি সমতুল্য সেট

দুটি সমীচ সেট সমান হলে তারা সমতুল্য হবে কিন্তু দুটি সমতুল্য সেট সমান নাও হতে পারে

সার্বিক সেট (universal Set)

সেট সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যায় কোন কোন ক্ষেত্রে এমন একটি সেটের প্রয়োজন হয় যে ওই সমস্যায়
আলোচিত সব সেটগুলি এই সেটের উপসেট হয় এই নতুন সেটিকে ওই সমস্যায় আলোচ্য সেটগুলির
সাপেক্ষ সার্বিক সেট বা সার্বিক সেটকে সাধারণত U অক্ষর দিয়ে সূচিত করা হয় যেমন

ধরি, এক আঞ্চলিক সংখ্যার তিনটি সেট A, B, C

এবং $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 2, 3, 4\}$

সুতরাং এখানে সার্বিক সেট ধরতে পারি $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

সার্বিক সেটটি অনন্য (unique) নয়

দুটি সেটের অন্তর (Difference of two Sets)

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ এবং $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ হলে $A - B = \{1, 3, 5\}$

A এবং B সেটদুটির অন্তর বলতে এমন সেট বোঝায় যার উপাদানগুলি A তে আছে কিন্তু B তে নেই
এবং এক $A - B$ দ্বারা চিহ্নিত করা হয়

$A - B = \{x : x \in A \text{ এবং } x \notin B\}$,

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ হলে

$A - B = \{1, 3, 5\}$

$A - \emptyset = A$ এবং $\emptyset - A = \emptyset$

$A - B \neq B - A$ যখন $A \neq B$

উপসেট গোষ্ঠী (Power Set)

A একটি সেট। A সেটের সব উপসেটের সেটকে বলা হয় A-এর উপসেট গোষ্ঠী এবং এই উপসেট গোষ্ঠীকে $P(A)$ দ্বারা সূচিত করা হয়।

যেমন, $A = \{a, b, c\}$ হলে, উপসেট গোষ্ঠী হবে

$$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{c, a\}, \{a, b, c\}\}$$

কোন সমীক্ষ্য সেট A-র উপাদান সংখ্যা n হলে, A সেটের উপসেট গোষ্ঠী $P(A)$ -এর উপাদান সংখ্যা হবে 2^n

পূরক সেট (Complement of a Set)

কোনো সার্বিক সেট U-এর সাপেক্ষে একটি সেট A-এর পূরক সেটকে A^c দ্বারা সূচিত করা হয়। সুতরাং, পূরক সেট বলতে বুঝি $A^c = U - A = \{x : x \in U \text{ এবং } x \notin A\}$ যেমন $U = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ এবং $A = \{0, 1\}$ হলে তবে A-এর পূরক সেট হবে $A^c = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ অর্থাৎ যদি $I = x$ বাস্তব সংখ্যা $A = x$ অমূলক সংখ্যা হয়, তবে $A^c = I - A = x$ অমূলক সংখ্যা হলে।

দুটি সেটের সংযোগ (Union of two Sets)

A ও B দুটি প্রদত্ত সেট। A ও B সেটের সাংযোগকে $A \cup B$ দ্বারা সূচিত করা হয় এবং এটি বলতে বুঝি $A \cup B = \{x : x \in A \text{ অথবা } x \in B\}$ যেমন,

(i) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 7\}$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$$

(ii) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{5, 6, 7, 8\}$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

(iii) $A \cup \emptyset = A$

দুটি সেটের ছেদ, Intersection of two Sets,

দুটি সেট A এবং B-এর ছেদকে $A \cap B$ দ্বারা সূচিত করা হয় এবং এটি বলতে বুঝি $A \cap B = \{x : x \in A \text{ এবং } x \in B\}$ যেমন

(i) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ হলে, $A \cap B = \{2, 3\}$ হবে

(ii) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ হলে, $A \cap B = \emptyset$

(iii) $A \cap \emptyset = \emptyset$

শূন্যছেদী সেটসমূহ (Disjoint Sets)

দুটি প্রদত্ত সেট A ও B-এর মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান না থাকলে ওই সেট দুটিকে শূন্যছেদী সেটসমূহ বলে। অর্থাৎ $A \cap B = \emptyset$ যেখানে \emptyset হলো শূন্য সেট। হলে, A ও B সেট দুটিকে শূন্যছেদী সেটসমূহ বলা হয়। যেমন, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ হলে,

$$A \cap B = \emptyset \text{ সুতরাং, A ও B সেট দুটি শূন্যছেদী সেটসমূহ}$$

দুটি সেটের প্রতিসম অন্তর Symmetric difference of two sets

দুটি সেট A ও B-এর প্রতিসম অন্তর $A \Delta B$ দ্বারা সূচিত করা হয় এবং $A \Delta B = A - B \cup (B - A)$ যেমন, $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, e, f\}$

$$A - B = \{a, c\}, B - A = \{e, f\}$$

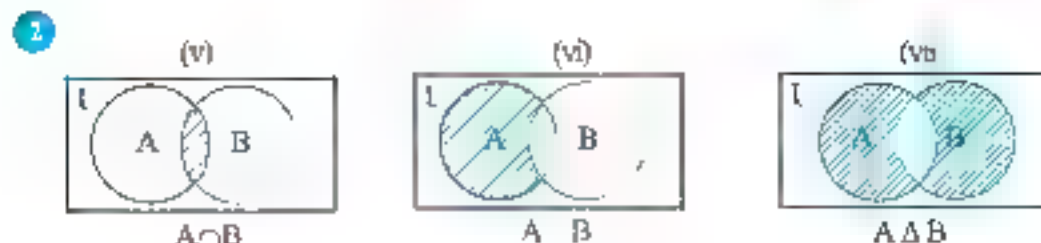
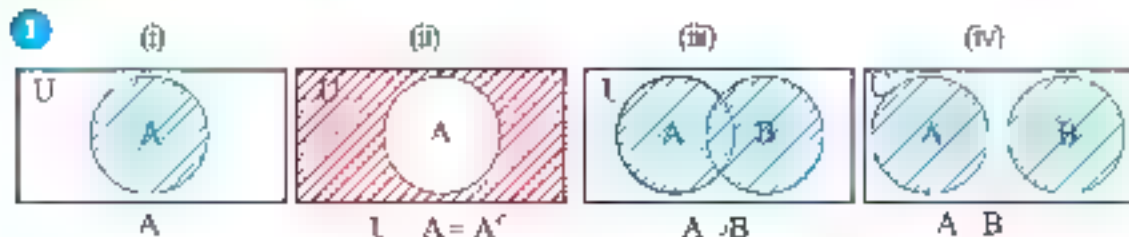
$$A \Delta B = A - B \cup (B - A) = \{a, c, e, f\}$$



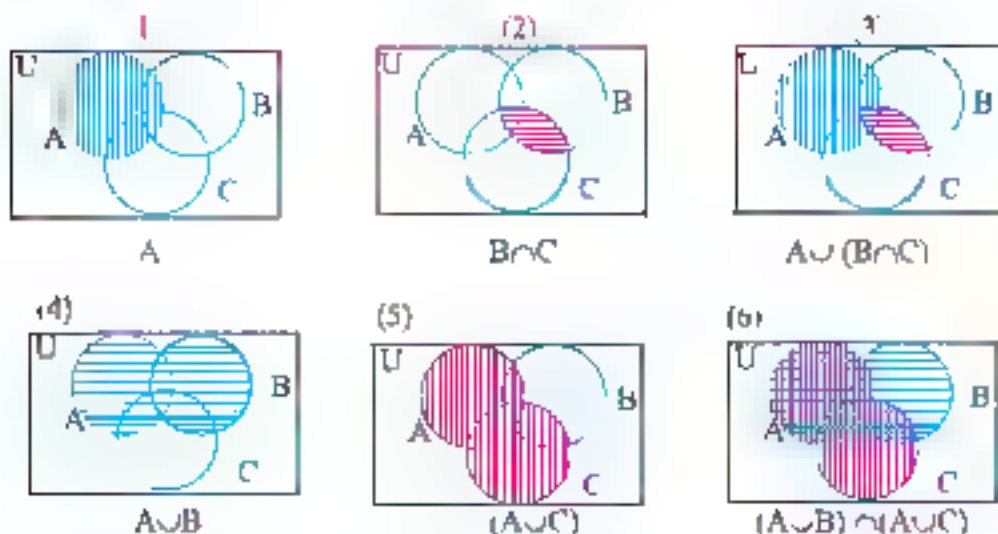
ভেন ডায়াগ্রাম (Venn diagrams)

১৮৮০-১৮৯০ সালে জর্জ ভেন ডায়াগ্রাম নামে পরিচিত একজন লোকের নামে ভেন ডায়াগ্রাম (Venn) নামে পরিচিত। এটি দুই বা ততোধিক সেটের মধ্যে সম্পর্ক বোঝানোর একটি কার্যকর উপায়।

ভেন ডায়াগ্রামে সর্বকম সেটকে সাধারণত একটি আয়তক্ষেত্র দিয়ে সন্ধান করা হয় এবং সর্বকম সেটের উপাদানসমূহ আয়তক্ষেত্রের ভিতরে একটি বক্ররেখা দ্বারা সন্ধান করা বা বক্ররেখা দ্বারা প্রকাশ করা হয়। প্রতিটি ডায়াগ্রামই লেখাচিত্র করা বা ভরাট করা আয়তক্ষেত্রের মাধ্যমে এই ডায়াগ্রাম নীচে লেখা সেটের বোঝানো হয়।



৩ ভেন ডায়াগ্রামের সাহায্যে দেখাই যে, $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$



ভেন ডায়াগ্রামের সাহায্যে দেখাই যে, $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

4 ভেনচিত্রের সাহায্যে দেখাই যে:

a) $(A \cap B) \cap C = (A \cap B) \cap A \cap C$

b) $(A \cap B) = A \cap B$

c) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ [নিজে করি]

5 ভেনচিত্রের সাহায্যে দেখাই যে:

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$



A



B



$A \cup B$

ধরি A সেটের উপাদান সংখ্যা x অর্থাৎ $n(A) = x$, B সেটের উপাদান সংখ্যা y অর্থাৎ $n(B) = y$ এবং $A \cap B$ সেটের উপাদান সংখ্যা z অর্থাৎ $n(A \cap B) = z$

সুতরাং $n(A \cup B) = x + y - z$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

যদি $A \cap B$ সেটের সদস্যসংখ্যা শূন্য হয়,

অর্থাৎ $n(A \cap B) = 0$ হলে $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$



6 একটি অঙ্কনে সমীক্ষা করে দেখা গেছে যে 70 জন ইরোজি সংবাদপত্র 73 জন বাংলা সংবাদপত্র এবং 64 জন উভয় প্রকার সংবাদপত্র পড়েন যদি 63 জন কোনো প্রকার সংবাদপত্র না পড়েন তবে যেটি কতজনের মধ্যে সমীক্ষাটি চালানো হয়েছিল হিসাব করে দেখি

মনে করি ইরোজি সংবাদপত্র পড়েন এরকম লোকসংখ্যার সেট = E এবং বাংলা সংবাদপত্র পড়েন এরকম লোকসংখ্যার সেট = B

এখন প্রদত্ত শর্তানুযায়ী $n(E) = 70$, $n(B) = 73$ এবং $n(E \cap B) = 64$

সুতরাং $n(E \cup B) = n(E) + n(B) - n(E \cap B)$ A ও B দুটি সেট হলে, আবার জানি $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 70 + 73 - 64 = 79$

79 জন দুই রকম সংবাদপত্রের মধ্যে একরকম এবং দুইরকমই সংবাদপত্র পড়েন

আবার কোনো প্রকার সংবাদপত্র পড়েন না এমন লোকসংখ্যা $= n(E \cup B)^c = 63$

নির্ধারিত যেটি লোকসংখ্যা $(79 + 63)$ জন = 142 জন

ওই সমীক্ষাটি চালানো হয়েছিল 142 জন লোকের মধ্যে

23 সম্ভাবনা তত্ত্ব (PROBABILITY THEORY)

আমরা প্রায়ই বলি আজ কুইট হবার সম্ভাবনা আছে। অফিস খেলায় ভালোতর জেতার সম্ভাবনা আছে ইত্যাদি। সম্ভাবনা কয়টি। কখনই কখনও হয়। কখন কোনো প্রকার অনিশ্চয়তা ঘটনার সংশ্লিষ্ট জড়িয়ে থাকে। আমরা এই সম্ভাবনার ধারণা সুনির্দিষ্ট ভাবে বোঝার চেষ্টা করব।

• উদাহরণ: ১) একটি গাছের ২) সংশ্লিষ্ট জড়িত এবং ঘটনা শব্দটি পরিষ্কার $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

সংশ্লিষ্ট জড়িত

সমসম্ভব পরীক্ষা (Random Experiment)

আমরা সম্ভাবনা তত্ত্ব যে ধরনের পরীক্ষার বিধি অনুশীলন করবো সেই ধরনের পরীক্ষাকে সমসম্ভব পরীক্ষা (Random Experiment) বলা হয়।

আমরা এরকম একটি সমসম্ভব পরীক্ষার উদাহরণ নিই।

আমি একটি ছক্কা ফেলছি। এটি একটি সমসম্ভব পরীক্ষা কেননা

- কী কী ফল হতে পারে তা আমাদের জানা।
- কিন্তু এখন কি হবে তা অজানা।
- পরীক্ষাটি যতবার ইচ্ছা করা সম্ভব।

আমরা জানি একটি ছক্কা ফেললে ১, ২, ৩, ৪, ৫ অথবা ৬ এর কউ না কেউ পড়বে। কিন্তু এখন কী পড়বে না অজানা।
নমুনা দেশ বা ঘটনা দেশ (Sample Space or Event Space)

কোনো একটি সমসম্ভব পরীক্ষা করলে যা যা ফল (Outcome) হতে পারে তাদের সেটকে নমুনা দেশ বা ঘটনা দেশ (Sample Space or Event Space) বলা হয় এবং ফলগুলিকে নমুনাবিন্দু (Sample Points or event points) বলা হয়।

এই সমসম্ভব পরীক্ষার ফল $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ । এটি একটি ঘটনা দেশ। এটি নমুনা দেশ = ঘটনা দেশ।

এখন এটি একটি সমসম্ভব পরীক্ষা। এটি একটি ঘটনা দেশ। এটি নমুনা দেশ = ঘটনা দেশ।

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

এখানে ১, ২, ৩, ৪, ৫ ও ৬ এর প্রতি একটি ফল (Outcome) এবং $A = \{1, 3, 5\}$

$B = \{3, 6\}$ । $C = \{2\}$ প্রভৃতি S এর উপসেটগুলি এই সমসম্ভব পরীক্ষার এক একটি

ঘটনা (Event)। এই ঘটনাগুলির সম্ভাবনা আমরা বার করব।

যদি ছক্কাটি সুষম বা নিখুঁত বা সুনির্মিত (Fair বা unbiased) হয় এবং আমরা ওই ছক্কাটির ক্ষেত্রে $A = \{1, 3, 5\}$ এই ঘটনা (Event) ঘটনার সম্ভাবনাকে $P(A)$ চিহ্ন দ্বারা লিখি এবং যদি A ঘটনা ঘটনার সম্ভাবনা এখন আমরা পাবো $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$



আবার যদি $B = \{3, 6\}$ বা $C = \{2\}$ হলে সম্ভাবনা বার করব তাহলে পাবো

$$P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{এবং} \quad P(C) = \frac{1}{6}$$

এখানে দেখছি $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ । $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$ এবং $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$ নেওয়া হয়েছে। যেখানে $n(A)$,

$n(B)$, $n(C)$ এবং $n(S)$ যথাক্রমে A , B , C ও S সেটের বিদ্যমান সংখ্যা লোকাচ্ছে।



সম্ভাবনার পুরাতন সংজ্ঞা (Classical definition of Probability) বা প্রাথমিক সংজ্ঞা (A Priori definition of Probability) বা গণিতিক সংজ্ঞা (Mathematical definition of Probability)

E একটি সমসম্ভব পরীক্ষা (Random experiment) এবং এই পরীক্ষার ফলে নমুনাদেশ বা ঘটনাদেশটি Sample space or Event space হল S এখানে S সেটের ফলের Outcome সংখ্যা সমীচ এবং ফলগুলি সমভাবে সম্ভাব্য (equally likely or mutually symmetrical) যদি A একটি ঘটনা Event হয় অর্থাৎ A S এর একটি উপসেট হয় এবং A সেটটি বিমূর্ত সংখ্যা $n(A)$ ও S সেটটি বিমূর্ত সংখ্যা $n(S)$ হয় তবে A ঘটনা ঘটক সম্ভাবনা $P(A)$ বাবা চিহ্নিত করা হবে এর $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ হবে

১. কামনা নির্বৃত্ত বা পক্ষপাতহীন মুদ্রা পনপন দু'বার ফেল হলে দু'বারই হেড পড়ার সম্ভাবনা কত

হেড ও টেল পড়াকে যথাক্রমে H ও T দ্বারা নির্দেশ করা হয়

এক্ষেত্রে নমুনাদেশটি হল $S = (H, H), (H, T), (T, H), (T, T)$

এবং আমরা যে ঘটনার সম্ভাবনা বের করতে চাইছি সেটি হল $A = (H, H)$

এখানে দেখছি $n(A) = 1$ এবং $n(S) = 4$

প্রাথমিক সংজ্ঞা অনুযায়ী পাই,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$



২. একটি নির্বৃত্ত বা পক্ষপাতহীন চক্কা দু'বার চালানো হলো এবং উভয়ক্ষেত্রে চক্কার উপনাদেশ যে সংখ্যাটি উঠবে তার পার্থক্য লক্ষ করা হলো এই পার্থক্য হবার সম্ভাবনা কত

এক্ষেত্রে নমুনাদেশটি হলো

$S = (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),$

$(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),$

$(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),$

$(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),$

এবং আমরা যে ঘটনার সম্ভাবনা বের করতে চাইছি সেটি হলো

$A = (1,4), (2,5), (3,6), (4,1), (5,2), (6,3)$

এখানে দেখছি $n(A) = 6$ এবং $n(S) = 36$

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$



৩. একটি নির্বৃত্ত বা পক্ষপাতহীন মুদ্রা ৩ বার ফেলা হল চক্কা দুটি হেড H ও একটি টেল T পড়ার সম্ভাবনা কত
এক্ষেত্রে নমুনাদেশটি হলো

$S = (T, T, T), (T, H, H), (H, T, H), (H, H, T), (H, H, H)$

এবং আমরা যে ঘটনার সম্ভাবনা বের করতে চাইছি সেটি হলো

$$A = (H, H, T), (H, T, H), (T, H, H) \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$



আগেব আলোচনায় আমরা কোনো সমসত্ত্ব পৰীক্ষায় একটি একবিন্দুযুক্ত ঘটনা ঘটাব সম্ভাবনা কী হবে তা ধরে নিচ্ছিলাম। আমরা যখন বলছি একটি সুবহ (Fair) ছক্কা ফেলছি তখন ওই সুবহ কথার মাধ্যমে আমরা ধরে নিচ্ছি, 1, {2, 3, 4, 5 ও 6} এই একবিন্দুযুক্ত ঘটনাগুলির প্রত্যেকটির ঘটাব সম্ভাবনা $\frac{1}{6}$ অর্থাৎ $P(1) = \frac{1}{6}$, $P(2) = \frac{1}{6}$, $P(3) = \frac{1}{6}$, $P(4) = \frac{1}{6}$, $P(5) = \frac{1}{6}$ এবং এর সাহায্যেই আমরা ওই পরীক্ষায় অন্য ঘটনা ঘটাব সম্ভাবনা বের করছিলাম।

অর্থাৎ $P(1, 3, 5) = P(\{1\}) + P(\{3\}) + P(\{5\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

এখন আমরা নিখুঁত বা পক্ষপাতযুক্ত নয় এমন ছক্কাব একবিন্দু যুক্ত ঘটনাগুলির ঘটাব সম্ভাবনা নির্ণয় করতে চেষ্টা করব। আমরা ছক্কা ফেলার পরীক্ষাটি ওই নিখুঁত নয় ছক্কাটি নিয়ে বার বার করে সম্ভাবনা নির্ণয় করতে চেষ্টা করব। এই পদ্ধতি প্যারিস গাণিতিক বাস্তব (frequency statistical method) নামে পরিচিত।

এই পক্ষপাতযুক্ত ছক্কাটির ক্ষেত্রে $A = 3$ এই একবিন্দুযুক্ত ঘটনাটি ঘটাব সম্ভাবনা নির্ণয় করতে চাই প্রথমে আমি ওই ছক্কাটি 1 বার ফেললাম এবং 2, 4 বার পড়ল এবং পরে আবার ছক্কাটি 20 বার ফেললাম এবং 3, 6 বার পড়ল। এইভাবে আমি ছক্কাটি 30 বার ফেললাম এবং 7, 8 বার পড়ল। এইভাবে আমি 40 বার 50 বা 60 বার এই ছক্কাটি ফেলতে থাকলাম এবং 13 কবার পড়ে গুললাম এবং প্রতিবারই আমি একটি করে তথ্য সংগ্রহ করতে থাকলাম। তারা হলে যথাক্রমে $\frac{4}{10}$, $\frac{6}{20}$, $\frac{8}{30}$

আমি যদি এই সংখ্যাগুলি সংখ্যারেখায় স্থাপন করি তাহলে দেখাব ওই তথ্য সংখ্যাগুলি ক্রমশ একটি নির্দিষ্ট সংখ্যার কাছে জড়ো হচ্ছে। ওই নির্দিষ্ট সংখ্যাটিকেই $A = 3$ ঘটনাটি ঘটাব সম্ভাবনা বলা হয়। সম্ভাবনার এই সংজ্ঞাটিকে পরিসংখ্যানিক সংজ্ঞা (frequency definition) বলা হয়। এক্ষেত্রে হয়তো $A = 3$ ঘটনাটি ঘটাব সম্ভাবনা $\frac{1}{3}$ হবে।



মুখ্য ছক্কাব ক্ষেত্রেও একই পদ্ধতি অবলম্বন করা যায়।

পরিসংখ্যানিক সংজ্ঞা (Frequency definition)

ধরি একটি সমসত্ত্ব পৰীক্ষা Random Experiment = N বার করা হলো এবং এই পরীক্ষার সঙ্গে যুক্ত একটি একবিন্দুযুক্ত ঘটনা A ওই N বারের ভেতর N_A বার ঘটলে তখন একটি তথ্য সংখ্যা $\frac{N_A}{N}$ পাও। N এর বিভিন্ন বড়ো বড়ো মানের জন্য এইরকম যে তথ্য সংখ্যাগুলি পাব তারা ক্রমশ একটি নির্দিষ্ট সংখ্যার কাছে জড়ো হয়। জড়ো হবার এই বিশেষ ধর্মটিকে পরিসংখ্যানিক নিয়মানুগতা (statistical regularity) বলা হয়। এবং ওই নির্দিষ্ট সংখ্যাটিকে A ঘটনা ঘটাব সম্ভাবনা বলা হয় ও $P(A)$ চিহ্ন বসানো চিহ্নিত করা হয়।

অর্থাৎ $P(A) = \frac{N_A}{N}$, যেখানে N খুব খুব বড়ো সংখ্যা।

একটি পক্ষপাতযুক্ত ছক্কা 10000 বার ফেলা হলো এবং এক বিন্দুযুক্ত ঘটনাগুলি করার বার পাওয়া হলো। তা একটি ছক লেখা হলো। (এখানে $N = 10000$)

একবিন্দু যুক্ত ঘটনা	1	2	3	4	(5)	6
পরিসংখ্যা অর্থাৎ $N(A)$	1300	1000	2000	3500	1700	600



মিলিয়ে দেখি (LET'S MATCH)

বিন্দু করি

অধ্যায় - ১

2. $\frac{13}{4}, \frac{14}{4}, \frac{15}{4}$ 21 $\frac{7}{20}, \frac{11}{30}, \frac{23}{60}$ 22. $\frac{3}{8}, \frac{5}{2}, \frac{11}{24}$ 33 (ii) 1.

34. 0.5, 0.3, 1.75, 0.32, 0.65

37. i) সসীম দশমিক সংখ্যা পাঁচো ii) সসীম দশমিক সংখ্যা পাঁচো iii) সসীম দশমিক সংখ্যা পাঁচো না

38. i. 0.2916 আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা ii) 0.136 সসীম দশমিক সংখ্যা

39. 5.875 সসীম দশমিক সংখ্যা 2 ii. আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা 0.45. আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা 285714. আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা

41. মূলদ সংখ্যা 0.5 সসীম দশমিক সংখ্যা এবং 0.49 আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা

অধ্যায় - 2

4. সূচক এবং নিশান 14 iii. 63 iv. $\frac{1089}{64}$ vi) 343 vii. 256 viii. 1296 70 3¹⁰⁰

2. (i) $\frac{1}{50}$ 23 32 25 $\frac{1}{4}$ 26 3

অধ্যায় - 3

10. y

অধ্যায় - 4

5. 3, 4, 5, 5

বিন্দু করি 4. i) 10 একক ii. 1 একক iii. 5 একক iv. 7 একক v) 8 একক vi. 14 একক
vii. 5, 5 একক viii. 5 একক ix. 2 একক x. 4, 2 একক

অধ্যায় - 5

9. i. d) সাধারণ সমাধানযোগ্য একটি যাত্র সমাধান x = 2, y = 3 (e) সাধারণ সমাধানযোগ্য নয় পরস্পর সমান্তরাল f) সাধারণ সমাধানযোগ্য অসংখ্য সমাধান 6. i. c) পরস্পর সমান্তরাল 2. ii. 2y

অধ্যায় - 6

6. $\angle QRS = 75^\circ$ 4 $\angle ABO = 50^\circ$ $\angle ODC = 50^\circ$ $\angle ACB = 50^\circ$ $\angle CBD = 45^\circ$ 1 8 সেমি.
13. 5 সেমি

বিন্দু করি 6.1 1 $\angle A = \angle C = 20^\circ$, $\angle D = 60^\circ$ 7 $\angle PRQ = 55^\circ$ 3 $\angle APD = 90^\circ$

4. i) x = 40, y = 130 ii) x = 50, y = 40

অধ্যায় - ৭

নিজে করি 71 (i) $x + 3x - 7x^2 + x - 7$ (ii) $x^2 - x - (iv) x^2 - x^2 - 3x - 6x + 4$
 (v) $x^2 + x^2 - 3x - 8x^2 + 8$ (vi) $x^2 + x^2 - 3x - 8x^2 + x + 9$ (vii) $x^2 - x^2 - 7y + y - 8$
 (viii) $x^2 + x + 3x^2 - 4x - 7x^2 - 6x + 6$ (ix) $x + x^2 + x + 2x +$

19. 9, 3 ও 16 7 ও 6. f(y), g(y) ও t(x) এর মাত্রগুলি যথাক্রমে 3, 7 ও 6

2. অসংজ্ঞিত 2, 1, 4 (i) 3 (ii) 2 (iii) 1, vi) শুধুমাত্র সংখ্যাবালা যাত্রা 0, 11, 127

36. 2, -1, 0 47. -2 48. $-3\frac{1}{2}$ 50. $f(2) = 0$ 52. -8 57. 5

অধ্যায় 8

2. (x-1)(x+3) (x-2) (x-1)(x+2x+1)

1. (2x-4x^2+3x+3), (2x-1) 4x+2x+3, (2x-4x^2+3x+3)

অধ্যায় 9

প্রশ্নোত্তর 2. PQ=3 সেমি., $\angle APQ=60^\circ$

অধ্যায় 10

ক্রয়মূল্য	বিক্রয়মূল্য	লাভ/ক্ষতি	শতকরা লাভ/ক্ষতি	বিক্রয়মূল্যের উপর লাভ/ক্ষতি লাভ/ক্ষতি
400 টাকা	475 টাকা	75 টা. লাভ	$18\frac{3}{4}$ লাভ	$9\frac{19}{19}$ লাভ
125 টাকা	50 টাকা	25 টা. লাভ	20 লাভ	$6\frac{2}{3}$ লাভ
750 টাকা	700 টাকা	50 টা. ক্ষতি	$6\frac{2}{3}$ ক্ষতি	$7\frac{1}{7}$ ক্ষতি

3. 75 টাকা i, সবল সম্পর্ক (ii) 32 টাকা (v, 100 টাকা (vi) 72 টাকা (v 20

1. সরল সম্পর্ক (i) 30 টাকা (ii) 60 টাকা (v 40 টাকা (vi) $33\frac{1}{3}$

ক্রয়মূল্য	বিক্রয়মূল্য	ব্যয়মূল্য	ব্যয়মূল্যের উপর ছাড়	শতকরা লাভ/ক্ষতি
140 টাকা	144 টাকা	160 টাকা	10%	$2\frac{6}{7}$ লাভ
260 টাকা	285 টাকা	300 টাকা	5%	$9\frac{8}{13}$ লাভ
350 টাকা	340 টাকা	400 টাকা	15%	$2\frac{6}{7}$ ক্ষতি
420 টাকা	480 টাকা	500 টাকা	4%	$4\frac{2}{7}$ লাভ
600 টাকা	630 টাকা	700 টাকা	10%	9 লাভ

12. 2592 টাকা 35.2%

অধ্যায় 11

মাসিক ভাড়া (টাকা)	ট্যালিয়ার্ক	পারিসংখ্যা (লোকালের সংখ্যা)
305 — 385	+++	6
385 — 445		4
445 — 525	+++	6
525 — 605		3
605 — 685	+++	6
685 — 765	+++	7
765 — 845	++++	8
মোট পরিসংখ্যা		40

নিম্নে করি 11.1 : (i) 12 (ii) 23 (iii) 20

অধ্যায় - 15

নিম্নে করি 15.1 (i) 66 সেমি (ii) 97.4 সেমি (iii) 39.6 সেমি (iv) 6.1 সেমি (v) 6.3 সেমি.

নিম্নে লিখি 8. 13 সেমি

নিম্নে করি 15.2 : 1 80 মিটার 2 2232 টাকা 3 60 সেমি 20 সেমি (iv) 36 সেমি 12 সেমি.

(v) 39 সেমি 3 সেমি 66 সেমি 22 সেমি (vi) 30 সেমি 10 সেমি (vii) 45 সেমি 15 সেমি.

7 $4\sqrt{3}$ বর্গ সেমি 24 84 বর্গ মিটার

নিম্নে করি 15.3 : (i) 30 বর্গ সেমি (ii) $9\sqrt{3}$ বর্গ সেমি (iii) $8\sqrt{5}$ বর্গ সেমি.

(iv) $(30+20\sqrt{3})$ বর্গ সেমি 2 55.25 সেমি 3 72 বর্গ সেমি 4 56 মিটার 5 16.9

34 105 বর্গ সেমি. 38. 96 বর্গ সেমি

অধ্যায় 16

7 44 সেমি. 62 $\frac{6}{7}$ সেমি. 3 $94\frac{2}{7}$ মিটার 10 $\frac{4}{7}$ মিটার 8 (b) 84 মিটার 3 250 বর্গ 2 35 মিটার

অধ্যায় 17

নিম্নে করি 17.1 : ভিতর 2 বাহুর 3 কোনো বাহুর উপর কোনো বিন্দুতে 17.2 : 5 সেমি. 2. 20 সেমি.

অধ্যায় 18

3 386 বর্গ সেমি. 2 7 ভেসিমি 154 বর্গ মিটার 9 2464 বর্গ সেমি 1 4400 বর্গ মিটার

24 693 বর্গ মিটার 75 15 66 সেমি. 08 সেমি 693 বর্গ সেমি 77 378 বর্গ মিটার

20 1 74.29 মিটার (প্রায়). 95.54 বর্গ মিটার (প্রায়) 1 62.61 সেমি. (প্রায়). 126 বর্গ সেমি

অধ্যায় 19

3 (18 8) 6. (3 2)

অধ্যায় - 21

16. 5

মিলিয়ে দেখি (LET'S MATCH)

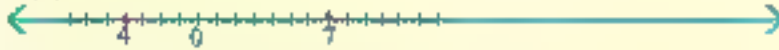
কষে দেখি 1.1

1. যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে লেখা যায়, যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ সেই সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বলে।

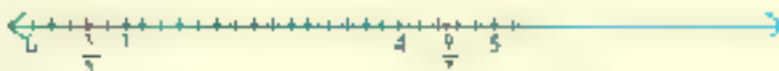
$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{7}, \frac{11}{13} \quad (\text{অন্য চারটিও নিতে পারি})$$

2. ই। $0 = \frac{0}{1}$

3. (i) ও (ii)



- (iii) ও (iv)



- (v) ও (vi) (vii)



4. (i) $\frac{4+5}{2} = \frac{9}{2}$ (ii) $\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$ (iii) $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{2} = \frac{3}{8}$ (iv) $\frac{\frac{3}{2} + 4}{2} = \frac{11}{4}$

(v) $\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$ (অন্য উত্তরও সম্ভব)

5. $4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$, $4 + \frac{1}{3} = \frac{13}{3}$, $4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$ (অন্য উত্তরও সম্ভব)

6. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$, $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$, $4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$ (অন্য উত্তরও সম্ভব)

7. $\frac{5+4}{2} = \frac{9}{2}$, $\frac{5+40}{2} = \frac{45}{2}$, $\frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$ (অন্য উত্তরও সম্ভব)

8. (i) T (ii) F 9. মূলদ সংখ্যা

কষে দেখি 1.2

1. (i) সত্য (ii) মিথ্যা (iii) সত্য (iv) মিথ্যা (v) সত্য (vi) মিথ্যা

2. যে সব বাস্তব সংখ্যাদের $\frac{p}{q}$ আকারে লেখা যায় না, যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$, সেই সব বাস্তবসংখ্যাদের অমূলদ সংখ্যা বলে।

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, e, \pi \quad (\text{অন্য উত্তরও সম্ভব})$$

3. মূলদ— (i) (ii) (v) (vi), অমূলদ— (iii) (iv) (vii) (viii) (ix)

কষে দেখি 1.3

- সদীশ (i), (iv) অসীশ (ii), (iii), (v)
- (i) 0.09, (ii) 0.625 (iii) 0.230769 (iv) 3.125 (v) 0.18 (vi) 0.28
- (i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{4}{3}$ (iii) $\frac{49}{90}$ (iv) $\frac{34}{99}$ (v) $\frac{311}{99}$ (vi) $\frac{8}{45}$ (vii) $\frac{43}{90}$ (viii) $\frac{6}{11}$ (ix) $\frac{1}{999}$ (x) $\frac{63}{999}$
- $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ (অন্য উদ্ভবও সম্ভব)
- 0.80 800 8000 80000 8 0.85 855 8555 85555 8 (অন্য উদ্ভবও সম্ভব)
0.9. 9.1 9.11 9.111 9
- 0.121221222122221 0.373773777377779 (অন্য উদ্ভবও সম্ভব)
- মূলদ \rightarrow (ii), (iii) অমূলদ \rightarrow (i), (iv)
-
-
- 0.22 0.23 (অন্য উদ্ভবও সম্ভব) 11 0.2 0.21 (অন্য উদ্ভবও সম্ভব)
- (i) c) (ii) d) (iii) d) (iv) c) (v) c) 15. (i) $(\sqrt{3}) \times \sqrt{3} = 0$ (ii) $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 0$
(iii) $\frac{\frac{1}{7} + \frac{2}{7}}{2} = \frac{3}{14}$
(iv) 0.151551555155551
(v) $\frac{17}{9000}$: ৯ এর সব অঙ্কগুলোর অন্য উদ্ভবও সম্ভব) (vi) d)

কষে দেখি 2

- (i) $2\frac{9}{2}$ (ii) 10 (iii) 2
- (i) $\frac{1}{4}$ (ii) x (iii) 2 (iv) \sqrt{abc} (v) 8 (vi) 8 (vii) 1
- (i) $10^4, 6^3, 5^2$ (ii) $2^2, 3^3, 8^4$ (iii) $5^{24}, 2^{30}, 4^{36}, 3^{48}$
- (i) $x = 1\frac{1}{2}$ (ii) a) $x = 1$ (iii) $x = 3$ (iv) $x = \frac{2}{3}$ (v) $x =$ (vi) $x = 1$
(vii) $x = 4$
- (i) b = 3 (ii) c) 4 (iii) b) $\frac{9}{2}$ (iv) c) 49 (v) d) 27
- (i) 4^3 (ii) $x = 3$ (iii) $x = 7$ (iv) $\frac{1}{2}$ (v) 3^3 দুইভেদ [$3^2 > 3^3$]

করে দেখি ১.১

১	বিন্দু	(১, ২)	(৪, ২)	(৪, ৫)	(৫, ৫)	(২, ৭)	(৭, ৭)	(০, ৭)	(০, ৭)
	x-অক্ষের উপরে, নীচে	নীচে	উপরে	উপরে	নীচে	উপরে	নীচে	উপরে	নীচে

২	বিন্দু	(৫, ৭)	(০, ০)	(৪, ৪)	(৪, ৩)	(৬, ২)	(১, ৩)	(৪, ০)	(৪, ০)
	y-অক্ষের ডান/বাম	ডান	ডান	বাম	ডান	বাম	ডান	ডান	বাম

৩. তৃতীয়পাদে y-অক্ষের উপর ধনাত্মক দিকে, x-অক্ষের উপর ধনাত্মক দিকে চতুর্থপাদে, প্রথমপাদে, y-অক্ষের উপর ঋণাত্মক দিকে, x-অক্ষের উপর ঋণাত্মক দিকে। ৭, ৭, ৫

করে দেখি ৩.২

১. (i) x-অক্ষের উপর ধনাত্মক দিকে (ii) y-অক্ষের উপর ধনাত্মক দিকে (iii) x-অক্ষের উপর ঋণাত্মক দিকে (iv) y-অক্ষের উপর ঋণাত্মক দিকে (v) প্রথম পাদে (vi) দ্বিতীয় পাদে (vii) চতুর্থপাদে (viii) তৃতীয় পাদে

৩. (i) $3x + 2y = 55$ (ii) $x + y = 80$ (iii) $\frac{x-2}{y-2} = \frac{7}{4}$
 $4x - 3y = 75$ $9(x - y) = x - 20$ $\frac{x-3}{y-3} = \frac{1}{2}$
 [শরি বড়ো সংখ্যাটি x এবং ছোট সংখ্যাটি y]

(iv) $x = 2y$
 $(10x - y) - (0y + x) = 27$

৪. (i) $x - y = 26$ (ii) $x + y = 15$ (iii) $\frac{x+2}{y+2} = \frac{7}{9}$
 (iv) $2 \times (x - y) = 80$ (v) $5x = 8y$

৬. (i) $x - y = 16$ (ii) $x + y = 15$ (iii) $\frac{x-3}{y+2} = \frac{1}{3}$
 $x + 8 = 2(y + 8)$ $x - y = 3$ $\frac{x-4}{y-2} = \frac{1}{2}$
 রজতের বয়স ৪ বছর এবং সংখ্যা দুটি ৭ ও ৬
 রজতের মায়ের বয়স ২৪ বছর
 ত্রয়ংপতি $\frac{5}{4}$

(iv) $2(x + y) = 60$ (v) $16(x + y) = 96$
 $x - 2 \text{ মি.} = 2 \text{ মি.} = xy - 24$ $8(x - y) = 6$
 দৈর্ঘ্য ২০ মিটার প্রস্থ ০ মিটার
 নৌকায় বেগ ৪ কিমি./ঘণ্টা
 মোটের বেগ ২ কিমি./ঘণ্টা

৭. (i) (০, ৫) (ii) (-২, ৫) (iii) (৭, ৫) (iv) (৭, ১)

8. (i) $x = 1$ (ii) $x = 2$ (iii) $x = 1$ (iv) $x = 3$ (v) $x =$
 $y = 1$ $y = 1$ $y = 1$ $y = 2$ $y = 2$
9. $x = 2, y = 3$ 10. 24 বর্গ একক 11. 6 বর্গ একক
12. $x = -2$ এর জন্য $y = 0$ এবং $x = 7$ এর জন্য $y = 3$ হলে 13. $x = 3$
14. (i) (b) (ii) (a) (iii) c, (iv) (c) (v) (d)
15. (i) (6, 0) (ii) (0, -4) (iii) 6 বর্গ একক (iv) x-অক্ষ থেকে দূরত্ব 8 একক এবং y-অক্ষ থেকে দূরত্ব 6 একক (v) 45°

কষে দেখি- 4

1. (i) 25 একক (ii) 5 একক (iii) $2(a^2 + b^2)$
2. (i) 9 একক (ii) ± 3 একক (iii) 2 5 একক (iv) 13 একক (v) $\sqrt{185}$ একক (vi) 5 একক
6. 10 একক 8. $y = 15$ বা 3 9. (6, 0)
15. (i) $b, 2\sqrt{b^2 + d^2}$ (ii) $a = 0$ অথবা 6 (iii) c) ± 3 (iv) (d) সমকোণী সমন্বিবাহ (v) (a) 5 একক
16. (i) ± 3 (ii) (0, 4) (iii) (3, 0) ও (0, 3) (iv) (2, 2) ও (3, -2) (v) (2, 5) ও (3, 10)
16. (iii), (iv), (v) এর ক্ষেত্রে অন্য স্থানাঙ্কও হতে পারে

কষে দেখি- 5.1

1. (b) একটি সাধারণ সমাধান পাওয়া c) বাবাব বয়স 42 বছর এবং দিদিব বয়স 13 বছর
2. (b) অসংখ্য সাধারণ সমাধান পাওয়া c) অসংখ্য সমাধান অর্থাৎ 1টি পেনের দাম 0 টাকা হলে 1টি পেনসিলের দাম 3 টাকা অথবা 1টি পেনের দাম 6 টাকা হলে 1টি পেনসিলের দাম 6 টাকা
3. (b) কোনো সাধারণ সমাধান পাওয়া না
 c) 1টি আর্ট পেন্সিল ও 1টি স্ক্রু পেনের আলাদা আলাদা দাম পাওয়া না

কষে দেখি- 5.2

1. (b) সমাধান যোগ্য $x = 2, y = 1$ (b) সমাধান যোগ্য অসংখ্য সমাধান $x = 2, y = 3, x = 3, y = 1, x = 4, y = 5$ (c) সমাধান যোগ্য নাই (d) সমাধান যোগ্য $x = \frac{53}{20}, y = \frac{1}{4}$
2. (a) সমাধান যোগ্য নাই c) সমাধানযোগ্য এবং একটিমাত্র সাধারণ সমাধান আছে (c) সমাধানযোগ্য এবং অসংখ্য সাধারণ সমাধান আছে (d) সমাধানযোগ্য এবং অসংখ্য সাধারণ সমাধান আছে
3. (a) পরস্পরশ্রেণী (b) সমাপত্তিত হয়েছে (c) পরস্পর সমান্তরাল (d) পরস্পরশ্রেণী
4. (a) সমাধানযোগ্য অসংখ্য সমাধান $x = 5, y = 0, x = 7, y = 8, x = 2, y = 4$ (b) সমাধানযোগ্য নাই (c) সমাধানযোগ্য $x = 2, y = 4$ (d) সমাধানযোগ্য $p = 9, q = 6$ (e) সমাধানযোগ্য নাই (f) সমাধানযোগ্য নাই

করে দেখি 5.3

1 (a) $x = 2, y = 1$ (b) $x = 2, y =$

2 1

3 $4x - 3y = 16$ কে 3 দিয়ে এবং $6x + 5y = 62$ কে 2 দিয়ে গুণ করতে হবে

4 (i) $x = 4, y = 3$ (ii) $x = 7, y = 6$ (iii) $x = 36, y = 12$ (iv) $x = 2, y = 6$ (v) $x = 2, y = 2$

(vi) $x = 1\frac{1}{5}, y = 1\frac{1}{5}$ (vii) $x = 7, y = 9$ (viii) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{7}$ (ix) $x = 1\frac{1}{4}, y = 1$

(x) $x = 4, y = 3$ (xi) $x = 20, y = 3$ (xii) $x = a, y = b$ (xiii) $x = a, y = b$ (xiv) $x = \frac{c(c-b)}{a(a-b)}$
 $y = \frac{c(a-c)}{b(a-b)}$ (xv) $x = \frac{a}{a^2+b^2}, y = \frac{b}{a^2+b^2}$ (xvi) $x = , y = 1$

করে দেখি - 5.4

1 $x = 3(8 - \frac{y}{2})$

2 $y = \frac{7x}{x-2}$

3 a) $x = 2, y = \frac{1}{2}$ b) $x = 1, y = 1$ b) $x = 1\frac{1}{5}, y = 1\frac{1}{5}$ c) $x = 5, y = 62$

4 $x = 3, y = 2$

5. (i) $x = 4, y = 5$ (ii) $x = 10, y = 4$ (iii) $x = 8, y = 5$ (iv) $x = 7, y = 9$ (v) $x = 6, y = 5$

(vi) $x = \frac{3}{2}, y = 2$ (vii) $x = 6, y = 2$ (viii) $x = 2, y = 3$ (ix) $x = 2, y = \frac{2}{3}$

(x) $x = 2, y = 8$ (xi) $x = 4, y = 4$ (xii) $x = 2, y = 3$

করে দেখি 5.5

1 $x = \frac{2y}{3}$ 2 $x = 3$ 3 (a) $x = 2, y = 1$ (b) $x = 2, y = 3$ 4 (a) $x = 4, y = 6$

(b) $x = 2, y = 7$ (c) $x = , y = \frac{1}{2}$ (d) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{5}$

5 (i) $x = 2, y = \frac{1}{2}$ (ii) $x = 1, y = 1$ (iii) $x = \frac{6}{5}, y = \frac{6}{5}$ (iv) $x = 6, y = 8$ (v) $x = 4, y = 10$

(vi) $x = 8, y = 5$ (vii) $x = 7, y = 9$ (viii) $x = p + q, y = q - p$

কষে দেখি - 5.6

- 1 $x = 2, y = 1$ 2 $x = 3, y = 2$ 3 $x = 4, y = 2$ 4 $x = 4, y = 4$ 5 $x = 16, y = 4$
 6 $x = \frac{4}{3}, y = \frac{4}{5}$ 7 $x = 6, y = 9$ 8 $x = 6, y = 4$ 9 $x = 2, y = 24$
 10. $x = a + b, y = b$ 11 $x = a + b, y = b$ 12 $x = a, y = b$
 13. $x = \frac{a}{a^2 + b^2}, y = \frac{b}{a^2 + b^2}$

কষে দেখি 5.7

- 1 1 টি পেন 5 টাকা, 2 টি পেনসিল 3 টাকা 2 আয়েশা 40 কিগ্রা ব্রহ্মিক 45 কিগ্রা
 3 কাকদাবু 40 বছর, বানেন 20 বছর 4 পাঁচটাকার নোট 22টি দশ টাকার নোট 48 টি
 5 ভগ্নাংশটি $\frac{12}{7}$ 6 সংখ্যাগুলি 9 ও 18 7 মালিমা 12 দিনে রমেন 9 দিনে
 8 প্রথম দ্রবণ 77 $\frac{7}{9}$ লিটার, দ্বিতীয় দ্রবণ 72 $\frac{7}{9}$ লিটার 9 অধিলবাবু 235টি ছন্দাদেবী 60টি
 10. দৈর্ঘ্য 19 মিটার প্রস্থ 12 মিটার 11 মেসির 166 টাকা ফণানের 120 টাকা 12. 12 জন গিয়েছিল,
 180 টাকা দিয়েছিলেন 13 1 টাকার মুদ্রা 200 টি, 50 পয়সার মুদ্রা 300টি 4 দূরত্ব 540 কিমি.,
 গতিবেগ 36 কিমি/ঘন্টা 15. 3 খ্যাটি 35 16. সংখ্যাটি 95 17 নৌকায় বেগ 4 মহিল/ঘন্টা প্রোডের
 বেগ মহিল/ঘন্টা 18 দূরত্ব 100 কিমি. গতিবেগ 25 কিমি./ঘন্টা 19 সংখ্যাটি 96
 20. মোট কমলালেবু 200টি এবং বাস 15 টি 21 (i) $t = 3$ (ii) $k = 4$ (iii) $x = 5, y = 4$
 (iv) $x = 1, y = 2$ (v) $t = 3$ (vi) $y = \left(\frac{a}{b}\right)x + \left(\frac{c}{b}\right)$ (vii) $k = 24$ (viii) $a = \frac{13}{9}, b = \frac{1}{3}$
 22. (i) (a) (ii) (b) (iii) (c) (iv) (c) (v) a (vi) (c)

কষে দেখি 6

16. (i) (c) (ii) d) (iii) (c) (iv) (c) (v) (a)
 17 (i) $\angle A = 108^\circ = \angle C, \angle B = 72^\circ = \angle D$ (ii) 4 সেমি. (iii) 150° (iv) 75° (v) 4 সেমি

কষে দেখি 7.1

- 1 (i) বহুপদী সংখ্যামালা, যাত্রা 6 (ii) বহুপদী সংখ্যামালা যাত্রা 3 (iv) বহুপদী সংখ্যামালা যাত্রা 51
 (vii) বহুপদী সংখ্যামালা, যাত্রা 0 (viii) বহুপদী সংখ্যামালা, যাত্রা অসংখ্য (ix) বহুপদী সংখ্যামালা, যাত্রা 3
 (xi) বহুপদী সংখ্যামালা, যাত্রা 2
 2. (i) একচল বিশিষ্ট একঘাত সংখ্যামালা (vi) একচল বিশিষ্ট একঘাত সংখ্যামালা (v) একচল বিশিষ্ট,
 ত্রিঘাত সংখ্যামালা (ii) একচল বিশিষ্ট ত্রিঘাত সংখ্যামালা (iv) একচল বিশিষ্ট ত্রিঘাত সংখ্যামালা

3. (i) 5 (ii) 1 (iii) 0 (iv) $\sqrt{1}$ 4. (i) 4 (ii) 1 (iii) 0 (iv) 3 (v) 1 (vi) 9
 5. $x^2 + 1, 2y^2 = 9$ (অন্য উত্তর সম্ভব) 6. $x^4 = 7y^4$ (অন্য উত্তর সম্ভব)
 7. $x + x + 7y = 9x = 9$ (অন্য উত্তর সম্ভব)
 8. (i), (ii), (iii), (iv), (v) লক্ষ্যদী সংখ্যাগুলো
 (i) একাত্তন বিশিষ্ট, (ii), (iii), (iv) এবং (v) দুইচল বিশিষ্ট a কে ধুবক ধরা হয়েছে।

কষে দেখি - 7.2

1. $f(0) = -6, f(1) = 4, f(3) = 30$
 2. (i) $f(1) = 8, f(1) = 2$ (ii) $g(1) = 7, f(1) = 17$ (iii) $f(1) = 1, g(1) = 7$
 (iv) $f(1) = 9, f(1) = 1$
 4. (i) 2 (ii) $\frac{2}{7}$ (iii) 9 (iv) 3 (v) 0 (vi) $\frac{b}{a}$

কষে দেখি - 7.3

1. (i) 5 (ii) 19 (iii) $5\frac{3}{8}$ (iv) $3\frac{1}{8}$
 2. (i) 68 (ii) 52 (iii) 6 (iv) 9
 3. (i) 8 (ii) a
 4. $P(\frac{1}{2}) = 0$, শূন্যতক
 5. 1 6. $4\frac{2}{3}$ 7. 62 8. $a = 1, b = 3$ 10. $a = \frac{2}{3}, b = \frac{5}{3}, c = 2$
 11. (i) c (ii) a (iii) b (iv) d (v) a 12. (i) $\frac{3}{2}$ (ii) 8 (iii) 3 (iv) 128

কষে দেখি - 7.4

1. $(x^2 + 1)$ (ii), (iii), (iv), (vi) এর উৎপাদক
 2. (i) $g(x), f(x)$ এর একটি উৎপাদক (ii) $g(x), f(x)$ এর একটি উৎপাদক (iii) $g(x), f(x)$ এর একটি উৎপাদক (iv) $g(x), f(x)$ এর একটি উৎপাদক
 3. $k = -1$ 4. $k = -12$ 5. $k = \frac{3}{2}$ 6. $k = 8$ 7. $k = -7$
 5. $a = 1, b = 8$ 6. $a = 1, b = 0$ 7. $a = 0, b = 2$ 11. $a + c (r + b) (m + a) (v + a) (v + a)$
 12. (i) $a = 4$ (ii) $k = 0$ অথবা $k = \frac{1}{27}$ (iii) 10 (iv) $p = r$ (v) $\frac{3}{2}$

করে দেখি 8.1

1. $(x-1)(x^2+x-2)$
2. $(x+1)(x^2-x+3)$
3. $(a+2)^2(a-4)$
4. $(x-2)(x^2+2x-2)$
5. $(x+2)(x+3)(x-5)$
6. $(a-1)(4a^2-5a-2)$
7. $(x-1)(x-3)(x-5)$
8. $(a+1)(5a^2+6a-2)$
9. $(2x+1)(x^3-x+5)$
10. $(y-2)(y+3)(2y-7)$

করে দেখি 8.2

1. $\left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4}\right)\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2}\right)\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{2}\right)$
2. $\left(m + \frac{1}{m}\right)\left(m + \frac{1}{m} - 2\right)$
 $\text{বা } \frac{1}{m} (m^2 + 1)(m - 1)^2$
3. $3p-4q, (3p-4q+a)$
4. $(2x-6x-9), (2x^2-6x+9)$
5. $x-3x+1, x-3x-1$
6. $(p^2+3pq-q), (p^2-3pq-q)$
7. $(a-b-c)(a-b-c)$
8. $(3a-2b)(3a+2b+2c)$
9. $(a-2c)(a-6b+2c)$
10. $(3a-b-c)(a-b-c)$
11. $(x+y-4a)(x+y-2a)$
12. $(a+3b-2c-5d)(a-3b-2c-5d)$
13. $(a+b+c)(3a-b-c)$
14. $(x+149)(x-151)$
15. $(ax-bx+ay+by)(ax+bx-ay-by)$

করে দেখি 8.3

1. $(t-2)(t^2+2t+4)(t^3+8t+64)$
2. $(3p+q)(3p-q)(9p^2-3pq+q^2)$
 $(9p^2+3pq+q^2)$
3. $(2p+1)(4p^2-38p+27)$
4. $\left(\frac{1}{2a} + \frac{2}{b}\right)\left(\frac{1}{4a^2} + \frac{ab}{b^2} + \frac{4}{b^2}\right)$
5. $2(a-b)(a^2+ab+b^2)+4a^3-2a^2b+b^3$
6. $A(R-r)(R^2+Rr+r^2+Rb+rb)$
7. $(a+b-2)(a^2+2ab+b^2+2a+2b+4)$
8. $(4x-2x-5)(4x^2+10x+25)$
9. $(2a-b)(4a^2+2ab+b^2-2x)$
10. $(x-5)(x^2-x+7)$

করে দেখি 8.4

1. $(x+y+4)(x+y^2+1)(xy-4y-4x)$
2. $2x(y+1)(4x^2+y^2+1+2xy+y-2x)$
3. $(2a-3b-4a-9b^2+1+6ab-3b+2a)$
4. $(1+2x-3y)(1+4x+9y-2x+6xy+3y)$
5. $3(3a-2b)(2b-5c)(5c-3a)$
6. $3(2x-y)(x+y)(x-2y)$
7. $(a^2+2a-4)(a^2-2a+8a^2+8a+1)(b)$
8. $(a+3a+5)(a^2-3a+4a-5a-25)$
9. $3pqr(p-q)(q-r)(r-p)$
10. $p + \frac{1}{p-3} = p + \frac{8}{p^2-9} = \frac{p^3-3p^2+8}{p^2-9}$

করে দেখি 8.5

1. (i) $(a+b-3)(a+b-2)$ (ii) $(x-1)(3x+5)(3x^2-2x-4)$ (iii) $(x^2-x+2)(x^2+x-4)$
 (iv) $2h^2(15h^2-a^2)$ (v) $(x^2+5x+1)(x^2+3x+1)$ (vi) $(x-1)(ax-x+a-2)$ (vii) $x+ay+y$ (viii) $x+y$
 (ix) $x-p+2q, x+p-3q$ (x) $(a-2)(2+\frac{1}{a})(a-\frac{1}{a}+1)$ (xi) $(x)(xy-y-x)(xy-x-1)$
2. (i) -1 (ii) d (iii) a (iv) d (v) a
3. (i) $a+b=b+c, c+a$ (ii) $a=b=c$ (iii) $a=1, b=-1$ (অন্য উত্তর সম্ভব) (iv) 0
 (v) $a=3, p=7$

কষে দেখি - ৭

15. (i) (b) (ii), (c) (iii) (d) (iv) (b) (v) (b)

16. (i) 2 সেমি. (ii) ৭। সেমি (iii) 5 সেমি (iv) 6 সেমি. (v) 3 সেমি.

কষে দেখি - 10.1

1 ₹ 625 ₹ 125 ₹ 275, ₹ 2 ₹ 150 ₹ 100. ₹ 20000, ₹ 3000 2 (a) সবল সমানুপাতী
(b) ₹ 75 (c) ₹ 100 (d) শতকরা লাভ 25 (e) শতকরা লাভ 20 3 ₹ 200 4. $6\frac{2}{3}$ 5 ₹ 800
6. ₹ 290 7 ₹ 300 8. $33\frac{1}{3}$ 9. শতকরা লাভ 8 10. ₹ 200 11 8 টি 12 ₹ 350 ₹ 1050
13 লাভ শতকরা $2\frac{1}{2}$ 14. 13 5 15 5 16. ₹ 6 17 ₹ 4 ক্ষতি 18. $44\frac{4}{9}$ 19 প্লান্ট ₹ 360
জগমা ₹ 250 20. 25 21. 2 1

কষে দেখি - 10.2

সুদলবাবু 20% লাভ. সাহানাবিবি 0% লাভ. উৎপলবাবু 2% লাভ

(i) ₹ 9000 (ii) ₹ 3696 (iii) $47\frac{2}{25}$

2 (i) ₹ 80 (ii) ₹ 24 50 (iii) ₹ 22 50 (iv) ₹ 262 50 (v) ₹ 184

3. (i) 15 (ii) 15 (iii) 20 (iv) 58 7 (v) ₹ 30। 35

4. (i) (d) (ii) a) (iii) (b) (iv) (a) (v) (b)

5. (i) $6\frac{2}{3}$ (ii) 25 (iii) $9\frac{1}{11}$ (iv) ₹ 360 (v) ₹ 576 (vi) 28%

কষে দেখি - 11.1

1	শ্রেণি অন্তর	শ্রেণি সীমা	শ্রেণি দৈর্ঘ্য	শ্রেণি পরিসংখ্য
	0-2	0-2	2	11
	2-4	2-4	2	17
	4-6	4-6	2	9
	6-8	6-8	2	3

2	শ্রেণি অন্তর	শ্রেণি সীমা	ট্যাল মার্ক	শ্রেণি পরিসংখ্য
	1-10			6
	11-20			8
	21-30			11
	31-40			7
	41-50			8

মোট পরিসংখ্য = 40

3.

শ্রেণি সীমা	ট্যালি মার্ক	শ্রেণি পরিমাণ	ক্রমবর্ধমানক পদ্ধতিতে মোট পরিমাণ
৩০-৪০		4	4
40-৫০		6	10
৫০-৬০		4	14
60-70		4	18
70-80		6	24
80-90		6	30
90-100		4	34
100-110		4	38
110-120		4	42

মোট পরিমাণ = 40

4.

শ্রেণি সীমা	ট্যালি মার্ক	শ্রেণি পরিমাণ
৫০-৬০		4
60-70		5
70-80		4
80-90		4
90-100		5
100-110		5
110-120		5
120-130		5
130-140		4

মোট পরিমাণ = 40

৫.

বয়স বৃদ্ধিতে	শ্রেণির মাঝে পরিমাণ	ক্রমবর্ধমানক পদ্ধতিতে মোট পরিমাণ
১০-২০	৪০	৪০
20-30	40	80
30-40	50	130
40-50	70	200
50-60	40	240
60-70	20	260

6.

শ্রেণি	0-১০	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
ছাত্র ছাত্রী সংখ্যা	17	5	7	8	13	10

7	প্রাপ্ত বছর	0	10	10	20	20	30	30	40	40	50	50	60	60	এবং বেশি
	ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা	8		5		12		35		24		16		0	

8. (i) (a) (ii) (d) (iii) (b) (iv) (b) (v) (b)

9. (a) 2m ও (b) $37-47$ (c) 0.6 (d) 3.4 (e) চল- (i), (ii), (v), স্থল- (i), (v)

কষে দেখি - 11.2

12. (i) c (ii) c (iii) (b) (iv) ,d (v) d

কষে দেখি - 12

21. (i) (c) (ii) (b) (iii) c (iv) d (v) a

22. (i) 7.5 সেমি. (ii) 29 বর্গ একক (iii) 1.6 (iv) 1.0 বর্গ সেমি (v) 1.1

কষে দেখি - 15.1

1. (i) 400 বর্গ মিটার (ii) ₹1500 (iii) 480

2. (i) 51 বর্গ মিটার (ii) 1 বর্গ মিটার (iii) 264 বর্গ মিটার (iv) 252 বর্গ মিটার (v) 882 বর্গ মিটার

3. 69.2 বর্গ মিটার 4. ₹680 5. 29 মিটার ও 20 মিটার 6. ₹17982 7. 19 মিটার

8. 2500 বর্গ সেমি. 9. ₹4949 10. 3 মিটার 11. 38 সেমি. 12. 96 বর্গ মিটার এবং 19796 মিটার

13. 80 মিটার ₹8000 14. 193 মিটার, 19 193 মিটার 15. ₹12,500

16. 288 বর্গ মিটার, 7.42 মিটার 108 বর্গ মিটার, 18. 5 মিটার \times 9 মিটার 424 টি

19. (i) (c) 144 বর্গ সেমি (ii) (a) $A_1, A_2 = 1.2$ (iii) (c) 600 (iv) (b) $S > R$ (v) (b) 15 সেমি

20. (i) শতকরা 2. বৃদ্ধি পাবে (ii) শতকরা 1. হ্রাস পাবে (iii) 3 সেমি (iv) 8 সেমি. (v) 13 সেমি

কষে দেখি - 15.2

1. $25\sqrt{3}$ বর্গ সেমি $8\sqrt{2}$ বর্গ সেমি 13.9 বর্গ সেমি. 247.9 বর্গ সেমি. $304\sqrt{3}$ বর্গ সেমি

2. $64\sqrt{3}$ বর্গ সেমি 3. 30 সেমি. $25\sqrt{3}$ বর্গ সেমি. 4. $8\sqrt{3}$ বর্গ সেমি. 5. 48 বর্গ সেমি. 6. 13872 বর্গ সেমি

7. 72 বর্গ সেমি 8. 9 সেমি. রহস্য 9. (i) $432\sqrt{15}$ বর্গ মিটার (ii) $9\sqrt{15}$ মিটার 10. (i) ₹1686

(ii) ₹1422 11. $300\sqrt{3}$ বর্গ সেমি 12. $00\sqrt{2}$ বর্গ সেমি 13. 100 বর্গ সেমি. 14. 1 সেমি (i) 25 বর্গ

সেমি 15. 2.89 মিমিটারপ্রায় 16. 19 মিটার 17. 180 সেমি 18. 30 বর্গ সেমি 19. 4.6 5

সেমি প্রায় 20. $1\frac{5}{7}$ সেমি 21. (i) d (ii) b (iii) c (iv) (b) (v) ,a (vi) c 22. (i) 2 একক

(ii) শতকরা 300 বৃদ্ধি পায় (iii) শতকরা 800 বৃদ্ধি পায় (iv) 10 সেমি (v) $1\sqrt{3}$

কষে দেখি— 15.3

- 1 20 বর্গ সেমি. 2 4 সেমি. ও 7 সেমি 3 168 বর্গ মিটার 4 2 সেমি 5 6 সেমি. 6 50 মিটার
 150 বর্গ মিটার 12 মিটার 7 2420 বর্গ মিটার 8 24 বর্গ সেমি 9 60 ডেকামিটার 80 ডেকামিটার
 10 $96\sqrt{3}$ বর্গ সেমি. 11 14 বর্গ মিটার 12 88 বর্গ সেমি. 13 72 5 বর্গ সেমি 14 1536 বর্গ সেমি.
 15 $\sqrt{2}$ 185 সেমি 88 বর্গ সেমি 16 672 বর্গ মিটার 17 (i) (b) (ii) (b) (iii) d (iv) (b) (v) (b)
 18. (i) 8 সেমি. (ii) $2\frac{1}{2}$ সেমি. (iii) 20 বর্গ সেমি. (iv) $2\frac{1}{2}$ 2 সেমি. (v) 12 বর্গ সেমি.

কষে দেখি 16

- 1 (i) $24\frac{2}{3}$ মিটার (ii) 64 সেমি 2 220 মিটার 3 ঘন্টারে 99.4 কিমি 4 .9 মিনিট .2 সেকেন্ড
 5 10.5 সেমি 6 42 মিটার 7 7.5 সেমি 8 352 মিটারের প্রতিযোগিতা. 88 মিটারে পরাজিত
 করেছিল 9 28 সেমি. 10. 14400 বাব 11 ঘন্টার কাটা 135 6 সেমি. মিনিটের কাটা 21.2 সেমি
 13 28 মিটার 14 2 সেমি ও 8 সেমি. 15 22 সেমি 16 28 মিটার 17 330 মিটার 18. 90 মিটার
 19 (i) a (ii) (b) (iii) a (iv) (a) (v) a 20 (i) 14 সেমি. (ii) 1 সেমি. (iii) 1 2 (iv) 1 সেমি.
 (v) 1 14

কষে দেখি 17

8. (i) 12 বর্গ সেমি (ii) 6 বর্গ সেমি (iii) 12 বর্গ সেমি
 9. (i) (a) (ii) (b) (iii) (b) (iv) (c) (v) (b)
 10. (i) 10 সেমি অর্ধের বাহুর বহুবিন্দুগত (ii) 3 সেমি (iii) চারটি বিন্দু (iv) 30° (v) 1 সেমি

কষে দেখি - 18

- 1 13 86 বর্গ মিটার 2 5 6 মিটার. 98 56 বর্গ মিটার 3 264 মিটার 4 154 বর্গ মিটার 5 4 মিটার.
 88 মিটার 6. 16.25 7 920 বর্গ মিটার 2464 বর্গ মিটার বৃত্ত 8. ₹ 42800 9 ₹ 52360
 10. ₹ 39424 11 12474 বর্গ মিটার 12. 2957 $\frac{1}{2}$ বর্গ মিটার 13 (i) 56 বর্গ সেমি. (ii) 1 5 5 বর্গ সেমি.
 15. $37\frac{5}{7}$ সেমি. $30\frac{6}{7}$ বর্গ সেমি 16. পরিবৃত্ত 56 সেমি 196 বর্গ সেমি. অন্তর্বৃত্ত $28\sqrt{2}$ সেমি 98 বর্গ সেমি.
 17 (i) পরিসীমা 15 83 সেমি (প্রায়), ক্ষেত্রফল $4\frac{1}{2}$ বর্গ সেমি (ii) 86 সেমি ক্ষেত্রফল 5704 .9 বর্গ সেমি (প্রায়)
 18. 21 সেমি 19 4 02 বর্গ সেমি (প্রায়) 20. 1 5 5 বর্গ সেমি. 21 21 সেমি 22 56 বর্গ সেমি
 23. অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সেমি. ক্ষেত্রফল $78\frac{4}{7}$ বর্গ সেমি. পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 12 5 সেমি
 ক্ষেত্রফল $49\frac{1}{4}$ বর্গ সেমি 24. $8\sqrt{2}$ সেমি. 25. 88 সেমি 26. (i) (b) (ii) (c) (iii) (c) (iv) a
 (v) c 27 (i) 21 (ii) 75 (iii) $\pi\sqrt{x}$ মিটার (iv) $16\frac{9}{14}$ বর্গ সেমি. (v) 9 25 45

কষে দেখি— 19

1 (i) $(0, \frac{26}{7})$ (ii) $(\frac{1}{5}, 1)$ (iii) $(14, -19)$ (iv) $(9, 8)$

2 (i) $(4, 0)$ (ii) $(3, \frac{7}{3})$

3. 3 2 অনুপাতে বহির্বিভক্ত 4. 7 9 6. $(9, 6)$ 8. 5 একক 9. $\sqrt{89}$ একক $\sqrt{17}$ একক 9 $\sqrt{2}$ একক

10. $(6, 7)$, $(2, -6)$ 15. 1 (i) $d = (m, n)$ (ii) (a, b) (iii) (a, b) (iv) (a, b) (v) (a, b) 7 (vi) $x=2, y=3$ 12 (i) $(4, 3)$ (ii) $(0, 0)$ (iii) $(0, 0)$ (iv) $(0, 0)$ (v) $(2, 3)$, $(7, 6)$

একক $\frac{9}{2}, \frac{6}{2}$

কষে দেখি— 20

1 (i) 1 বর্গ একক (ii) $22\frac{1}{2}$ বর্গ একক (iii) 3 বর্গ একক

3 k এর যে কোনো বাস্তব মান 6. (i) $20\frac{1}{2}$ বর্গ একক (ii) $18\frac{1}{2}$ বর্গ একক

7. 37 5 বর্গ একক 9 একক 8. 4. 1) 9 1) 1 10. 4 বর্গ একক

1. (i) (b) 2 বর্গ একক (ii) $c = (3, 2)$ (iii) (b) 6 বর্গ একক (iv) $a, x=8, y=6$ (v) (b) 4

12 (i) $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ (ii) $(3, 7)$ (iv) 2 বর্গ একক (v) $(0, 0)$

কষে দেখি— 21

1 (iv) 6 (ii) 3 (iii) 6 (i) 3

2. (a) 5 (b) $3\sqrt{2}$

3. (a) $a = \frac{1}{10} b^2$ (b) $x = \frac{1}{100} y^2$

4. (a) 0 (b) $\frac{3}{2}$ (c) 1 (d) 2

10. a $x=3$ (b) $x=64$

12 (i) (a) (ii) (c) (iii) (d) (iv) (a) (v) (a)

13. (i) 0 (ii) 0 (iv) $\sqrt{5}$

গণিতের পরিভাষাস্তর (Terminology of Mathematics)

অভুজ বহুভুজ	Concave Polygon	ঋণাত্মক	Negative
অখণ্ড সংখ্যা	Whole Number	একক	Unit
অঙ্ক	Digit	একান্তর কোণ	Alternate Angle
অঙ্কন	- Construction	একপদী সংজ্ঞামূল্য	Monomial Expression
অতিভুজ	Hypotenuse	ঐকিক নিয়ম	Unitary Method
অনুপাত	- Ratio	কোণ বহুভুজ	Convex Polygon
অনুভূমিক	Horizontal	কোটি	Ordinate
অনুরূপ কোণ	Corresponding Angle	কর্ণ	Diagonal
অনন্য	Oblique	কোণ	Angle
অন্তঃকেন্দ্র	Centric	কেন্দ্রীয় কোণ	Angle Subtended at the Centre
অগ্রঃস্থ কোণ	Anterior Angle	ক্রমগুণা	Cost Price
অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ	- Interior Opposite Angle	ক্রমবর্ধিতক পরিসংখ্যান	Cumulative Frequency
অভুজ	Quadrilateral	ক্ষতি	Loss
অন্তঃস্থ বহিঃস্থক	Internal Exterior	ক্ষেত্রফল	Area
অঙ্কনবিধি	Described	কুণ্ডল	Smaller
অপনমন পদ্ধতি	- Method of Elimination	গুণ	Multiplication
অপ্রকৃত ভগ্নাংশ	Improper Fraction	গুণ লক্ষ্য বা গুণ	Antecedent
আংশিক পরিসংখ্যান	Relative Frequency	গুণ্য	Multiplicand
অনিচ্ছিন্ন চল	Continuous Variable	গুণক	Multiplicator
অবনমন	- Evolution	গুণফল	Product
আবৃত্ত দশমিক	Recurring Decimal	লব্ধ গুণ পরিচল সাধারণ গুণগীয়ক	Highest Common Factor or Greatest Common Divisor (H.C.F. or G.D.)
আভাস	- Identity		
অমূল্য সংখ্যা	Irrational Number		
অসীম অব্যবহৃত দশমিক	Non Terminating and Non Recurring Decimal		
অসংখ্য	Infinite	ঘটনা	Event
অসংজ্ঞিত	Undefined	ঘটনা স্থান	Event Space
অসংজ্ঞিত	Rectangular Region	ঘাত	Power
আমোদন	- Histogram	ঘনক	Cube
আমোদন চিত্র	Rectangle	ঘনফল	Volume
উচ্চতা	Height	ঘনমূল	Cube Root
উন্নয়ন	Evolution	চতুর্ভুজ	Quadrilateral
উর্ধ্বক্রম	Ascending Order	টানা	- Subtractor
উপপাদ্য	Theorem	চলকী সংজ্ঞামূল্য	- Tetramomial Expression
উল্লম্ব	Vertical	চল	Variable
উৎপাদক	Factor	ছেদক	Transversal
উৎপাদক বিভাজন	Factorisation	ছেদকস্থ	Point of Intersection

ହାତ	- Discount	ବିକ୍ରୟମୂଲ୍ୟ	Selling Price
ତଥ୍ୟ	Data	ବର୍ଗ	- Square
ତୁଳନାତ୍ମକ ପଦ୍ଧତି	Method of Comparison	ବର୍ଗମୂଳ	- Square Root
ତ୍ରିଭୁଜ	Triangle	ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର	Square Region
ତ୍ରିପଦୀ ସଂଖ୍ୟାଭାଷ୍ୟ	- Trinomial Expression	ବର୍ଗୀକାର ଛିଦ୍ର	- Square
ତେରାଂଶକ	Rule of Three	ବିତ୍ତ୍ୱିତ୍ତ ନିୟମ	Distributive Law
ଦୈର୍ଘ୍ୟ	- Length	ବିଚ୍ଛିନ୍ନ ଚଳ	- Discrete Variable
ଦ୍ୱିପଦୀ ସଂଖ୍ୟାଭାଷ୍ୟ	Binomial Expression	ବହୁଗୁଣନାପଦ୍ଧତି	Method of Cross Multiplication
ଦ୍ୱି-ସଂଦିଗ	Two Dimensional	ବିଞ୍ଚ	Root
ସ୍ଥାନାନ୍ତର	Positive	ବିଜ୍ୟାମିତିକ ସଂଖ୍ୟାଭାଷ୍ୟ	Algebraic Expression
ସ୍ଥିର	Constant	ବୃତ୍ତ	Circle
ସାମାନ୍ୟ	- Market Price	ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ	Radius of Circle
ସିଂହ	Base	ବୃତ୍ତାକାର	- Circular
ନମୁନା ସ୍ଥାନ	Sample space	ବୃତ୍ତକର୍ଣ୍ଣ	Sector
ନିସ୍ତରାସ୍ତ୍ର ଅବତରଣ	Descending Order	ବୃତ୍ତର ପରିଧି	Circumference of a circle
ପାଇଚିଅର ବୃତ୍ତାକାର ଛିଦ୍ର	Pie chart	ବୃତ୍ତର ଘୃଷ୍ଣ	- Diameter of a circle
ପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନାଂଶ	- Proper Fraction	ବୃତ୍ତାକାର ଗଳତି	Circular Disc
ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ	Perfect Square	ବିନିମୟ ନିୟମ	Commutative Law
ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା	Integer	ବିପରୀତ କୋଣ	- Vertically Opposite Angle
ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା	Perfect Cube	ସଦୃଶ ସମାନୁପାତୀ	- Inversely Proportional
ପାଦ	Quadrant	ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା	Real Number
ମାତ୍ର ତ୍ରିଭୁଜ	Isosceles triangle	ବିଷୟବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ	Scalar Triangle
ପ୍ରମାଣ	Proof	ବାହୁ	- Side
ପ୍ରମାଣିତ	Proved	ବାହୁ: ସମବନ୍ଧିତକ	External Bisector
ପ୍ରସାର	Range	ବହୁପଦୀ ସଂଖ୍ୟାଭାଷ୍ୟ	Polynomial Expression
ପରିମାପନ	Frequency	ବହୁପଦୀ ସଂଖ୍ୟାଭାଷ୍ୟର ମୂଳ	Zeros of a Polynomial
ପରିମାପନ ସଂଖ୍ୟା	Percentage Frequency	ବହୁପଦୀ ସଂଖ୍ୟାଭାଷ୍ୟର ସମୀକରଣ	Polynomial Equation
ପରିମିତିତ	Circumscribed	ବହିର୍ଭାଗ କୋଣ	- Exterior Angle
ପରିମିତି	Mensuration	ବୃହତ୍ତର	- Greater
ପରିମାପନ ସଂଖ୍ୟା	Frequency Polygon	ବହୁଭୁଜ	- Polygon
ପରିମାପନ ସଂଖ୍ୟା	Frequency Density	ବିରୋଧ	Subtraction
ପରିବର୍ତ୍ତନ ପଦ୍ଧତି	- Method of Substitution	ବିଭେଦନ (ଭେଦ)	Difference
ପରିବୃତ୍ତ	Circum Circle	ଭାଗ	- Division
ପରିବୃତ୍ତ	Circum Centre	ଭାଗ୍ୟାମ	Quotient
ପରିବୃତ୍ତ	Circum Radius	ଭାଗ୍ୟାମ	Remainder
ପୂର୍ବକ କୋଣ	Complementary Angle	ଭାଗ୍ୟାମ	Fraction
ପୂର୍ବକ ସଂଖ୍ୟା	Complementary Event	ଭାଗ୍ୟାମ	Abscissa
ପଞ୍ଚଭୁଜ	Pentagon	ଭାଗ୍ୟାମ	Trivident
ପ୍ରସ୍ଥ	Breadth		
ପ୍ରସ୍ଥ	Reflex angle		



ভাজক	- Divisor	স্থানাঙ্ক	- Coordinates
বুধি	- Buss	স্বৰ্ভসমতা/স্বৰ্ভসম	- Congruence / Congruent
ভরকেন্দ্র	- Centroid	স্বাভাবিক সংখ্যা	- Natural Number
মূলসংখ্যা	- Rational Number	বীজ্য	- Postulate
মূলবিন্দু	- Origin	সমতুল্য ভগ্নাংশ	- Equivalent Fraction
মৌলিক সংখ্যা	- Prime Number	সমরেখ	- Collinear
মৌলিক উৎপাদক	- Prime factor	সমদ্বিভাজী ত্রিভুজ	- Isosceles Triangle
মিশ্রণ	- Mixture	সমবাহু ত্রিভুজ	- Equilateral Triangle
মধ্যবিন্দু	- Mid point	সমদ্বিখণ্ডিত কর	- Bisect
যোগ	- Addition	সমদ্বিখণ্ডক	- Bisector
যোগফল	- Sum	সমবিন্দু	- Concurent
রৈখিক সমীকরণ	- Linear Equation	স্বাভাবিক পরীক্ষা	- Random Experiment
রত্নস	- Rhombus	সামান্য ভগ্নাংশ	- Vulgar Fraction
রশ্মি	- Ray	সমান্তরাল সরলরেখা	- Parallel Lines
লেখচিত্র	- Graph	সমীকরণ	- Equation
সংখ্যা	- Numerator	সমাধান	- Solution
লাভ	- Profit	সমানুপাত	- Proportion
সম	- Perpendicular	সমাধান করা	- Solve
লম্ববিন্দু	- Orthocentre	সাম্যকরিক	- Parallelogram
ল.সা.গু.-ন্যূনতম সাধারণ গুণিতক- Least Common Multiple (L.C.M.)		সমকোণ	- Right Angle
শতকরা	- Percentage	সম্পূরক কোণ	- Supplementary Angle
শূন্য পদ্ধতি	- Vanishing Method	সম্ভাবনা	- Probability
শ্রেণি সীমানা	- Class-boundary	সরল করা	- Simplify
শ্রেণি অন্তর	- Class Interval	সরলরেখা	- Straight Line
শ্রেণি পরিসংখার	- Class Frequency	সরলরেখাংশ	- Straightline Segment
শ্রেণি সীমা	- Class Limit	সরল সমানুপাতী	- Directly Proportional
শ্রেণি দৈর্ঘ্য	- Class-length	স্থূলকোণ	- Obtuse Angle
শীর্ষবিন্দু	- Vertex	সসীম দশমিক	- Terminating Decimal
শীর্ষকোণ	- Vertical Angle	সুষম বহুভুজ	- Regular Polygon
সূচক	- Index/Exponent	সহগ	- Coefficient
সূত্র	- Formula	সহ সমীকরণ	- Simultaneous Equations
স্বতঃসিদ্ধ	- Axiom	অংখ্যা	- Number
স্তম্ভচিত্র	- Bar graph	সংখ্যামানা	- Expression
সিদ্ধ	- Satisfy	সংযোগ নিয়ম	- Associative Law
সাধারণ লাই	- Common Side	সূক্ষ্মকরণ	- Acute Angle
সাধারণ উৎপাদক	- Common Factor	হর	- Denominator
সন্নিহিত কোণ	- Adjacent Angle	X-অক্ষ	- X-axis
		Y-অক্ষ	- Y-axis

শিখন পরামর্শ

- জাতীয় পাঠ্যক্রম কূপনো (NCF) - 2005-এর পরামর্শ এই যে শিক্ষার্থী যেন তার বিদ্যালয় জীবন ও বিদ্যালয়ের বাহিরের জীবনের সঙ্গে সর্বদা সংযোগ ঘটাতে পারে। এই নথি নির্দেশ করে যে শিক্ষার্থীর শিক্ষা যেন কেবলমাত্র বই থেকে না হয়। শুধুমাত্র বই থেকে শিক্ষা হলে শিক্ষার্থীর শিক্ষায় বিদ্যালয়, বাড়ি এবং সমাজ থেকে শিক্ষার তেজর একটি ঝুঁকির মুষ্টি হয়। জাতীয় পাঠ্যক্রম কূপনোবাব এই মূল দুটির উপর ভিত্তি করেই কর্তমান পাঠ্যক্রম, পাঠ্যসূচি ও পাঠ্যবই তৈরি করা হয়। এই নথি আরও পরামর্শ দেয় যে শিক্ষার্থীর শিক্ষা যেন বিষয়ভিত্তিক না হয়। বিভিন্ন বিষয়ের মধ্যে যতটা সম্ভব সে যেন সম্পর্ক খুঁজ পায়।
- আশা করা যায়, শিক্ষিকা/শিক্ষকরা যখন এই পাঠ্যবইটি ব্যবহার করবেন যতটা সম্ভব এই নথি ও নীচের পরামর্শ অনুগতন করবেন।
- কর্তমানে শিক্ষা শিক্ষার্থীভিত্তিক। শিক্ষিকা/শিক্ষক সহায়ক যাত্র। অর্থাৎ শিক্ষার্থী যে কতের পর থেকেই বাড়ি, পরিবেশ, সমাজ থেকে অনেক কিছুই শিখে ফেলে সেটা শিক্ষিকা/শিক্ষকরা ঘোষণা রাখবেন। কোনো বিষয় জানানোর আগে সেই বিষয়ে শিক্ষার্থীর পূর্বে অর্জিত জ্ঞানের দিকে খেয়াল রেখে সহায়তা করবেন। শিক্ষার্থীর চিন্তা বা যুক্তি কোনোভাবে হাতে অটুট না যায়, সে যেন মূল চিন্তায় বেহেত পারে সেদিকে সর্বদা খেয়াল রাখবেন।
- পাঠ্যবই শিক্ষার্থীর শিক্ষার একটি সহায়ক যাত্র। একমাত্র সহায়ক নয়। শিক্ষার্থীর শিক্ষা যাতে আনন্দদায়ক হতে পারে তার জন্য বিভিন্ন শিখন সক্রিয়ের সংস্থা নেতৃত্ব প্রয়োজন এবং প্রয়োজনে শিক্ষার্থীর জাহিদা মতো বিভিন্ন সমস্যা শিক্ষিকা/শিক্ষকরা শ্রেণিকক্ষে তৈরি করে দেবেন যাতে শিক্ষার্থীর শ্রেণি অনুযায়ী কোনো অধ্যায়ের জ্ঞান অসম্পূর্ণ না থাকে।
- গণিত শিক্ষায়, শিক্ষার্থীর যেন মূর্ত বস্তুর ধারণা থেকে বিমূর্তের ধারণা করা যায়। তা না হলে শিক্ষার্থীর কাছে গণিত বিষয় একটি ভয়ের কারণ হয়ে ওঠে।
- শিক্ষিকা/শিক্ষকরা যেন যে অধ্যায়ে সম্ভব শিক্ষার্থীর পরিচিত পরিবেশ থেকে কিছু বাস্তব সমস্যা তৈরি করে গণিতের কোনো অধ্যায় শুরু করেন। তারপর সম্ভব হলে সক্রিয়তাভিত্তিক কাজের (Activity) মাধ্যমে সেই অধ্যায় সম্পর্কে শিক্ষার্থীর যেন যুক্তিপূর্ণ ধারণাও জন্ম দেন। শিক্ষার্থীর চিন্তা ও যুক্তির স্বাধীনতা আসার পরেই যেন সে বিমূর্ত বিষয় নিয়ে কাজ করে।
- শিক্ষিকা/শিক্ষকরা যেন লক্ষ রাখেন শিক্ষার্থী পাঠ্যবইটি থেকে নিজে নিজেই কতদূর পর্যন্ত কোনো একটি অধ্যায় শিখতে পারে। যখন সে তাই অধ্যায়ের কোনো একটি অংশ শিখতে বাধ্যপ্রায় হয় তখনই তঁর দিকে হাতে হাতে সহায়তা করেন, যাতে সে সমস্যাটি সমাধানের পথ নিজেই খুঁজে পায়।
- শিক্ষিকা/শিক্ষকরা কোনো অধ্যায় সম্পর্কে প্রথমে শিক্ষার্থীর কাছে এমনভাবে গল্প বলবেন যাতে শিক্ষার্থী প্রথমে কিছু বুঝতে না পারে যে তাকে কিছু শেখানো হচ্ছে।
- দলগত শিক্ষণ শিক্ষার্থীর পক্ষে শিখনে যথেষ্ট সহায়ক হয়। শিক্ষিকা/শিক্ষক শ্রেণিকক্ষে সেদিকটি খেয়াল রাখবেন।
- কর্তমানে শিক্ষায় শিক্ষার্থীকে পাঠদান বা কিছু তথ্য জানানো নয়, শিক্ষার্থী যাতে জ্ঞান গঠন করতে পারে সেদিকে শিক্ষিকা/শিক্ষকরা লক্ষ রাখবেন। শিক্ষার্থী জ্ঞান গঠন করতে পারলেই সে যীরে নীরে অনেক বিষয়ের মধ্যে গণিত যুক্তিতে চাইবে এবং গণিত বিষয়টি তার কাছে আনন্দদায়ক হয়ে উঠবে।
- শিক্ষার্থী যাতে যেন যেন ভাবভাড়াডি কোনো জম্ম করতে পারে (মানসাম্বক) সেদিকে শিক্ষিকা/শিক্ষকরা যেন যথেষ্ট খেয়াল রাখেন। গণিতের প্রতিটি অধ্যায় থেকেই শিক্ষার্থী যদি মানসাম্বক করতে পেয়ে তাহলে শিক্ষার্থীর চিন্তা, যুক্তি ও গণনা করার ক্ষমতা ভাবভাড়াডি তৈরি হয়।
- শিক্ষার্থী গণিতের কোনো অধ্যায় শেখার সময় শিক্ষিকা/শিক্ষকরা এই অধ্যায়ের উপর এমনভাবে যদি একটি তালিকা তৈরি করেন যাতে এই অধ্যায় থেকে শিক্ষার্থীর শিখনের যতগুলি সক্রিয়তা থাকে সবগুলিই সে দেখে। যেমন, বহুপদী সংখ্যাচালার ক্ষেত্রে —
 - 1) বহুপদী সংখ্যাচালার ধারণা।
 - 2) একপদী, দ্বিপদী, ত্রিপদী ইত্যাদি বহুপদী সংখ্যাচালার ধারণা।

- 3) এক্ষাত, বিখাত, বিখাত ইত্যাদি বহুপদী সংখ্যামালার ব্যরণ।
- 4) বহুপদী সংখ্যামালার শূন্যের ব্যরণ।
- 5) শূন্য বহুপদীর ব্যরণ।
- 6) বহুপদী সংখ্যামালার যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগের (শূন্য ছাড়া) ব্যরণ ইত্যাদি।

• যে-কোনো অধ্যায়ের কিছু Open ended প্রশ্ন থাকা প্রয়োজন।

- a) যেমন একটি মূল্য সংখ্যা লেব।
- b) প্রথম পাঠে একটি বিন্দুর স্থানগত লেব।
- c) দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য লেব যাতে বৃত্তাকার ক্ষেত্রগুলির অনুপাত 4 : 9 হয়।
- d) তিনটি সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য লেব যাদের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের পরিকল্পিত ত্রিভুজের পাদ উৎস অবস্থিত।

• এরকম সম্ভাবনা শিক্ষক/শিক্ষকরা নিজেরা আরও তৈরি করলে তাঁদের পক্ষে শিক্ষার্থীর আবহিত জ্ঞান মৌলিক কিনা বুঝতে সুবিধা হবে।

• গণিতের কোনো প্রক্রিয়া শিক্ষার্থী যেন না বুকে মুখস্থ করে না নেয়। প্রত্যেকটি প্রক্রিয়া যেন সে খুঁকি দিয়ে বুঝতে পারে কেন হয়। শিক্ষক/শিক্ষকরা সেদিকে যেন যথেষ্ট খেয়াল রাখেন।

• প্রেক্ষিতিক শিক্ষক/শিক্ষকের দৈনন্দিন জীবনে কোনো শিক্ষার্থী তাত্ত্বিক সমস্যা করে যেন চুপ করে বসে না থাকে। যে শিক্ষার্থী তাত্ত্বিক জ্ঞানটি বুঝে এগিয়ে যাবে শিক্ষক/শিক্ষকরা তাকে আরও কঠিন থেকে কঠিনতর বুদ্ধি নির্ভর সমস্যা দিয়ে এগিয়ে যাবেন। আর যে ধীরে ধীরে এগোচ্ছে তাকে ধীরে ধীরে বুদ্ধির বিকাশ ঘটিয়ে ওই অধ্যায়ের যে সাধারণ কাজ সেটায় দৌঁছাতে সাহায্য করবেন।

1. সর্বভারতীয় বোর্ড এবং কাউন্সিলের পঠিত্ব ও পাঠ্যসূচির মাধ্যমে সামঞ্জস্য রাখার জন্য নবম শ্রেণির পঠিত্ব ও পাঠ্যসূচিতে পরিবর্তন করা হয়েছে।

2. একাদশ শ্রেণির গণিতের পাঠ্যসূচির সাথে সামঞ্জস্য রাখার জন্য নবম শ্রেণির গণিতে বিভিন্ন নতুন অধ্যায় সংযুক্ত করা হয়েছে।

3. নবম শ্রেণির 'গণিত প্রকাশ' বইয়ে পাঠ্যগণিত, বীজগণিত, জ্যামিতি, পরিসংখ্যান, সম্ভাবনা অধ্যায়গুলি আলাদাভাবে নেই। কারণ, পাঠ্যগণিতের একটি অধ্যায়ের সঙ্গে বীজগণিতের একটি অধ্যায় বা জ্যামিতির একটি অধ্যায়ের সঙ্গে পরিসংখ্যানের একটি অধ্যায় পরস্পরযুক্ত। যেমন সম্ভাবনার ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা বা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা এই সূত্রগুলি পরিসংখ্যান প্রয়োগের ক্ষেত্রে ব্যবহার করতে হলে জ্যামিতির ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত উপপাদ্য জানা প্রয়োজন। আবার, পাঠ্যগণিতে লাভ ও ক্ষতির সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে বীজগণিতের দৈর্ঘ্য সহসমীকরণের সমাধান জানা প্রয়োজন।

অর্থাৎ শিক্ষার্থীরা যেন কোনো মূঢ় মুখস্থ বিদ্যা (Rote Learning) উপর নির্ভর না করে কেন হয় গণিত প্রয়োগ করতে পারে।

তাই গণিতের বিভিন্ন শাখার অধ্যায়গুলি পাঠ্যপুস্তকে সেভাবে সাজান হয়েছে।

4. পরিশিষ্টে সেট তত্ত্ব ও সম্ভাবনা তত্ত্ব সংযুক্ত করা হয়েছে যা নবম শ্রেণির মূল্যায়নের অন্তর্ভুক্ত নয়। কিন্তু যে সমস্ত শিক্ষার্থী বিভিন্ন প্রতিযোগিতামূলক পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করে তারা যাতে নিজেরাই পাঠ্যপুস্তক থেকে পড়ে কিছুটা জ্ঞান আহরণ করে ও সেই অর্জিত জ্ঞান প্রতিযোগিতামূলক পরীক্ষায় প্রয়োগ করতে পারে।

5. পাঠ্যপুস্তকে প্রতিটি অধ্যায়ের প্রথমে না দিয়ে শেষে দুই গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন এবং সংশ্লিষ্ট উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন দেওয়া আছে। কারণ শিক্ষার্থীদের যাতে লভ সমস্যা সমাধান করতে গিয়ে অধ্যায়টি সম্বন্ধে ধারণা সম্পূর্ণ হয় এবং তারপর ওই ধারণার সমস্যা যাতে তারা খুব তাত্ত্বিক করতে পারে।

6. প্রেক্ষিতিক ও বাস্তবের সমস্যা বুঝে শিক্ষক/শিক্ষকরা নিজেরাই শিক্ষার্থীর দৃষ্টিপূর্ণ আনন্দময় শিক্ষার জন্য পাঠ্যবইটিতে কেমন করে আরও ভালোভাবে ব্যবহার করা হবে সেটিরও পরামর্শ জানাবেন যাতে ভবিষ্যতে পাঠ্যবইটি নির্বৃত্ত ও সর্বাঙ্গীন সূক্ষ্ম হয়।

পাঠ পরিকল্পনা

মাস	অধ্যায়
January	1. বাস্তব সংখ্যা 2. মূচকের নিয়মাবলি
February	3. লেখচিত্র 4. স্থানাঙ্ক জ্যামিতি : দূরত্ব নির্ণয়
March	5. ত্রৈখিক সহ সমীকরণ (দুই চল বিশিষ্ট) 6. সামান্তরিকের ধর্ম
April	7. বহুপদী সংখ্যামালা 8. উৎপাদকে বিশ্লেষণ
May	9. ভেক্টর ও সমবিন্দু সংক্রান্ত উপপাদ্য 10. সাক্ষ ও ক্ষতি
June	11. রাশিবিজ্ঞান
July	12. ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত উপপাদ্য 13. সম্পাদ্য : ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট সামান্তরিক অঙ্কন করে একটি কোণের পরিমাপ নির্দিষ্ট 14. সম্পাদ্য : চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন
August	15. ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল 16. বৃত্তের পরিধি
September	17. সমবিন্দু সংক্রান্ত উপপাদ্য 18. বৃত্তের ক্ষেত্রফল
October	19. স্থানাঙ্ক জ্যামিতি : সরলরেখাংশের অন্তর্বিভক্ত ও বহির্বিভক্ত 20. স্থানাঙ্ক জ্যামিতি : ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
November	21. লগবিদ্যু